

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI 2

NGUYỄN THỊ THẨM

MỘT SỐ QUÁ TRÌNH RÃ  
VI PHẠM SỐ LEPTON THỂ HỆ  
TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI CƠ CHẾ  
SEESAW NGHỊCH ĐẢO

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

Chuyên ngành : Vật lý lý thuyết và Vật lý toán  
Mã chuyên ngành: 9 44 01 03

Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. Hà Thanh Hùng  
TS. Lê Thọ Huệ

Hà Nội - 2023

# PHẦN MỞ ĐẦU

## Tính cấp thiết của đề tài

Trong lĩnh vực vật lý hạt cơ bản hiện nay, một trong những vấn đề mang tính thời sự bậc nhất đó là sự hoạt động của các máy gia tốc ở vùng năng lượng ngày càng cao (cỡ 14 TeV). Điều đó giúp cho thực nghiệm có thể nâng cấp và mở rộng năng lượng va chạm để tìm kiếm những tín hiệu vật lý mới - những tín hiệu không xuất hiện trong giới hạn xác định bởi mô hình chuẩn (SM). Một trong số đó là các quá trình liên quan đến sự vi phạm số lepton thế hệ (LFV) đang được thực nghiệm rất quan tâm tìm kiếm. Như chúng ta đã biết, những hạn chế của SM đòi hỏi mô hình chuẩn cần phải mở rộng để có thể giải thích được đầy đủ các tín hiệu NP đã được thực nghiệm tìm thấy, trong đó có dữ liệu về sự tồn tại của vật chất tối, về dao động của neutrino, bao gồm sự trộn và khối lượng khác không dù rất nhỏ của các neutrino này. Câu hỏi đặt ra là, nếu có sự tương tự giữa phần lepton mang điện và phần lepton trung hòa thì phải tồn tại các quá trình vật lý có sự vi phạm số lepton trong phần lepton mang điện (cLFV), điều này dẫn đến gợi ý cho việc nghiên cứu các quá trình liên quan đến sự vi phạm số lepton thế hệ đang được đông đảo cộng đồng khoa học hướng tới.

## Mục đích nghiên cứu

- Nghiên cứu quá trình LFV trong mô hình 331ISS.
- Xây dựng các công thức giải tích cho quá trình  $h \rightarrow l_a l_b$ ,  $l_a \rightarrow l_b \gamma$  trong mô hình 331ISS.
- Khảo sát tỷ lệ rẽ nhánh của quá trình  $h \rightarrow \mu \tau$ ,  $l_a \rightarrow l_b \gamma$  trong mô hình đã chọn.

- Xây dựng biểu thức giải tích cho mô men từ dị thường của muon trong mô hình 331ISS, khảo sát số và biện luận.

### **Đối tượng và phạm vi nghiên cứu**

- Đối tượng: Các quá trình rã LFV, đóng góp của các Higgs boson mới và các boson chuẩn mới vào các quá trình vật lý đang được thực nghiệm quan tâm; Mô men từ dị thường của muon trong BSM.
- Phạm vi: Luận án chỉ đi sâu nghiên cứu hai kênh rã:  $l_a \rightarrow l_b \gamma$  và  $h \rightarrow l_a l_b$ , mô men từ dị thường của muon trong giới hạn của kênh rã cLFV.

### **Phương pháp nghiên cứu**

- Sử dụng phương pháp Lý thuyết trường lượng tử để xây dựng các công thức giải tích. Sử dụng một số phần mềm để giải số, vẽ đồ thị.

### **Cấu trúc luận án**

Ngoài phần Mở đầu, Mục lục và Tài liệu tham khảo, cấu trúc luận án được sắp xếp như sau:

**Chương 1:** Trình bày tổng quan về mô hình 331, mô hình 331 với cơ chế seesaw nghịch đảo. Nguồn LFV trong một số mô hình BSM, tổng quan về mô men từ dị thường.

**Chương 2:** Nghiên cứu mô hình 331 với cơ chế Seesaw nghịch đảo, khảo sát đồng thời hai kênh rã  $l_a \rightarrow l_b \gamma$ ,  $h \rightarrow l_a l_b$ , tìm các đỉnh tương tác và giản đồ Feynman cho đóng góp ở bậc một vòng trong chuẩn Unitary, tính biên độ rã. Khảo sát số cho hai quá trình rã rã cLFV và rã LFBVDs tương ứng.

**Chương 3:** Nghiên cứu mô men từ dị thường của muon, tính biểu thức giải tích của mô men từ dị thường khi thêm vào mô hình một đơn tuyến Higgs boson mới, khảo sát số giá trị của  $\Delta a_\mu$  trong vùng tham số thỏa mãn giới hạn thực nghiệm của kênh rã  $l_a \rightarrow l_b \gamma$ , biện luận kết quả.

**Kết luận chung:** Tóm tắt các kết quả chính thu được và đề xuất hướng nghiên cứu có thể phát triển tiếp theo.

**Phụ lục:** Trình bày một số công thức liên quan đến các tính toán của luận án.

# Chương 1

## TỔNG QUAN

### 1.1 Tổng quan về các mô hình 3-3-1

Để thực hiện việc mở rộng SM, nhóm chuẩn  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  được đưa vào như một nhóm tổng quát hơn thay thế cho nhóm chuẩn  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  của mô hình chuẩn, sao cho khi nhóm đối xứng chuẩn 3-3-1 bị phá vỡ tự phát, nhóm các đối xứng chuẩn sẽ được thu hẹp trở lại thành nhóm đối xứng của SM. Các mô hình loại này gọi là mô hình 3-3-1.

Toán tử điện tích của mô hình 3-3-1 với  $\beta$  bất kì có dạng:

$$Q = T_3 + \beta T_8 + XI, \quad (1.1)$$

tham số  $\beta$  tùy thuộc mô hình đóng vai trò rất quan trọng trong từng mô hình cụ thể.

### 1.2 Mô hình 331 với cơ chế seesaw nghịch đảo

Mô hình 3-3-1 với cơ chế seesaw nghịch đảo (331ISS) được xây dựng dựa trên mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải, trong đó các lepton phân cực trái được sắp xếp vào các tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ , thành phần thứ 3 của tam tuyến là các neutrino phân cực phải  $N'_a$  ta đưa vào. Đối với các hạt quark, thành phần thứ ba của quark phân cực trái được sắp xếp vào tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ ,

hai thành phần thứ nhất và thứ hai được sắp xếp vào phần tam tuyến của nhóm. Toán tử điện tích của mô hình 331RHN ứng với nhóm điện yếu  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  có dạng:

$$Q = T_3 + \beta T_8 + XI \quad (1.2)$$

với  $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $T_{3,8}$  là các vi tử của nhóm  $SU(3)_L$ .

Để xây dựng mô hình 331ISS, chúng tôi thêm vào mô hình đơn tuyến neutrino mới  $F'_a$  ( $a = 1, 2, 3$ ). Khi đó trong Lagrangian tương tác Yukawa của các lepton, ngoài số hạng trộn giữa neutrino thông thường và neutrino phân cực phải sẽ xuất hiện thêm số hạng tương tác giữa neutrino phân cực phải và neutrino ISS mới đưa vào, làm tăng nguồn vi phạm LFV.

### 1.3 Nguồn vi phạm số lepton liên quan đến rã LFVHD, cLFV trong BSM

Dao động neutrino là một bằng chứng rõ ràng nhất cho rã vi phạm số lepton thể hệ của các lepton trung hòa, cũng có nghĩa rằng có thể sẽ tồn tại các quá trình rã LFV liên quan đến các lepton mang điện. Đây chính là những tín hiệu NP ngoài SM.

Nguồn chính dẫn đến vi phạm số lepton là do có sự trộn lẫn giữa các thể hệ khác nhau của các neutrino, các hạt mới được thêm vào trong các BSM.

### 1.4 Tổng quan về mô men từ dị thường

Mô men từ dị thường của lepton được định nghĩa như sau:

$$a_l = \frac{g_l - 2}{2}, \quad (1.3)$$

giá trị của  $a_l$  có thể được đo chính xác bởi thực nghiệm, và nó cũng đã được dự đoán bởi SM.

Hiệu ứng của mô hình vật lý mới có thể được kiểm tra thông qua việc đánh

giá sự sai lệch  $a_\mu^{exp} - a_\mu^{SM}$ , theo số liệu đo mới nhất

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{exp} - a_\mu^{SM} = 251 \times 10^{-11} \pm 59 \times 10^{-11}. \quad (1.4)$$

Sự sai khác này chứng tỏ hiệu ứng vật lý mới là tương đối lớn.

## Chương 2

### KÊNH RÃ $l_a \rightarrow l_b \gamma$ VÀ $h \rightarrow l_a l_b$ TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI CƠ CHẾ SEESAW NGHỊCH ĐẢO

#### 2.1 Cấu trúc hạt và thế Higgs trong mô hình 331ISS

Toán tử điện tích của mô hình ứng với nhóm điện yếu  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  có dạng:

$$Q = T_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}T_8 + XI. \quad (2.1)$$

#### Fermion

Sắp xếp các hạt fermion của mô hình 331ISS được biểu diễn cụ thể như sau:

$$\begin{aligned}
 L'_{aL} &= \begin{pmatrix} \nu'_a \\ l'_a \\ (N'_a)^c \end{pmatrix}_L : (1, 3, -1/3), & \begin{cases} l'_{aR} : (1, 1, -1) \\ F'_{aR} : (1, 1, 0) \end{cases}, \\
 Q'_{\alpha L} &= \begin{pmatrix} d'_\alpha \\ -u'_\alpha \\ D'_\alpha \end{pmatrix}_L : (3, 3^*, 0), & \begin{cases} d'_{\alpha R} : (3, 1, -1/3) \\ u'_{\alpha R} : (3, 1, 2/3) \\ D'_{\alpha R} : (3, 1, -1/3) \end{cases}, \\
 Q'^3_L &= \begin{pmatrix} u'_3 \\ d'_3 \\ U' \end{pmatrix}_L : (3, 3, 1/3), & \begin{cases} u'_{3R} : (3, 1, 2/3) \\ d'_{3R} : (3, 1, -1/3) \\ U'_R : (3, 1, 2/3) \end{cases}. \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

## Higgs boson

Để sinh khối lượng cho các hạt trong mô hình, mô hình cần tam tuyến vô hướng Higgs  $\rho$ ,  $\eta$  và  $\chi$  có dạng:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_2^- \\ \eta_3^0 \end{pmatrix} : (3, -1/3), \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho_2^0 \\ \rho_3^+ \end{pmatrix} : (3, 2/3), \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^- \\ \chi_3^0 \end{pmatrix} : (3, -1/3). \quad (2.3)$$

Các trung bình chân không tương ứng

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix}; \langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix},$$

## Boson chuẩn

Nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  có 8 boson chuẩn  $W_\mu^a$  của nhóm  $SU(3)_L$  và boson  $F_\mu$  của nhóm  $U(1)_X$ . Đạo hàm hiệp biến được viết như sau:

$$D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig' X F_\mu T^9 \quad (2.4)$$

Các hạt boson chuẩn trong mô hình nhận khối lượng thông qua số hạng động năng hiệp biến:

$$\mathcal{L}^H = \sum_{H=\eta,\rho,\chi} (D_\mu H)^\dagger (D_\mu H), \quad (2.5)$$

Trong phạm vi luận án này, chúng tôi chỉ quan tâm đến các boson chuẩn mang điện.

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, & m_W^2 &= \frac{g^2}{4} (u^2 + v^2), \\ Y_\mu^\pm &= \frac{W_\mu^6 \pm iW_\mu^7}{\sqrt{2}}, & m_Y^2 &= \frac{g^2}{4} (w^2 + v^2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

## Thế Higgs

Thế Higgs của mô hình được chọn như sau:

$$\mathcal{V} = \mu_1^2 (\rho^\dagger \rho + \eta^\dagger \eta) + \mu_2^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\rho^\dagger \rho + \eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\chi^\dagger \chi)^2$$



$$+\lambda_3 (\rho^\dagger \rho + \eta^\dagger \eta) (\chi^\dagger \chi) - \sqrt{2} f (\varepsilon_{ijk} \eta^i \rho^j \chi^k + \text{H.c.}), \quad (2.7)$$

điều kiện cực tiểu của thế Higgs dẫn đến:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + 2\lambda_1 v^2 + \frac{1}{2}\lambda_3 \omega^2 &= f\omega, \\ \mu_2^2 + \lambda_2 \omega^2 + \lambda_3 v^2 &= \frac{fv^2}{\omega}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

## 2.2 Phổ khối lượng và trạng thái các hạt

### Khối lượng các Higgs boson

Mô hình bao gồm các Higgs boson mang điện và các Higgs boson trung hòa. Có hai cặp Higgs mang điện là  $H_{1,2}^\pm$  và các Goldstone boson  $G_W^\pm$  và  $G_Y^\pm$ , liên hệ:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \rho_1^\pm \\ \eta_2^\pm \end{pmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_W^\pm \\ H_1^\pm \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \rho_3^\pm \\ \chi_2^\pm \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -s_\alpha & c_\alpha \\ c_\alpha & s_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_Y^\pm \\ H_2^\pm \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

với  $m_{H_1^\pm}^2 = 2f\omega$ ,  $m_{H_2^\pm}^2 = f\omega(t_\alpha^2 + 1)$ ,  $m_{G_W^\pm} = m_{G_Y^\pm} = 0$ , và  $c_\alpha \equiv \cos \alpha$ ,  $s_\alpha \equiv \sin \alpha$ ,  $t_\alpha \equiv \tan \alpha = \frac{v}{\omega}$ .

Ba Higgs CP chẵn  $h_{1;2;3}^0$  thường trộn lẫn nhau và chỉ có một hạt boson Higgs trung hòa CP chẵn  $h_1^0$  có khối lượng tỉ lệ với thang điện yếu và được cho là hạt Higgs tựa mô hình chuẩn (SM-like Higgs boson).

$$m_{h_1^0}^2 = \frac{w^2}{2} \left[ 4\lambda_1 t_\alpha^2 + 2\lambda_2 + \frac{ft_\alpha^2}{w} - \sqrt{8t_\alpha^2 \left( \frac{f}{w} - \lambda_3 \right)^2 + \left( 2\lambda_2 + \frac{ft_\alpha^2}{w} - 4\lambda_1 t_\alpha^2 \right)^2} \right]. \quad (2.10)$$

### Khối lượng neutrino và cơ chế ISS

Lagrangian tương tác Yukawa:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{LF}^Y &= h_{ab}^e \overline{L'_{aL}} \rho'_{bR} - h_{ab}^\nu \epsilon^{ijk} \overline{(L'_{aL})_i} (L'_{bL})_j \rho'_k \\ &+ Y_{ab} \overline{L'_{aL}} \chi F'_{bR} + \frac{1}{2} (\mu_F)_{ab} \overline{(F'_{aR})^c} F'_{bR} + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

khối lượng các lepton mang điện được sinh ra từ số hạng thứ nhất, và để đảm bảo không xuất hiện số hạng vi phạm (LFV) ở bậc cây, thì  $h_{ab}^e h_{ab}^e = \sqrt{2}\delta_{ab}m_a/v$ . Do đó khối lượng của các hạt lepton mang điện được xác định bởi:  $m_a = h_a^e v/\sqrt{2}$ . Sử dụng các công thức seesaw, trong khuôn khổ mô hình 331ISS, khối lượng neutrino Dirac  $m_D$  phải là phản xứng, ma trận  $m_D$  được chúng tôi tham số hóa dưới dạng:

$$m_D \equiv \varrho \begin{pmatrix} 0 & 1 & x_{13} \\ -1 & 0 & x_{23} \\ -x_{13} & -x_{23} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

bằng các khai triển, ma trận Dirac sau cùng chỉ phụ thuộc vào  $\varrho$  như sau

$$m_D \simeq \varrho \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0.7248 \\ -1 & 0 & 1.8338 \\ -0.7248 & -1.8338 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

kết quả thu được ở (2.13) là phù hợp tốt để khảo sát LfVHDs.

### 2.3 Đỉnh tương tác cho đóng góp vào quá trình rã cLFV và LfVHD

#### Đỉnh tương tác

Từ Lagrangian tương tác cho bởi (2.11), đỉnh tương tác giữa leptons và Higgs boson được cho bởi:

$$\begin{aligned} & - h_{ab}^e \overline{L'_{aL}} \rho'_{bR} + \text{h.c.} = -\frac{gm_a}{m_W} \left[ \overline{\nu'_{aL}} l'_{aR} \rho_1^+ + \overline{l'_{aL}} l'_{aR} \rho_2^0 + \overline{N'_{aL}} l'_{aR} \rho_3^+ + \text{h.c.} \right] \\ & \supset \frac{g m_a c_\beta}{2m_W} h_1^0 \overline{l_a} l_a - \frac{g m_a}{\sqrt{2}m_W} \left[ (U_{ai}^\nu \overline{n_i} P_R l_a H_1^+ + U_{ai}^{\nu*} \overline{l_a} P_L n_i H_1^-) \right] \\ & - \frac{g m_a}{m_W} \left[ c_\alpha \left( U_{(a+3)i}^\nu \overline{n_i} P_R l_a H_2^+ + U_{(a+3)i}^{\nu*} \overline{l_a} P_L n_i H_2^- \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Các đỉnh tương tác được suy ra từ số hạng thứ hai của (2.11) là

$$\begin{aligned} & h_{ab}^\nu \epsilon^{ijk} \overline{(L'_{aL})_i} (L'_{bL})_j^c \rho_k^* + \text{h.c.} \\ & = 2h_{ab}^\nu \left[ -\overline{l'_{aL}} (\nu'_{bL})^c \rho_3^- - \overline{\nu'_{aL}} (N'_{bL})^c \rho_2^{0*} + \overline{l'_{aL}} (N'_{bL})^c \rho_1^- \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{gc_\beta}{2m_W} h_1^0 \left[ \sum_{c=1}^3 U_{ci}^\nu U_{cj}^{\nu*} \bar{n}_i (m_{n_i} P_L + m_{n_j} P_R) n_j \right] \\
&\quad - \frac{gc_\alpha}{m_W} [(m_D)_{ab} U_{bi}^\nu H_2^- \bar{l}_a P_R n_i + \text{h.c.}] \\
&\quad + \frac{g}{\sqrt{2}m_W} [(m_D)_{ab} U_{(b+3)i}^\nu H_1^- \bar{l}_a P_R n_i + \text{h.c.}]. \tag{2.15}
\end{aligned}$$

Đỉnh tương tác nhận đóng góp bởi ma trận  $M_R$

$$\begin{aligned}
&- Y_{ab} \overline{L'_{aL}} \chi F'_{bR} + \text{h.c.} \\
&= -\frac{\sqrt{2}}{w} (M_R)_{ab} \left[ \overline{\nu'_{aL}} \chi_1^0 + \overline{l'_{aL}} \chi_2^- + \overline{N'_{aL}} \chi_3^0 \right] F'_{bR} + \text{h.c.} \\
&\supset -\frac{gt_\alpha}{\sqrt{2}m_W} (M_R)_{ab} \\
&\quad \times \left[ s_\beta U_{(a+3)i}^\nu U_{(b+6)j}^\nu \bar{n}_i P_R n_j h_1^0 + \sqrt{2} s_\alpha U_{(b+6)i}^\nu \bar{l}_a P_R n_i H_2^- + \text{h.c.} \right]. \tag{2.16}
\end{aligned}$$

Đỉnh tương tác với boson chuẩn mang điện ( $W^\pm, Y^\pm$ ):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\ell n V} &= \overline{L'_{aL}} \gamma^\mu D_\mu L'_{aL} \\
&\supset \frac{g}{\sqrt{2}} \left( \overline{l'_{aL}} \gamma^\mu \nu'_{aL} W_\mu^- + \overline{l'_{aL}} \gamma^\mu N'_{aL} Y_\mu^- \right) + \text{h.c.} \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \left[ U_{ai}^{\nu*} \bar{l}_a \gamma^\mu P_L n_i W_\mu^- + U_{ai}^\nu \bar{n}_i \gamma^\mu P_L l_a W_\mu^+ \right. \\
&\quad \left. + U_{(a+3)i}^{\nu*} \bar{l}_a \gamma^\mu P_L n_i Y_\mu^- + U_{(a+3)i}^\nu \bar{n}_i \gamma^\mu P_L l_a Y_\mu^+ \right]. \tag{2.17}
\end{aligned}$$

Hệ số đỉnh liên quan đến tương tác của các Higgs mang điện và fermions:

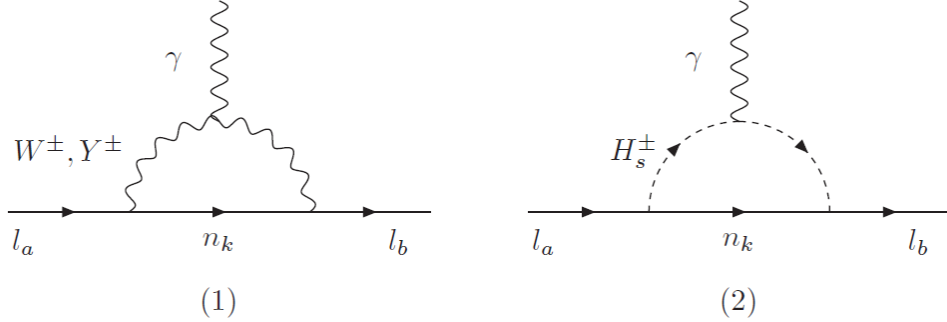
$$\begin{aligned}
\lambda_{ak}^{L,1} &= -\sum_{i=1}^3 (m_D^*)_{ai} U_{(i+3)k}^{\nu*}, \\
\lambda_{ak}^{R,1} &= m_a U_{ak}^\nu, \\
\lambda_{ak}^{L,2} &= \sum_{i=1}^3 \left[ (m_D^*)_{ai} U_{ik}^{\nu*} + t_\alpha^2 (M_R^*)_{ai} U_{(i+6)k}^{\nu*} \right], \\
\lambda_{ak}^{R,2} &= m_a U_{(a+3)k}^\nu. \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Tất cả các đỉnh tương tác liên quan đến quá trình ã LFBVDs được đưa ra trong bảng 2.1.

Giản đồ Feynman ở bậc một vòng của quá trình ã  $l_a \rightarrow l_b \gamma$  trong chuẩn unitary

Vertex	Coupling
$h_1^0 \bar{l}_a l_a$	$\frac{igm_a}{2m_W} c_\beta$
$h_1^0 \bar{n}_k n_j$	$\frac{igc_\beta}{2m_W} (\lambda_{kj}^0 P_L + \lambda_{kj}^{0*} P_R)$
$h_1^0 H_2^+ H_2^-$	$i\lambda_{H_2}^\pm = -iw \left[ 2s_\beta s_\alpha^2 \lambda_2 + s_\beta c_\alpha^2 \lambda_3 - \sqrt{2} (2c_\beta c_\alpha^2 \lambda_1 + c_\beta s_\alpha^2 \lambda_3) t_\alpha - \frac{\sqrt{2}}{\omega} f c_\beta c_\alpha s_\alpha \right]$
$h_1^0 H_1^+ H_1^-$	$i\lambda_{H_1}^\pm = -iv \left( -2\sqrt{2} c_\beta \lambda_1 + \frac{s_\beta v_3 \lambda_3 + s_\beta f}{v} \right)$
$H_2^+ \bar{n}_k l_b, H_2^- \bar{l}_a n_k$	$-\frac{igc_\alpha}{m_W} (\lambda_{bk}^{L,2} P_L + \lambda_{bk}^{R,2} P_R), -\frac{igc_\alpha}{m_W} (\lambda_{ak}^{L,2*} P_R + \lambda_{ak}^{R,2*} P_L)$
$H_1^+ \bar{n}_k l_b, H_1^- \bar{l}_a n_k$	$-\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} (\lambda_{bk}^{L,1} P_L + \lambda_{bk}^{R,1} P_R), -\frac{ig}{\sqrt{2}m_W} (\lambda_{ak}^{L,1*} P_R + \lambda_{ak}^{R,1*} P_L)$
$W_\mu^+ \bar{n}_k l_b, W_\mu^- \bar{l}_a n_k$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} U_{bk}^\nu \gamma^\mu P_L, \frac{ig}{\sqrt{2}} U_{ak}^{\nu*} \gamma^\mu P_L$
$Y_\mu^+ \bar{n}_k l_b, Y_\mu^- \bar{l}_a n_k$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} U_{(b+3)k}^\nu \gamma^\mu P_L, \frac{ig}{\sqrt{2}} U_{(a+3)k}^{\nu*} \gamma^\mu P_L$
$Y_\mu^- H_2^+ h_1^0, Y_\mu^+ H_2^- h_1^0$	$\frac{ig}{2\sqrt{2}} (c_\alpha c_\beta + \sqrt{2} s_\alpha s_\beta) (p_{h_1^0} - p_{H_2^+})^\mu, \frac{ig}{2\sqrt{2}} (c_\alpha c_\beta + \sqrt{2} s_\alpha s_\beta) (p_{H_2^-} - p_{h_1^0})^\mu$
$h_1^0 W_\mu^+ W_\nu^-$	$-igm_W c_\beta g^{\mu\nu}$
$h_1^0 Y_\mu^+ Y_\nu^-$	$\frac{igm_Y}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} s_\beta c_\alpha - c_\beta s_\alpha) g^{\mu\nu}$

**Bảng 2.1:** Hệ số đỉnh tương tác liên quan đến quá trình rã Higgs boson tựa SM ( $h_1^0 \rightarrow l_a l_b$ ) trong mô hình 331ISSS. Tất cả các xung lượng trong giản đồ Feynman được quy ước có chiều đi vào đỉnh của giản đồ.



**Hình 2.1:** Giản đồ Feynman ở bậc một vòng của quá trình rã  $l_a \rightarrow l_b \gamma$  trong chuẩn unitary.

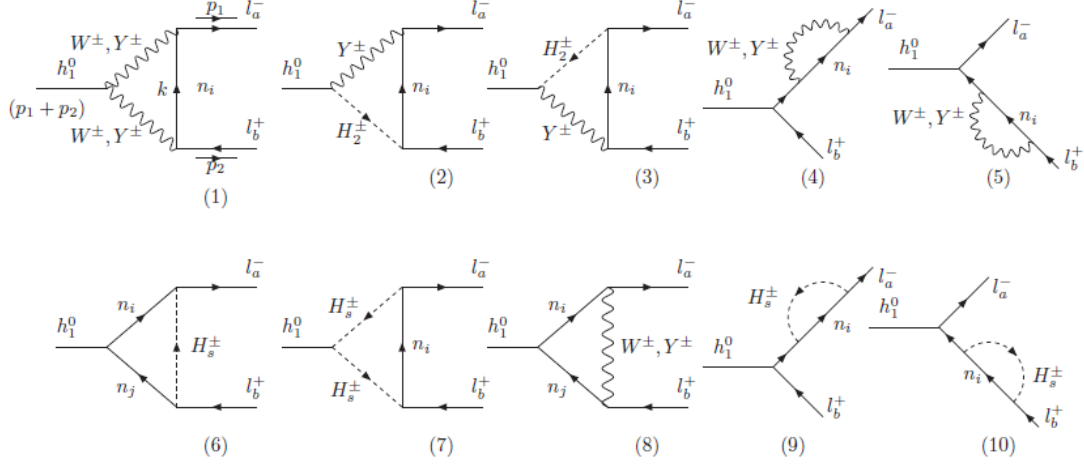
(2.1).

Giản đồ Feynman cho đóng góp vào biên độ của quá trình rã LFBVDs hình 2.2.

**Biểu thức giải tích của biên độ quá trình rã  $l_a \rightarrow l_b \gamma$**

Tỉ lệ rã nhánh của của cLFV là:

$$\text{Br}(l_a \rightarrow l_b \gamma) \simeq \frac{12\pi^2}{G_F^2} |D_R|^2 \text{Br}(l_a \rightarrow l_b \bar{\nu}_b \nu_a), \quad (2.19)$$



**Hình 2.2:** Giải đồ Feynman cho đóng góp bậc một vòng của quá trình rã  $h_1^0 \rightarrow l_a l_b$  trong chuẩn unitary.

ở đây  $D_R = D_R^{W^\pm} + D_R^{Y^\pm} + D_R^{H_s^\pm}$

$$\begin{aligned}
D_R^{W^\pm} &= -\frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2} \sum_{k=1}^9 U_{ak}^{\nu*} U_{bk}^\nu F(t_{kW}), \\
D_R^{Y^\pm} &= -\frac{eg^2}{32\pi^2 m_Y^2} \sum_{k=1}^9 U_{(a+3)k}^{\nu*} U_{(b+3)k}^\nu F(t_{kY}), \\
D_R^{H_s^\pm} &= -\frac{eg^2 f_s}{16\pi^2 m_W^2} \sum_{k=1}^9 \left[ \frac{\lambda_{ak}^{L,s*} \lambda_{bk}^{L,s}}{m_{H_s^\pm}^2} \times \frac{1 - 6t_{ks} + 3t_{ks}^2 + 2t_{ks}^3 - 6t_{ks}^2 \ln(t_{ks})}{12(t_{ks} - 1)^4} \right. \\
&\quad \left. + \frac{m_{n_k} \lambda_{ak}^{L,s*} \lambda_{bk}^{R,s}}{m_{H_s^\pm}^2} \times \frac{-1 + t_{ks}^2 - 2t_{ks} \ln(t_{ks})}{2(t_{ks} - 1)^3} \right]. \tag{2.20}
\end{aligned}$$

**Biểu thức giải tích của biên độ quá trình rã  $h \rightarrow l_a l_b$**

Bề rộng của quá trình rã  $h_1^0 \rightarrow l_a^\pm l_b^\mp$ :

$$\begin{aligned}
\Gamma(h_1^0 \rightarrow l_a l_b) &\equiv \Gamma(h_1^0 \rightarrow l_a^+ l_b^-) + \Gamma(h_1^0 \rightarrow l_a^- l_b^+) \\
&= \frac{m_{h_1^0}}{8\pi} (|\Delta_{(ab)L}|^2 + |\Delta_{(ab)R}|^2). \tag{2.21}
\end{aligned}$$

Tỉ lệ rã nhánh tương ứng là

$$Br(h_1^0 \rightarrow l_a l_b) = \Gamma(h_1^0 \rightarrow l_a l_b) / \Gamma_{h_1^0}^{\text{total}},$$

ở đây  $\Gamma_{h_1^0}^{\text{total}} \simeq 4.1 \times 10^{-3} \text{GeV}$

Các yếu tố đóng góp cho  $\Delta_{(ab)L,R}$  sau khi đã loại bỏ phân kì là:

$$\begin{aligned}
\Delta_{1,L,R} &= \Delta_{(ab),L,R}^{(1)W} + \Delta_{(ab),L,R}^{(8)W} + \Delta_{(ab),L,R}^{(6)H_1} + \Delta_{(ab),L,R}^{(9+10)H_1}, \\
\Delta_{2,L,R} &= \Delta_{(ab),L,R}^{(1)Y} + \Delta_{(ab),L,R}^{(2)Y} + \Delta_{(ab),L,R}^{(3)Y} + \Delta_{(ab),L,R}^{(8)Y} + \Delta_{(ab),L,R}^{(6)H_2} + \Delta_{(ab),L,R}^{(9+10)H_2}, \\
\Delta_{3,L,R} &= \Delta_{(ab),L,R}^{(7)H_1} + \Delta_{(ab),L,R}^{(7)H_2} + \Delta_{(ab),L,R}^{(4+5)W} + \Delta_{(ab),L,R}^{(4+5)Y}.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

## 2.4 Kết quả giải số và biện luận

### Thiết lập vùng tham số

Chúng tôi sử dụng các tham số thực nghiệm đã biết

$$\begin{aligned}
v &= \frac{\sqrt{2}m_W}{g}, \quad s_\alpha = \frac{m_W}{\sqrt{2}m_Y}, \quad \omega = \frac{2m_Y}{gc_\alpha}, \\
f &= \frac{gc_\alpha m_{H_1^\pm}^2}{4m_Y}, \quad m_{H_2^\pm}^2 = \frac{m_{H_1^\pm}^2}{2} (t_\alpha^2 + 1), \\
\lambda_2 &= \frac{t_\alpha^2}{2} \left( \frac{m_{h_1^0}^2}{v} - \frac{m_{H_1^\pm}^2}{2\omega^2} \right) + \frac{\left( \lambda_3 - \frac{m_{H_1^\pm}^2}{2\omega^2} \right)^2}{4\lambda_1 - \frac{m_{h_1^0}^2}{v^2}}.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

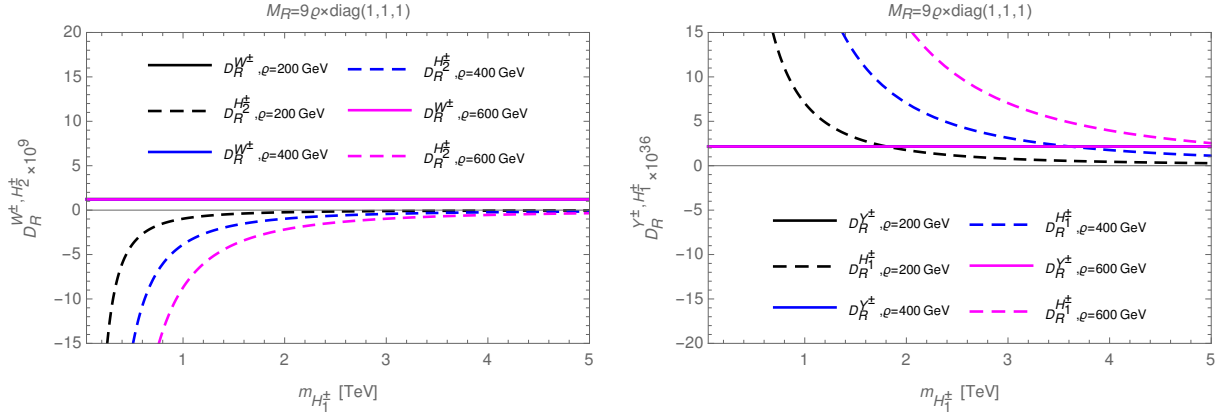
Chúng tôi cố định giá trị của  $\varrho$  là 100, 200, 400, 500 và 600 GeV. Để biểu diễn khối lượng của neutrino nặng ( $F'_a$ ), chúng tôi tham số hóa ma trận  $M_R$  dưới dạng ma trận chéo  $M_R = \text{diag}(M_R, M_R, M_R)$ .

### Kết quả giải số cho cLFV

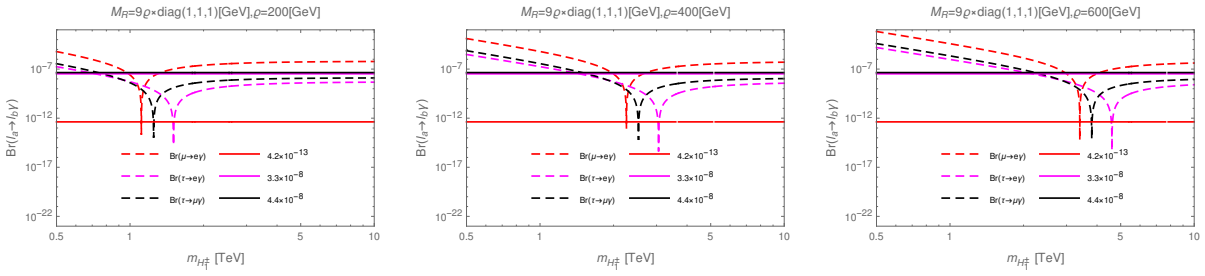
Trước tiên, chúng tôi khảo sát các giá trị của  $D_R$  trong phương trình (2.20) theo  $\varrho$  và  $m_{H_1^\pm}$ . Kết quả cho thấy trong vùng không gian tham số khảo sát, đóng góp của  $D_R^{W^\pm}$  và  $D_R^{H_2^\pm}$  vào tỉ lệ rẽ nhánh  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  là chiếm ưu thế.

Chọn  $k = 9$  và  $\varrho = 200, 400, 600$  GeV,  $m_{H_1^\pm}$  trong khoảng từ 500 GeV đến 10 TeV, sự thay đổi của  $Br(l_a \rightarrow l_b\gamma)$  theo  $m_{H_1^\pm}$  với tham số cố định  $\varrho$  được thể hiện trên hình 2.4.

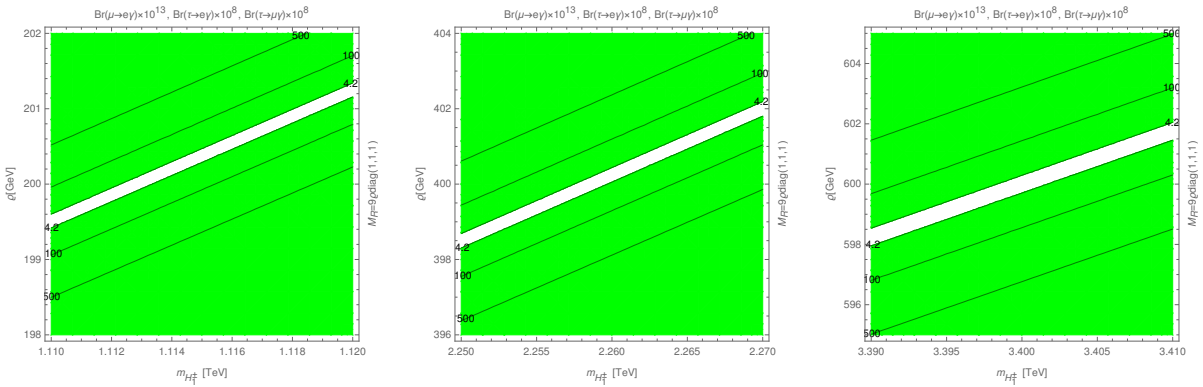
Đồ thị các đường đồng mức được thể hiện qua hình 2.5. Các kết quả ở hình 2.4 và 2.5 cho thấy trong vùng không gian cho phép nơi  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  nằm trong giới hạn thực nghiệm, tỉ lệ rẽ nhánh của hai kênh rẽ  $Br(\tau \rightarrow e\gamma)$  và  $Br(\tau \rightarrow \mu\gamma)$



**Hình 2.3:** Đồ thị biểu diễn giá trị của  $D_R^{W^\pm}$ ,  $D_R^{H_2^\pm}$  (trái) và  $D_R^{Y^\pm}$ ,  $D_R^{H_1^\pm}$  (phải) vào  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  theo  $m_{H_1^\pm}$  với  $\rho = 200, 400, 600$  GeV



**Hình 2.4:** Đồ thị biểu diễn tỉ lệ rẽ nhánh của  $Br(l_a \rightarrow l_b \gamma)$  theo  $m_{H_1^\pm}$



**Hình 2.5:** Đồ thị đường đồng mức (contour plots) của  $Br(l_a \rightarrow l_b \gamma)$  theo  $\rho$  và  $m_{H_1^\pm}$ .

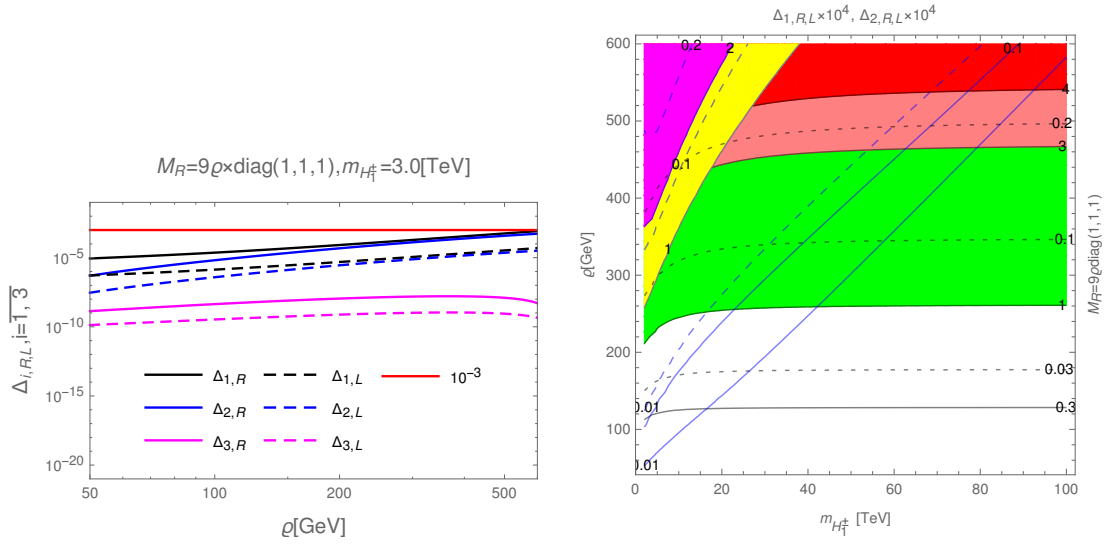
cũng thỏa mãn các giới hạn trên của thực nghiệm.

**Kết quả giải số cho LFBVD**

Đầu tiên, chúng tôi khảo sát đóng góp của các tham số vô hướng  $\Delta_{i,R,L}$ ,  $i = \overline{1,3}$  trong phương trình (2.22) đến tỉ lệ rẽ nhánh  $Br(h_1^0 \rightarrow l_a l_b)$ , đồng thời tiếp tục đánh giá tỉ số  $Br(h_1^0 \rightarrow l_a l_b)$  trong vùng không gian hẹp đã đề cập ở phần trước. Các tính toán được thực hiện cả trong trường hợp  $M_R$  phân bậc và không phân bậc.

Khi  $M_R = 9\rho \times \text{diag}(1, 1, 1)$ , đóng góp của  $\Delta_{i,R,L}$ ,  $i = \overline{1,3}$  vào tỉ lệ rẽ nhánh  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  được biểu thị trong hình 2.6.

Các đóng góp vào tỉ lệ rẽ  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  trong trường hợp  $M_R = 9\rho \times$



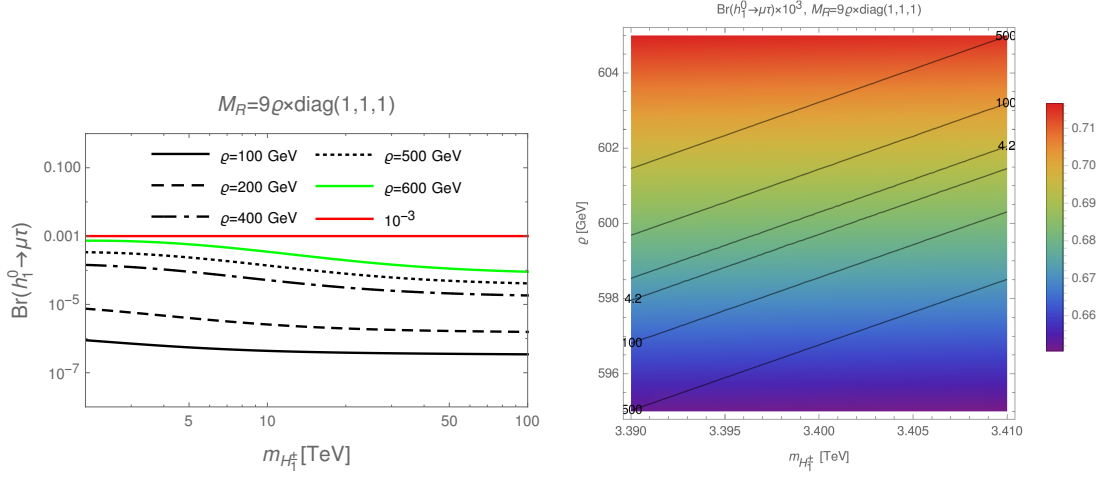
**Hình 2.6:** Đồ thị  $\Delta_{i,R,L}$ ,  $i = \overline{1,3}$  theo  $\rho$  với  $m_{H_1^\pm} = 3.0$  TeV (trái) và đường đồng mức  $\Delta_{1,2,R,L}$  theo  $m_{H_1^\pm}$  và  $\rho$  (phải). Trong hình bên phải, các đường màu đen, xanh, gạch đứt màu đen và gạch đứt màu xanh biểu thị giá trị của  $\Delta_{1,R}, \Delta_{2,R}, \Delta_{1,L}, \Delta_{2,L}$ , tương ứng.

$\text{diag}(1, 1, 1)$  được minh họa trên hình 2.7. Kết quả cho thấy giá trị lớn nhất của  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  có thể đạt tới khoảng  $0.71 \times 10^{-3}$ .

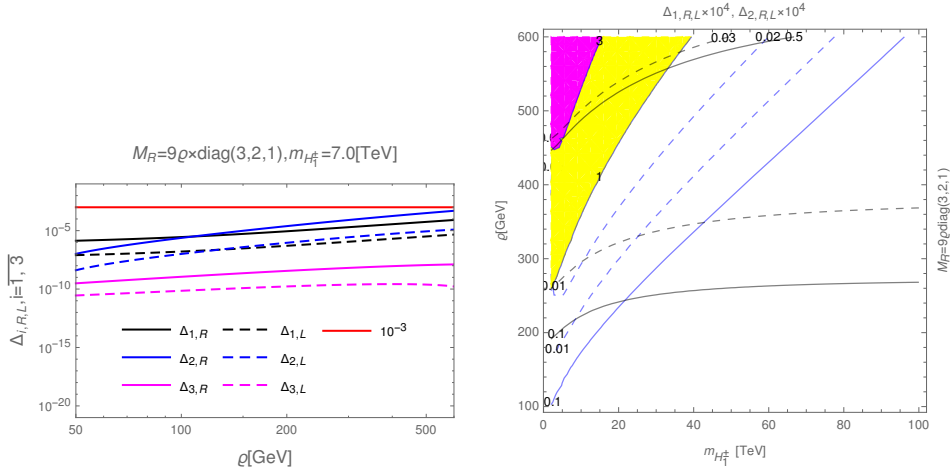
Tiếp theo chúng tôi khảo sát  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  trong hai trường hợp  $M_R = 9\rho \times \text{diag}(3, 2, 1)$  và  $M_R = 9\rho \times \text{diag}(1, 2, 3)$  thể hiện ở các hình 2.8, 2.9, 2.10. Các kết quả cho thấy tỉ lệ rẽ nhánh  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  thỏa mãn giới hạn thực nghiệm trong cả hai trường hợp  $M_R$  phân bậc, tuy nhiên giá trị của chúng vẫn thấp hơn trường hợp  $M_R$  không phân bậc.

Các nội dung chương 2 được viết dựa trên kết quả bài báo đăng trên tạp



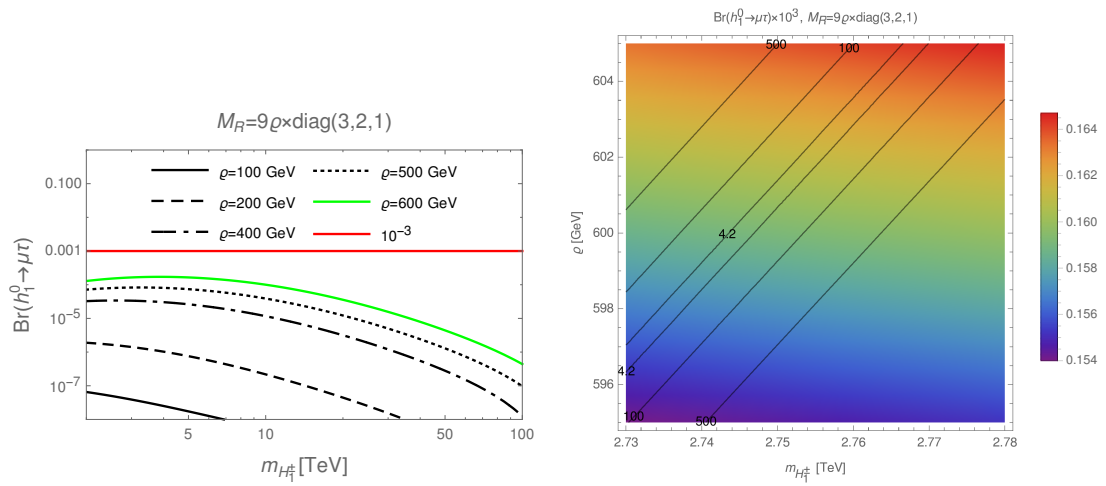


**Hình 2.7:** Đồ thị  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  theo  $m_{H_1^\pm}$  với  $\rho = 100, 200, 400, 500, 600$  GeV và  $M_R = 9\rho \times \text{diag}(1, 1, 1)$  (trái) và đồ thị mật độ của  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  theo  $m_{H_1^\pm}$  và  $\rho$  (phải). Đường cong màu đen ở hình bên phải biểu thị giá trị của  $Br(\mu \rightarrow e\gamma) \times 10^{13}$ .

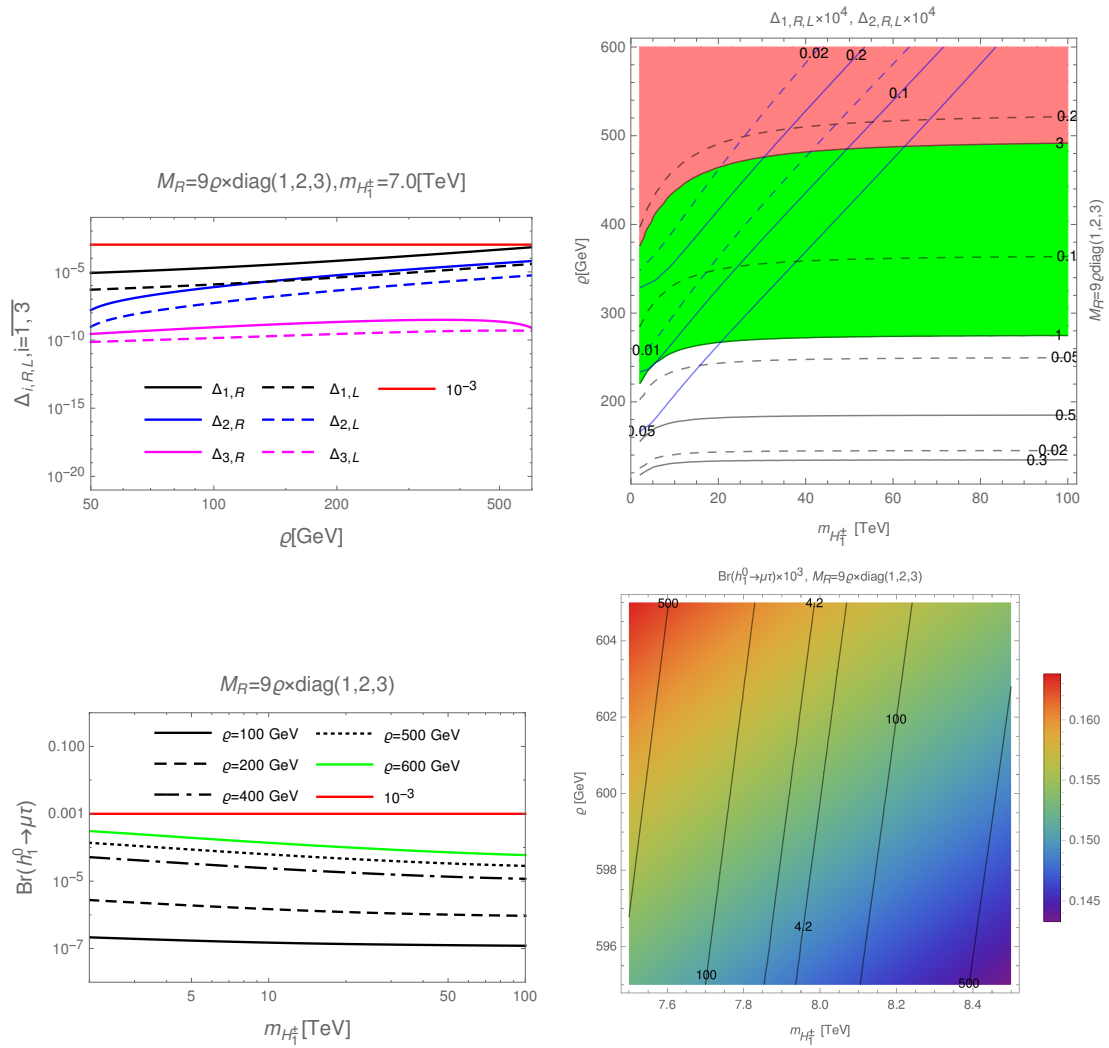


**Hình 2.8:** Đồ thị  $\Delta_{i,R,L}, i = \overline{1, 3}$  theo  $\rho$  với  $m_{H_1^\pm} = 7.0$  TeV (trái) và đường đồng mức (contour plots)  $\Delta_{1,2,R,L}$  theo  $m_{H_1^\pm}$  và  $\rho$  (phải).

chí PTEP, **083B01**,(2021).



**Hình 2.9:** Đồ thị của  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  theo  $m_{H_1^\pm}$  với các giá trị cố định  $\rho = 100, 200, 400, 500, 600$  GeV và  $M_R = 9\rho \times \text{diag}(3, 2, 1)$  (trái) và đồ thị mật độ của  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  theo  $m_{H_1^\pm}$  và  $\rho$  với  $M_R = 9\rho \times \text{diag}(3, 2, 1)$  (phải). Đường cong màu đen ở đồ thị bên phải biểu thị giá trị của  $Br(\mu \rightarrow e\gamma) \times 10^{-13}$ .



Hình 2.10: Đồ thị của  $\Delta_{i,R,L}$ ,  $i = \overline{1,3}$  và  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  theo các tham số của mô hình

## Chương 3

# MÔ MEN TỪ DỊ THƯỜNG CỦA MUON TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI CƠ CHẾ SEESAW NGHỊCH ĐẢO

### 3.1 Giới thiệu chung

Mô hình 331ISS đã được khảo sát ở chương ??, kết quả tồn tại vùng tham số cho phép giải thích tốt tín hiệu rã cLFV và LFVHD. Tuy nhiên khi khảo sát mô men từ dị thường của muon, chúng tôi thu được giá trị  $\Delta a_\mu$  nhỏ không thể giải thích được số liệu thực nghiệm cho mô men từ dị thường hiện tại. Do đó, chúng tôi thêm một đơn tuyến Higgs boson mới  $h_3^\pm$  vào mô hình 331ISS.

Xét trường hợp tổng quát  $u \neq v$ . Sử dụng tham số:

$$t_{\beta'} \equiv \tan \beta' = \frac{u}{v}, \quad v = v_0 c_{\beta'}, \quad u = v_0 s_{\beta'}, \quad (3.1)$$

ma trận  $m_D$  được chúng tôi tham số hóa như sau:

$$m_D = \varrho c_{\beta'} \times \tilde{m}_D, \quad \tilde{m}_D = \begin{pmatrix} 0 & x_{12} & x_{13} \\ -x_{12} & 0 & 1 \\ -x_{13} & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

Sử dụng thế Higgs tổng quát:

$$V_h = \sum_{S=\eta,\rho,\chi} \left[ \mu_S^2 S^\dagger S + \lambda_S (S^\dagger S)^2 \right] + \lambda_{12} (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) \\ + \lambda_{13} (\eta^\dagger \eta) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{23} (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \tilde{\lambda}_{12} (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta)$$

$$+ \tilde{\lambda}_{13}(\eta^\dagger \chi)(\chi^\dagger \eta) + \tilde{\lambda}_{23}(\rho^\dagger \chi)(\chi^\dagger \rho) + \sqrt{2}\omega f (\epsilon_{ijk}\eta^i \rho^j \chi^k + \text{h.c.}), \quad (3.3)$$

### 3.2 Biểu thức giải tích của mô men từ dị thường của muon

Xét quá trình rã cLFV của lepton mang điện  $l_b \rightarrow l_a \gamma$ , từ Lagrangian liên quan đến các boson chuẩn mang điện, chúng tôi có các đóng góp ở bậc một vòng như sau:

$$\begin{aligned} c_{(ab)R}^W &= \frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2} \sum_{i=1}^9 U_{ai}^\nu U_{bi}^{\nu*} F_{LVV} \left( \frac{m_{n_i}^2}{m_W^2} \right), \\ c_{(ba)R}^W &= \frac{eg^2 m_{l_a}}{32\pi^2 m_W^2 m_{l_b}} \sum_{i=1}^9 U_{bi}^\nu U_{ai}^{\nu*} F_{LVV} \left( \frac{m_{n_i}^2}{m_W^2} \right), \\ c_{(ab)R}^Y &= \frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2} \sum_{i=1}^9 U_{(a+3)i}^\nu U_{(b+3)i}^{\nu*} \frac{m_W^2}{m_Y^2} \times F_{LVV} \left( \frac{m_{n_i}^2}{m_Y^2} \right), \\ c_{(ba)R}^Y &= \frac{eg^2 m_{l_a}}{32\pi^2 m_W^2 m_{l_b}} \sum_{i=1}^9 U_{(b+3)i}^\nu U_{(a+3)i}^{\nu*} \frac{m_W^2}{m_Y^2} \times F_{LVV} \left( \frac{m_{n_i}^2}{m_Y^2} \right), \end{aligned} \quad (3.4)$$

Các đóng góp của Higgs boson:

$$\begin{aligned} c_{(ab)R}^{H,i} &= \frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2 m_{l_b} m_{H_i}^2} \sum_{k=1}^9 \left[ \lambda_{ak}^{L,i*} \lambda_{bk}^{R,i} m_{n_k} F_{LHH} \left( \frac{m_{n_k}^2}{m_{H_i}^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left( m_{l_b} \lambda_{ak}^{L,i*} \lambda_{bk}^{L,i} + m_{l_a} \lambda_{ak}^{R,i*} \lambda_{bk}^{R,i} \right) \tilde{F}_{LHH} \left( \frac{m_{n_k}^2}{m_{H_i}^2} \right) \right], \\ c_{(ba)R}^{H,i} &= \frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2 m_{l_b} m_{H_i}^2} \sum_{k=1}^9 \left[ \lambda_{bk}^{L,i*} \lambda_{ak}^{R,i} m_{n_k} F_{LHH} \left( \frac{m_{n_k}^2}{m_{H_i}^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left( m_{l_a} \lambda_{bk}^{L,i*} \lambda_{ak}^{L,i} + m_{l_b} \lambda_{bk}^{R,i*} \lambda_{ak}^{R,i} \right) \tilde{F}_{LHH} \left( \frac{m_{n_k}^2}{m_{H_i}^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.5)$$

với  $b \geq a$ . Tổng các đóng góp cho quá trình cLFV và  $\Delta a_\mu^{33\text{ISS}}$  là:

$$\begin{aligned} c_{(ab)R} &= c_{(ab)R}^W + c_{(ab)R}^Y + c_{(ab)R}^{H_1} + c_{(ab)R}^{H_2}, \\ c_{(ba)R} &= \{c_{(ab)R} [a \leftrightarrow b]\} \times \frac{m_{l_a}}{m_{l_b}}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Các đóng góp của bậc 1 vòng từ các boson chuẩn mang điện vào  $a_{l_a}$  và mô men lưỡng cực điện  $d_{l_a}$  của lepton mang điện  $l_a$  là:

$$\begin{aligned} a_{l_a}^V &= a_{l_a}^W + a_{l_a}^Y \equiv -\frac{4m_{l_a}^2}{e} \left( \text{Re}[c_{(aa)R}^W] + \text{Re}[c_{(aa)R}^Y] \right), \\ d_{l_a}^V &= d_{l_a}^W + d_{l_a}^Y \equiv -2m_{l_a} \left( \text{Im}[c_{(aa)R}^W] + \text{Im}[c_{(aa)R}^Y] \right), \end{aligned} \quad (3.7)$$

Các đóng góp của Higgs boson mang điện vào  $a_{l_a}$  và  $d_{l_a}$  là:

$$\begin{aligned} a_{l_a}^H &= \sum_{k=1}^2 a_{l_a}^{H,k}, \quad a_{l_a}^{H,k} \equiv -\frac{4m_{l_a}^2}{e} \text{Re}[c_{(aa)R}^{H,k}], \\ d_{l_a}^H &= \sum_{k=1}^2 d_{l_a}^{H,k}, \quad d_{l_a}^{H,k} \equiv -2m_{l_a} \text{Im}[c_{(aa)R}^{H,k}]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Độ lệch  $a_\mu$  giữa dự đoán bởi mô hình 331ISS và mô hình chuẩn:

$$\begin{aligned} \Delta a_{e_a}^{331\text{ISS}} &\equiv \Delta a_{l_a} = \Delta a_{l_a}^W + a_{l_a}^Y + a_{l_a}^{H,1} + a_{l_a}^{H,2}, \\ \Delta a_{l_a}^W &= a_{l_a}^W - a_{l_a}^{\text{SM},W}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

Tỉ lệ rẽ nhánh của cLFV được xác định theo công thức:

$$\text{Br}(l_b \rightarrow l_a \gamma) \simeq \frac{48\pi^2}{G_F^2} \left( |c_{(ab)R}|^2 + |c_{(ba)R}|^2 \right) \text{Br}(l_b \rightarrow l_a \bar{\nu}_a \nu_b), \quad (3.10)$$

### 3.3 Mô hình 331ISS có thêm Higgs boson mang điện đơn

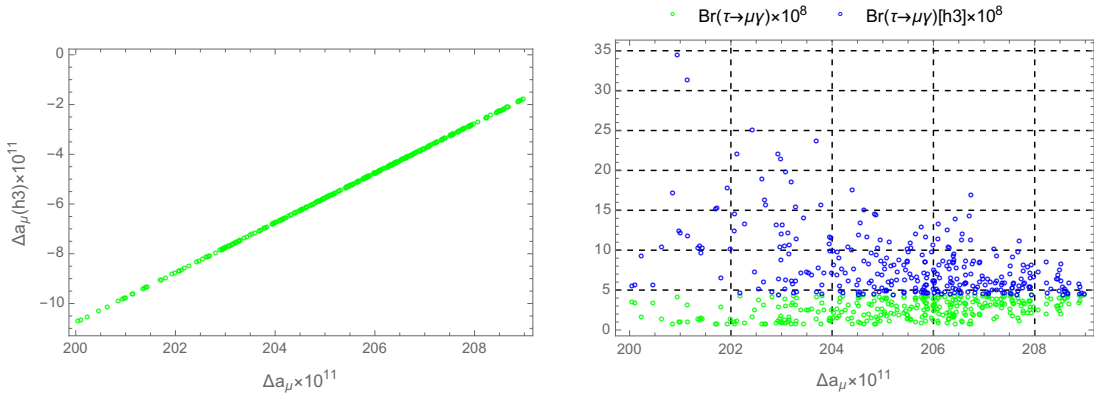
Thêm vào mô hình đơn tuyến Higgs boson mang điện đơn mới  $h_3^\pm \sim (1, 1, \pm 1)$ , chúng tạo ra đóng góp mới ở bậc một vòng cho cả  $\Delta a_\mu$  như sau:

$$\begin{aligned} c_{(ab)R}^{h_3} &= \frac{em_{l_a}}{16\pi^2 m_{l_b} m_{h_3}^2} \sum_{k=1}^9 \sum_{c=1}^3 Y_{ca}^3 Y_{cb}^{3*} U_{(a+6)k}^{\nu*} U_{(b+6)k}^\nu \tilde{F}_{LHH} \left( \frac{m_{n_k}^2}{m_{h_3}^2} \right), \\ c_{(ba)R}^{h_3} &= \frac{e}{16\pi^2 m_{h_3}^2} \sum_{k=1}^9 \sum_{c=1}^3 Y_{ca}^{3*} Y_{cb}^3 U_{(a+6)k}^\nu U_{(b+6)k}^{\nu*} \tilde{F}_{LHH} \left( \frac{m_{n_k}^2}{m_{h_3}^2} \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

### 3.4 Khảo sát số và đóng góp của Higgs boson mang điện đơn $h_3^\pm$ vào mô men từ dị thường

Khi có thêm đóng góp của Higgs boson mới mang điện đơn, các giá trị cho phép của  $\Delta a_\mu \equiv \Delta a_\mu^{331\text{ISS}} \geq 192 \times 10^{-11}$  tương ứng với cận dưới của độ tin cậy  $1\sigma$  đã được giải thích thành công, minh họa trong hình 3.1.

Ở đây  $\Delta a_\mu(h_3)$  và  $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)[h_3]$  biểu thị đóng góp ở bậc 1 vòng từ  $h_3^\pm$  vào



**Hình 3.1:** Tương quan giữa  $\Delta a_\mu \equiv \Delta a_\mu^{331\text{ISS}}$  với  $\Delta a_\mu(h_3)$  và  $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)[h_3]$ .

$\Delta a_\mu$  và  $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ , cụ thể:

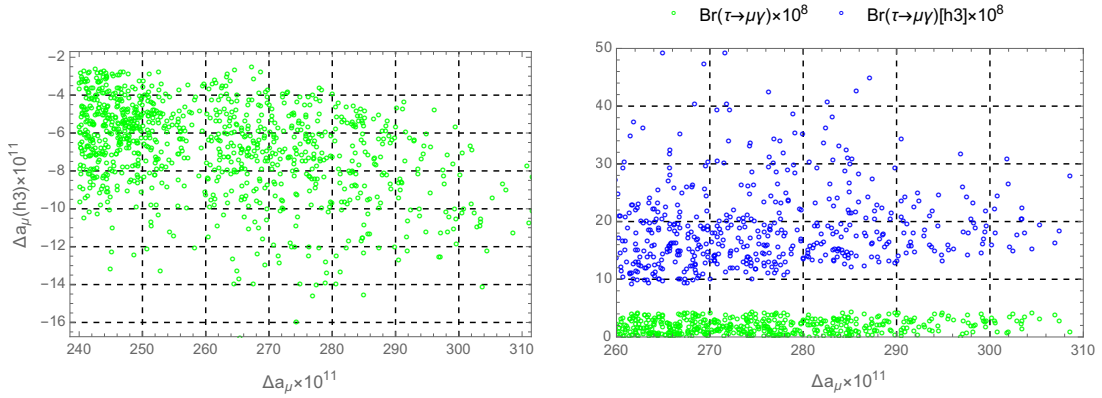
$$\begin{aligned} \Delta a_\mu[h_3] &= -\frac{4m_\mu^2}{e} \text{Re}[c_{(22)R}^{h_3}], \\ \text{Br}(l_b \rightarrow l_a\gamma)[h_3] &= \frac{48\pi^2}{G_F^2} \left( \left| c_{(ab)R}^{h_3} \right|^2 + \left| c_{(ba)R}^{h_3} \right|^2 \right) \text{Br}(l_b \rightarrow l_a \bar{\nu}_a \nu_b). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Giải số giá trị của  $c_{(ab)R}$  được trình bày trong bảng 3.1. Kết quả giải số biểu thị trong hình 3.1 cho ta một số thông tin rất thú vị. Ở đồ thị bên trái, đóng góp của  $h_3^\pm$  vào  $\Delta a_\mu$  là luôn âm, nhưng nhỏ hơn rất nhiều so với đóng góp tổng:  $0 < -\Delta a_\mu(h_3^\pm) \leq 1.5 \times 10^{-10} \ll 200 \times 10^{-11} \sim \Delta a_\mu$ . Mặt khác, đóng góp ở bậc một vòng của  $c_{(32)R}^{h_3}$  và  $c_{(32)R}^{H_2}$  là cùng bậc nhưng trái dấu nhau. Do đó tổng  $|c_{(32)R}|$  là đủ nhỏ để đảm bảo  $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ .

Vùng cho phép  $\Delta a_\mu^{331\text{ISS}}$  lớn được biểu thị trên hình 3.2, trong đó giá trị lớn  $\Delta a_\mu^{331\text{ISS}} > 300 \times 10^{-11}$  yêu cầu khối lượng Higgs boson mang điện nhẹ  $m_{H_1} \rightarrow 500$  GeV,  $\varrho \rightarrow 1223$  GeV, và  $t_{\beta'} \rightarrow 60$ .

Notations	$c_{(ab)R}^W$ $-c_{(ab)R}^{W,SM}$	$c_{(ab)R}^Y$	$c_{(ab)R}^{H_1}$	$c_{(ab)R}^{H_2}$	$c_{(ab)R}^{h_3}$	$c_{(ab)R}$	Process
$\Delta a_\mu : c_{(22)R} \times 10^{10}$	5.3	-0.386	-211.	61.1	3.7	-141.1	$\Delta a_\mu = 20.5 \times 10^{-10}$
$\mu \rightarrow e\gamma : c_{(12)R} \times 10^{13}$	449.16	61.536	-75957.	75443.	0	-2.5234	$\text{Br}(12R) = 2.2174 \times 10^{-13}$
$\mu \rightarrow e\gamma : c_{(21)R} \times 10^{13}$	2.1388	0.29303	-361.70	357.43	0	-1.8329	$\text{Br}(21R) = 1.1699 \times 10^{-13}$
$\tau \rightarrow e\gamma : c_{(13)R} \times 10^{10}$	-0.00510	0.0540	4.25	-2.96	0	1.34	$\text{Br}(13R) = 111. \times 10^{-10}$
$\tau \rightarrow e\gamma : c_{(31)R} \times 10^{10}$	$\sim 0$	$\sim 0$	0.00120	0.0664	0	0.0676	$\text{Br}(31R) = 0.284 \times 10^{-10}$
$\tau \rightarrow \mu\gamma : c_{(23)R} \times 10^{10}$	-0.00721	-0.0445	1.20	-2.51	0.164	-1.20	$\text{Br}(23R) = 86.7 \times 10^{-10}$
$\tau \rightarrow \mu\gamma : c_{(32)R} \times 10^{10}$	-0.000426	-0.00263	0.0708	-5.18	2.77	-2.33	$\text{Br}(32R) = 330. \times 10^{-10}$

**Bảng 3.1:** Đóng góp cụ thể của  $c_{(ab)R}^X[\text{GeV}^{-2}]$  vào  $\Delta a_\mu$  và  $\text{Br}(e_b \rightarrow e_a \gamma)$  với các tham số tự do.



**Hình 3.2:** Tương quan giữa  $\Delta a_\mu \equiv \Delta a_\mu^{331ISS} \geq 240 \times 10^{-11}$  với  $\Delta a_\mu(h_3)$  và  $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)[h_3]$ .

Các nội dung chương 3 được viết dựa trên kết quả bài báo đăng trên tạp chí Phys. Rev. D **104** 033007 (2021).



# KẾT LUẬN

Luận án thu được một số kết quả chính như sau:

- Xây dựng được biểu thức giải tích tổng quát để tính đóng góp bậc một vòng vào biên độ rã cLFV và LFBVD, tính tỉ số rã nhánh của quá trình rã  $l_a \rightarrow l_b \gamma$  và rã  $h \rightarrow l_a l_b$  trong mô hình 331ISS. Khảo sát sự phụ thuộc của Br của các kênh rã vào một số tham số của mô hình, tìm được các vùng không gian tham số cho phép thỏa mãn các kết quả thực nghiệm gần đây về rã cLFV, đồng thời cho tỉ số rã nhánh LFBVDs đủ lớn để thực nghiệm có thể đo được trong tương lai gần.
- Tìm ra đóng góp của neutrino nặng qua các hệ số  $\Delta_i$ ,  $i = \overline{1, 3}$  dẫn đến sự thay đổi của  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$ , thể hiện thông qua sự phân bậc của ma trận trộn  $M_R$ . Khi  $M_R$  có dạng không phân bậc  $M_R \sim \text{diag}(1, 1, 1)$ , thì  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  đạt giá trị lớn hơn trong trường hợp phân bậc. Giá trị lớn nhất  $Br(h_1^0 \rightarrow \mu\tau)$  có thể đạt tới  $\mathcal{O}(10^{-3})$  trong phạm vi của mô hình.
- Thiết lập biểu thức giải tích cho mô men từ dị thường của muon trong mô hình 331ISS, khảo sát số giá trị  $\Delta a_\mu$  của mô men từ dị thường của muon trong mô hình 331ISS.
- Thêm vào mô hình 331ISS một đơn tuyến Higgs mới  $h_3$ , mô hình có thể giải thích đồng thời các dữ liệu thực nghiệm của  $\Delta a_\mu$  ( $\Delta a_\mu^{331ISS} \geq 192 \times 10^{-11}$ ) trong các giới hạn gần đây của các kênh rã cLFV.

# Danh sách các công bố liên quan đến luận án

1. H.T. Hung, **N.T.Tham**, T.T. Hieu, N.T.T. Hang, "*Contribution of heavy neutrinos to decay of standard-model-like Higgs boson  $h \rightarrow \mu\tau$  in a 3-3-1 model with additional gauge singlets*", PTEP, 083B01, **2021**.
2. L.T.Hue, H.T.Hung, **N.T.Tham**, H.N.Long, T. Phong Nguyen, "*Large  $(g - 2)_\mu$  and signals of decays  $e_b \rightarrow e_a\gamma$  in a 3-3-1 model with inverse seesaw neutrinos*", Phys.Rev.D **104**, 033007 (2021).