

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI 2  
KHOA VẬT LÝ



LUẬN ÁN TIẾN SĨ

**THẾ HIGGS TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI  
CƠ CHẾ CKS VÀ PHÂN LOẠI CÁC MÔ  
HÌNH 3-3-1 DỰA TRÊN DỮ LIỆU TÍCH YẾU**

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán

Mã số: 9 44 01 03

Nghiên cứu sinh: Nguyễn Văn Hợp

Hướng dẫn khoa học: 1. GS.TS. Hoàng Ngọc Long

2. TS. Nguyễn Huy Thảo

-2020-

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ**

**THẾ HIGGS TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI**

**CƠ CHẾ CKS VÀ PHÂN LOẠI CÁC MÔ**

**HÌNH 3-3-1 DỰA TRÊN DỮ LIỆU TÍCH YẾU**

**Nguyễn Văn Hợp**

Ngày 1 tháng 11 năm 2020

## Lời cảm ơn

Tôi vốn là một học trò tinh tắn và cũng là một người thầy chăm chỉ, nhưng phải thú thật rằng quãng thời gian làm nghiên cứu sinh Tiến sĩ là giai đoạn thách thức nhất trong đời tôi tính cho đến lúc này. Hành trình trở thành Tiến sĩ tựa như một chuyến đi ra biển lớn. Dù có sự chuẩn bị chu đáo đến đâu, và kể cả khi đã dự liệu một đích đến tốt đẹp, thì cảm giác lo lắng và đôi lúc nao núng là không thể tránh khỏi. May mắn là tôi được đi cùng một thủy thủ đoàn có hoa tiêu dạn dày, có tài công chắc tay lái, có đồng đội sát cánh, cùng những vì sao dẫn đường lúc đêm tối, để cuối cùng, giờ đây tôi đã đặt một chân ở đích đến.

Trước tiên, tôi xin thành kính ghi ơn Thầy tôi, GS.TS. Hoàng Ngọc Long, người đã nhận tôi vào nhóm nghiên cứu, đã định hướng nghiên cứu, thi phạm kỹ năng và truyền thụ kiến thức chuyên môn cho tôi từ bậc học Thạc sĩ trước đây cho đến bậc Tiến sĩ lần này. Tôi không bao giờ quên ơn Thầy tôi, cùng tất cả Thầy Cô cũ trước đây, đã vun đắp cho tôi những nền tảng học thuật và khai sáng cho tôi những bài học cuộc sống để tôi được như ngày hôm nay.

Tôi rất biết ơn Thầy hướng dẫn, TS. Nguyễn Huy Thảo, người đã luôn song hành cùng tôi trong chuyên môn, chia sẻ khi vui buồn và đã hỗ trợ tôi tối đa trong việc lập kế hoạch học tập cũng như hoàn tất mọi thủ tục liên quan đến quá trình đào tạo tiến sĩ.

Tôi xin có đôi dòng cảm ơn TS. Lê Thọ Huệ, một người anh em kề vai sát cánh cùng tôi, chẳng những hỗ trợ tôi những khó khăn trong sinh hoạt lúc đi học mà còn cho tôi những chỉ dẫn chuyên môn từ A đến Z những khi tôi không

có Thầy bên cạnh. Cảm ơn PGS.TS Hà Thanh Hùng, người bạn săn sàng chia sẻ vui buồn, động viên khích lệ tôi trong những tháng ngày tôi sống và làm việc xa nhà.

Xin cảm ơn quý Thầy Cô, các nhà quản lý và điều hành tại trường Đại Học Sư Phạm Hà Nội 2, đặc biệt là quý Thầy Cô ở Khoa Vật Lý đã tạo điều kiện thuận lợi, hướng dẫn học thuật cho tôi hoàn thành việc học và nhiệt tình hỗ trợ cho tôi trong mọi thủ tục.

Xin chân thành cảm ơn các đồng nghiệp của tôi tại Trường Đại Học Cần Thơ, đặc biệt là TS. Nguyễn Thị Kim Ngân, đã đồng cảm và gánh vác bớt công việc hộ tôi trong mọi lúc. Xin cảm ơn Thầy hiệu trưởng - PGS.TS Hà Thanh Toàn, cô Trưởng Khoa KHTN - PGS.TS Bùi Thị Bửu Huê, những người đã truyền cảm hứng cho tôi.

Sau cùng, tôi xin dành vinh dự và thành quả này cho Cha, Mẹ, Anh Chị Em, Vợ và các con của tôi, những người đã luôn yêu thương, chia sẻ, hy sinh và dõi theo mọi bước đi của tôi. Xin đặc biệt cảm ơn con gái bảy tuổi Nguyễn Thùy Dương của tôi, tuy bé nhưng luôn là động lực, niềm an ủi và là chỗ dựa tinh thần vững chắc của tôi.

Luận án này là thành quả của hoạt động nghiên cứu trong khoảng 3 năm tôi được làm việc trong nhóm nghiên cứu do GS. Hoàng Ngọc Long chủ trì. Một lần nữa, tôi xin gửi lời cảm ơn GS. Hoàng Ngọc Long, TS. Nguyễn Huy Thảo và TS. Lê Thọ Huệ đã cho tôi những định hướng, chỉ dẫn chuyên môn và những hỗ trợ tinh thần, vật chất trong thời gian vừa qua.

Xin chân thành cảm ơn.

Nguyễn Văn Hợp

## Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan các kết quả khoa học chính được trình bày trong luận án này là sản phẩm khoa học có được do bản thân tôi đóng góp vào hoạt động nghiên cứu trong thời gian 3 năm tôi làm nghiên cứu sinh tại Trường ...

Trong luận án này, phần đầu của Chương 1 giới thiệu bối cảnh và các thành tựu khoa học mà dựa trên đó các công trình khoa học có tôi tham gia và luận án của tôi được xây dựng, phần còn lại của chương này là đóng góp khoa học của nhóm chúng tôi. Chương 2 và chương 3 trình bày chủ yếu dựa trên các công trình khoa học của nhóm nghiên cứu có tôi tham gia. Phần kết luận tóm tắt lại các kết quả khoa học chính của luận án.

Cuối cùng, tôi xin cam kết các kết quả chính trong luận án "**Thế Higgs trong mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS và phân loại các mô hình 3-3-1 dựa trên dữ liệu tích yếu**" là thành quả khoa học của tôi và nhóm nghiên cứu mà tôi tham gia, không trùng lặp với kết quả trong luận án khác hay công trình khoa học khác đã có.

(tác giả)

# Mục lục

Danh mục các ký hiệu và chữ viết tắt	6
Danh mục các bảng	7
Danh mục các hình vẽ	10
Phần mở đầu	11
<b>Chương 1. Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS</b>	<b>19</b>
1.1 Sơ lược về các mô hình 3-3-1 và boson chuẩn trung hòa mới . . . . .	19
1.2 Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS . . . . .	21
1.2.1 Phần fermion của Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS . . . . .	21
1.2.2 Boson chuẩn, góc trộn và khối lượng của chúng . . . . .	24
1.2.3 Xác định giới hạn tham số mô hình và giới hạn khối lượng của các boson chuẩn dựa vào tham số $\rho$ . . . . .	27
1.2.4 Tiết diện tán xạ toàn phần cho quá trình sinh boson chuẩn nặng $Z_2$ ở LHC theo cơ chế Drell-Yan . . . . .	30
<b>Chương 2. Thé Higgs và một số vấn đề hiện tượng luận có liên quan đến Higgs trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS</b>	<b>32</b>
2.1 Thé Higgs toàn phần . . . . .	32
2.2 Thé Higgs bảo toàn số lepton . . . . .	34
2.3 Các trường hợp giản lược . . . . .	41
2.3.1 Phần Higgs CP-lẻ . . . . .	41
2.3.2 Phần Higgs CP-chẵn và Higgs như mô hình chuẩn . . . . .	42
2.3.3 Phần Higgs mang điện . . . . .	45
2.4 Thé Higgs vi phạm số lepton . . . . .	46

2.5	Một số hiện tượng luận liên quan đến nội dung Higgs trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS . . . . .	46
2.5.1	Dóng góp của phần vô hướng vào tham số $\rho$ . . . . .	46
2.5.2	Hiện tượng luận về boson Higgs nặng $H_4$ . . . . .	50
2.5.3	Mật độ tàn dư của vật chất tối (Dark matter relic density) . . . . .	53
<b>Chương 3.</b>	<b>Biện luận các đặc tính của các mô hình 3-3-1 dựa vào dữ liệu tích yếu của <math>^{133}\text{Cs}</math> và của proton</b>	<b>57</b>
3.1	Giá trị thực nghiệm của tích yếu của $^{133}\text{Cs}$ , proton và công thức tích yếu trong các mô hình mở rộng . . . . .	57
3.2	Hiện tượng APV trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS . . . . .	62
3.2.1	Tương tác dòng trung hòa . . . . .	62
3.2.2	Biểu thức bỗ đính tích yếu trong Mô hình 3-3-1 CKS . . . . .	63
3.3	Hiện tượng APV trong các mô hình 3-3-1 $\beta$ . . . . .	65
3.3.1	APV trong mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm\sqrt{3}$ . . . . .	68
3.3.2	APV trong mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ . . . . .	72
3.3.3	APV trong mô hình 3-3-1 với $\beta = 0$ . . . . .	73
<b>Phần kết luận</b>		<b>78</b>
Phụ lục A:	Dóng góp của tích yếu hạt nhân vào APV . . . . .	109
Phụ lục B:	Thiết lập công thức tích yếu . . . . .	110
B.1	Lưu ý về ký hiệu . . . . .	110
B.2	Tích yếu $Q_W^{\text{SM}}$ trong Mô hình chuẩn . . . . .	110
B.3	Tích yếu $Q_W^{\text{BSM}}$ trong các mô hình mở rộng . . . . .	112
B.4	Bỗ đính tích yếu $\Delta Q_W^{\text{BSM}}$ của mô hình mở rộng . . . . .	114
B.5	Sự độc lập pha của công thức tích yếu trong mô hình 3-3-1- $\beta$	117

## Danh mục các ký hiệu và chữ viết tắt

APV	Ví phạm tính chẵn lẻ trong nguyên tử (Atom Parity Violation)
B.P.K.L	Bình phương khối lượng
BSM	Mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn (Beyond Standard Model)
CKS	Từ viết tắt của tên các tác giả: Cárcamo, Kovalenko và Schmidt
DM	Vật chất tối
LHC	Máy gia tốc hadron lớn (Large Hadron Collider)
LNC	Bảo toàn số lepton (Lepton number conservation)
LNV	Ví phạm số lepton (Lepton number violation)
Mô hình M331	Mô hình 3-3-1 tối thiểu (Minimal 3-3-1 model)
Mô hình 3-3-1- $\beta$	Mô hình 3-3-1 với tham số $\beta$ trong biểu thức toán tử điện tích của mô hình
PV	Ví phạm tính chẵn lẻ (Parity Violation)
PVES	Tán xạ electron vi phạm tính chẵn lẻ (Parity Violation Electron Scattering)
SM	Mô hình chuẩn (Standard Model)
WIMP	Hạt nặng tương tác yếu (Weakly interacting massive particle)

# Danh mục các bảng

1	Số lượng tử của các trường vô hướng Higgs đối với nhóm $Z_4 \times Z_2$	23
2	Các trường có số lepton $L$ khác không	24
3	Bình phương khối lượng của các trường Higgs CP-lẻ dưới điều kiện (2.45) và $v_\chi \gg v_\eta$ .	42
4	Bình phương khối lượng của các trường Higgs CP-chẵn dưới điều kiện (2.57) và $v_\chi \gg v_\eta$ .	44
5	Các hằng số tương tác vector và vector-trục dùng cho các tính toán APV trong nguyên tử cesium dựa theo Mô hình chuẩn và dựa theo Mô hình 3-3-1 CKS.	63
6	Các hằng số tương tác vector và vector-trục cần để tính APV trong Mô hình 3-3-1 $\beta$ .	66
7	Các cận dưới của $M_{Z_2}[\text{TeV}]$ trong trường hợp $\beta = \pm\sqrt{3}$ được rút ra dựa vào dữ liệu APV của cesium.	70
8	Các hằng số tương tác vector và vector-trục cần để tính APV trong các Mô hình 3-3-1 tối thiểu.	70
9	Miền giá trị của $M_{Z_2}$ được tiên đoán bởi Mô hình 3-3-1 tối thiểu.	72
10	Miền giá trị của $M_{Z_2}$ (TeV) trong trường hợp $\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ .	74
11	Miền giá trị được tiên đoán của $M_{Z_2}$ trong trường hợp $\beta = 0$ .	75
12	Liên hệ giữa các hằng số tương tác của dòng vector-trục và của dòng vector đóng góp vào APV trong nguyên tử cesium xét trong Mô hình chuẩn và trong Mô hình 3-3-1 CKS.	112

## Danh mục các hình vẽ

6	Mật độ tàn dư $\Omega h^2$ là hàm theo khối lượng $m_\varphi$ của ứng vien vật chất tối vô hướng $\varphi$ , khi xét với một số giá trị của hệ số vô hướng bậc hai $\lambda_{h^2\varphi^2} = 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 1$ , tương ứng với các đường cong từ trên xuống dưới. Đường thẳng nằm ngang thể hiện giá trị quan sát được $\Omega h^2 = 0.1198$ [207] của mật độ tàn dư. Các đường thẳng đứng tương ứng với các giá trị biên dưới 300 GeV và biên trên 570 GeV của khối lượng $m_\varphi$ dựa theo phép đo thực nghiệm đối với mật độ tàn dư vật chất tối. . . . .	54
7	Tương quan giữa hằng số vô hướng bậc hai và khối lượng $m_\varphi$ của ứng vien vật chất tối vô hướng $\varphi$ , phù hợp với giá trị thực nghiệm $\Omega h^2 = 0.1198$ của mật độ tàn dư vật chất tối. . . . .	56
8	$\Delta Q_W^{\text{CKS}}(Cs)$ và $\Delta Q_W^{\text{CKS}}(p)$ là hàm của $M_{Z_2}$ . . . . .	64
9	$\Delta Q_W^{331}(Cs)$ là hàm theo $M_{Z_2}$ khi xét đối với mô hình loại A (hình bên trái) và C (hình bên phải) trong trường hợp $\beta = \pm\sqrt{3}$ . Hai đường ngang màu đỏ ứng với hai biên trên và dưới của giá trị thực nghiệm của $\Delta Q_W(Cs)$ . Tính toán với $s_W^2(M_{Z_2}) = 0.246$ và $g = 0.636$ [180]. . . . .	69
10	Miền không gian tham số được phép trong mặt phẳng $M_{Z_2} - t_v$ ở mô hình loại A với $\beta = \sqrt{3}$ (hình bên trái) và loại C với $\beta = -\sqrt{3}$ (hình bên phải), trong đó miền màu cam là miền thông số bị loại trừ bởi điều kiện $t_v \leq 3.4$ ( $t_v \geq 0.3$ ). Miền màu xanh và vàng là vùng tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton. . . . .	71
11	$\Delta Q_W^{\text{M331}}(Cs)$ là hàm theo $M_{Z_2}$ đối với mô hình 3-3-1 loại A (hình bên trái) và loại C (hình bên phải). Tính toán với $s_W^2(M_{Z_2}) = 0.246$ và $g = 0.636$ [180]. . . . .	72

12	Miền không gian tham số được phép trong mặt phẳng $M_{Z_2} - t_v$ của Mô hình 3-3-1 tối thiểu loại C. Vùng màu cam là miền tham số bị loại trừ do điều kiện $t_v \geq 0.3$ . Các miền màu xanh và vàng lần lượt là các miền tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton. . . . .	73
13	$\Delta Q_W^{331}(Cs)$ là hàm theo $M_{Z_2}$ với $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ đối với mô hình loại A (hình bên trái) và loại C (hình bên phải). . . . .	74
14	$\Delta Q_W^{331}(Cs)$ là hàm theo $M_{Z_2}$ với $\beta = 0$ đối với mô hình loại A (hình bên trái) và loại C (hình bên phải). . . . .	75
15	Miền không gian tham số được phép trong mặt phẳng $M_{Z_2} - t_v$ đối với mô hình loại A với $\beta = 0$ . Các miền màu cam, xanh lá và vàng lần lượt là các miền tham số bị loại trừ do các điều kiện $t_v \leq 3.4$ , dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton. Vùng màu xanh biển là miền tham số bị loại trừ bởi điều kiện $t_v \geq 0.3$ . . . . .	76
16	Miền không gian tham số được phép của mô hình loại C trong mặt phẳng $M_{Z_2} - t_v$ . Các miền màu xanh lá và vàng lần lượt là các miền tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton. . . . .	77

# Phần mở đầu

## Tính cấp thiết của đề tài

*Vật lý hạt cơ bản* là một ngành khoa học nghiên cứu những vấn đề cơ bản nhất của khoa học, trả lời những câu hỏi cực kỳ quan trọng về những thành tố gì cơ bản nhất tạo nên mọi thứ và khám phá các quy luật, tương tác giữa các thành tố đó, đồng thời là động lực thúc đẩy và sinh ra nhiều nhánh khoa học, công nghệ khác. Ví dụ như khám phá ra phân tử, nguyên tử là tiền đề cho sự phát triển nhảy vọt của hóa học, sinh học và các ngành công nghệ; khám phá ra electron là cú hích cho sự phát triển của điện học, khoa học vật liệu và khoa học máy tính; tìm ra tương tác điện từ và hạt photon là chìa khóa cho sự phát triển ngành điện tử-viễn thông; sự hiểu về tương tác mạnh và các hạt quark là cơ sở phát triển công nghệ hạt nhân và tạo ra các ứng dụng đột phá trong y học, sinh học và nông nghiệp,v.v...

Cũng như nhiều ngành khoa học khác, những thành tựu mà ngành vật lý hạt cơ bản đạt được như ngày nay là dựa vào nghiên cứu lý thuyết và nghiên cứu thực nghiệm, chúng bổ sung cho nhau, dựa vào nhau và thúc đẩy nhau cùng phát triển. Trong quá trình phát triển, ngành *Vật lý hạt cơ bản lý thuyết* tiến hành hoạt động *mô hình hóa*, tức là xây dựng các lý thuyết vật lý mô tả một cách có hệ thống các hạt cơ bản và các tương tác của chúng, trên cơ sở đó điều chỉnh, hoàn thiện những hiểu biết cũ đồng thời đề xuất ra những tiên đoán và kết quả mới, góp phần thúc đẩy sự tiến bộ của nền khoa học, công nghệ của Quốc gia và của nhân loại.

Dề tài của luận án này thuộc chuyên ngành Vật lý hạt cơ bản lý thuyết, bám sát vào phạm vi nghiên cứu và mục tiêu nghiên cứu chung của chuyên ngành, từ đó triển khai thực hiện các hoạt động nghiên cứu trong phạm vi và với mục tiêu nghiên cứu cụ thể hơn, như sẽ được trình bày ở phần dưới đây.

## Tổng quan tình hình nghiên cứu ngoài nước và trong nước

### - Tính tất yếu phải rộng Mô hình chuẩn:

Vật lý hạt cơ bản lý thuyết đã trải qua hành trình dài với các khám phá và thành tựu được thực nghiệm xác nhận, hành trình đó cũng đồng thời định hình nên một đường lối phát triển chủ đạo và nhất quán được gọi là *cách thức xây dựng nội dung hạt cơ bản và các tương tác giữa chúng dựa trên các nhóm đối xứng chuẩn*. Theo đường lối đó, tương tác điện từ [5, 7] và tương tác yếu [5, 6] được mô tả hợp nhất thành tương tác điện yếu (The Glashow-Weinberg-Salam Model) [1–4] để rồi sau đó hợp nhất luôn cả tương tác mạnh [5–7] thành Mô hình chuẩn của vật lý hạt cơ bản (The Standard Model of Particle Physics), gọi tắt là Mô hình chuẩn [6–13], mà sự khẳng định thực nghiệm đối với mô hình này đã được đánh giá và xác nhận tại hội nghị Tokyo Rochester [8].

Mô hình chuẩn là tinh hoa của Vật lý hạt cơ bản, nó đã đưa ra các kết quả và tiên đoán phù hợp tuyệt vời với các số liệu thực nghiệm, đặc biệt là sự kiện hạt boson Higgs 126 GeV mà mô hình này tiên đoán đã được khám phá ở LHC [17, 18]. Ngày nay Mô hình chuẩn đã được công nhận rộng rãi [5, 14] và trở thành kiến thức giáo khoa về hạt cơ bản. Mô hình chuẩn đã hoàn thành sứ mạng của nó xét ở khía cạnh đã mô tả được các tương tác mạnh, điện từ và tương tác yếu; nội dung hạt cơ bản mà nó xây dựng tất cả đều đã được thực nghiệm xác nhận.

Tuy nhiên, dù là một lý thuyết thành công nhưng Mô hình chuẩn vẫn có một số hạn chế không thể giải quyết được, ví dụ như: (1) vấn đề khối lượng neutrino [15, 16], (2) vấn đề sự phân bậc rộng của phổ khối lượng và góc trộn

các hạt fermion và (3) không có cơ sở cho việc xây dựng số thế hệ hạt phải là ba. Một cách dễ giải quyết các tồn tại của Mô hình chuẩn là mở rộng mô hình này. Cho đến lúc này, các mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn (tên tiếng Anh là "Extended/Enlarged/Beyond Standard Models", thường được viết tắt là BSM) vẫn đang được xây dựng và hoàn thiện, chúng chẳng những đã khắc phục được một số tồn tại của Mô hình chuẩn mà còn cho thấy những triển vọng trong việc tiên đoán các vật lý mới.

**- Việc xây dựng các mô hình 3-3-1 như là một trong những cách thức mở rộng Mô hình chuẩn:**

Trong Mô hình chuẩn, cấu trúc theo thế hệ của các tương tác Yukawa không bị hạn chế bởi bất biến chuẩn. Do đó, các khối lượng và góc trộn fermion không cố định đối với các trường phân cực trái, và Mô hình chuẩn không đưa ra sự giải thích cho sự phân bậc rộng của các đại lượng này, sự phân bậc vốn trải rộng trong khoảng năm bậc độ lớn nếu chỉ xét riêng phần quark và tăng lên đột biến đến khoảng 11 bậc độ lớn nếu chúng ta xét gộp cả vào các neutrino. Thậm chí trong Mô hình chuẩn các tham số này chỉ có mặt trong các số hạng tương tác Yukawa mà không nằm trong các số hạng khối lượng tưởng minh, cơ chế này không giải thích được các giá trị của các tham số, mà chỉ chuyển vấn đề sang việc chỉ định các hằng số tương tác Yukawa tương ứng, cứ mỗi hằng số cho mỗi khối lượng và với những giá trị khác nhau cho một vài trong số ấy. Nguồn gốc của góc trộn quark và bậc của vi phạm CP trong phần fermion này cũng là một vấn đề cần làm rõ. Do đó hy vọng có một lý thuyết căn bản hơn để làm sáng tỏ cơ chế động lực học cho vấn đề khối lượng và góc trộn này.

Trong khi các góc trộn trong phần quark rất nhỏ, trong phần lepton trung hòa lại có hai góc trộn lớn và một góc trộn nhỏ. Điều này gợi ý đến một cách tiếp cận mới đối với phần neutrino so với cách thức hiện tại ở phần góc trộn và khối lượng quark. Các thực nghiệm với neutrino lò phản ứng, neutrino khí quyển và neutrino mặt trời cho thấy bằng chứng rõ ràng về sự chuyển hóa neutrino dựa

vào sự khác biệt khối lượng đo được của các neutrino. Điều này là bằng chứng thuyết phục chứng tỏ rằng có ít nhất hai neutrino có khối lượng khác không, nhưng nhỏ hơn nhiều bậc độ lớn so với khối lượng các fermion mang điện trong Mô hình chuẩn, và có ba thế hệ neutrino trộn nhau.

Vấn đề của Mô hình chuẩn về phân bậc khối lượng giữa các thế hệ fermion và vấn đề cần làm sáng tỏ tại sao số thế hệ fermion phải là ba cho thấy cần có Vật lý mới để giải thích phần khối lượng và góc trộn khác hẳn ở phần fermion. Để giải quyết các hạn chế của Mô hình chuẩn, người ta thực hiện các mở rộng khác nhau, gồm việc mở rộng phần fermion hoặc phần vô hướng, đồng thời mở rộng các nhóm chuẩn để có thêm các đối xứng thế hệ, như trong các công trình [20–72]. Các công trình tổng kết về đối xứng thế hệ được đề cập trong [73–78]. Một tiếp cận khác để mô tả phần góc trộn và khối lượng fermion bao gồm việc tiên đề hóa phần các ma trận khối lượng cụ thể, như trong [28, 79–107]. Ngoài ra, sự phân bậc của fermion mang điện cũng được giải thích bằng cách xét các ma trận Yukawa của chúng, với điểm đặc trưng là sự phân bậc mạnh trong phô tri rieng của các ma trận này, như trong công bố [108] mới đây. Các mô hình như thế này với sự mở rộng nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_X$ , còn được gọi là các mô hình 3-3-1 [109–120], chẳng những có thể giải thích nguồn gốc của cấu trúc các thế hệ fermion mà còn có nhiều ưu điểm khác như sẽ nói ở phần 1.1. Như vậy, việc xây dựng nhóm các *mô hình 3-3-1* cũng chính là một trong những cách thức mở rộng Mô hình chuẩn. Các tính toán, khảo sát của đề tài này sẽ nằm trong khuôn khổ các mô hình này.

**Phân tích, đánh giá những vấn đề còn tồn tại liên quan đến đề tài luận án mà các công trình trước đó chưa đề cập hoặc giải quyết chưa triệt để hoặc còn nhiều ý kiến khác nhau cần tiếp tục nghiên cứu**

Trong phần lớn các mô hình 3-3-1, một trường tam tuyến nặng với trung

bình chân không ở thang năng lượng cao phá vỡ đối xứng  $SU(3)_L \times U(1)_X$  về nhóm điện yếu mô hình chuẩn  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  và sinh khối lượng cho các boson chuẩn và các fermion mở rộng, còn lại hai tam tuyến nhẹ hơn với các trung bình chân không ở thang điện yếu thực hiện phá vỡ đối xứng điện yếu [96] và sinh khối lượng cho các hạt mô hình chuẩn. Để xây dựng phần góc trộn và khối lượng của các fermion mô hình chuẩn đã biết, các mô hình 3-3-1 với đối xứng thé hệ [49–61, 134–137] và cơ chế seesaw bức xạ (radiative seesaw mechanism) [96, 134, 138–147] phải được thêm vào mô hình. Tuy nhiên, một số trong các mô hình đó chứa các tương tác không tái chuẩn hóa được [55–58, 61], một số mô hình tái chuẩn hóa được nhưng lại không giải quyết được phần góc trộn và khối lượng của các fermion đã biết do sự phân bậc lớn không giải thích được của các tương tác Yukawa [49, 51–54, 136, 137, 148] và những mô hình còn lại chỉ tập trung giải quyết hoặc vấn đề phân bậc khối lượng quark [50, 142, 145] hoặc phân neutrino [134, 138–141, 143, 146, 147, 149, 150], hoặc chỉ xây dựng sự phân bậc khối lượng fermion mô hình chuẩn mà không giải quyết vấn đề góc trộn fermion [144].

Để xây dựng một cách giải quyết khác đối với vấn đề góc trộn và khối lượng của phần fermion đã biết, mà vẫn trong khuôn khổ các mô hình 3-3-1, ta giả thiết rằng chúng có nguồn gốc từ các đóng góp bổ đính vòng giảm tuần tự (sequential loop suppression). Cụ thể là, các khối lượng được sinh ra như sau: khối lượng top quark nặng nhất ở bậc cây, khối lượng các fermion nhẹ hơn gồm quark bottom, charm, các lepton mu, tau ở bậc một vòng và khối lượng bậc hai vòng đối với các hạt rất nhẹ như các quark up, down, strange và cho cả electron và neutrino. Cách thức xây dựng sự phân bậc khối lượng fermion mô hình chuẩn này được công bố lần đầu tiên trong tài liệu [151], tuy nhiên mô hình này vẫn còn bao gồm cả các số hạng Yukawa không tái chuẩn hóa được với thang "cutoff" rất thấp.

Mới đây, *Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS* đã được công nhận [170], ngoài những

ưu điểm chung của loại mô hình 3-3-1, mô hình này còn thể hiện những ưu điểm nổi bật hơn hẳn: là mô hình 3-3-1 đầu tiên tái chuẩn hóa được, giải quyết được vấn đề phân bậc của khối lượng và góc trộn của phần fermion, ngoài ra mô hình này cũng cho dự đoán về các ứng viên vô hướng và fermion cho vật chất tối. Đây là mô hình 3-3-1 mới, với nhiều trạng thái vật lý, các tương tác và các không gian tham số cần được xây dựng và hoàn chỉnh, và có thể chứa đựng các thông tin Vật lý mới. Vì thế, đề tài luận án này sẽ định hướng khai thác và phát triển các nội dung vật lý liên quan đến mô hình này.

Một khía cạnh đáng lưu ý là, thuật ngữ *nhóm* các mô hình 3-3-1 ngụ ý rằng các mô hình 3-3-1 ngoài việc có những điểm chung thì chúng vẫn có những khác biệt nhất định. Dọc theo lịch sử xây dựng các mô hình 3-3-1, ta thấy chúng (cũng như các mô hình vật lý nói chung) được xây dựng, bổ sung và hoàn thiện dần, cho đến nay có thể nói rằng các mô hình này đã định hình rõ ràng, đầy đủ. Vì như thế mà nảy sinh câu hỏi trong số đó có mô hình nào sắc sảo hơn, ưu việt hơn hay không. Một trong những cách góp phần trả lời câu hỏi này là: dựa vào một số đại lượng nào đó vốn đã có dữ liệu thực nghiệm tin cậy và cũng được xây dựng trong các mô hình này để chúng ta tìm ra các tương quan, các ràng buộc của các tham số mô hình để làm cơ sở biện luận mức độ hợp lý của các tham số trong các mô hình đó. Đề tài này sử dụng các dữ liệu thực nghiệm mới nhất của tham số  $\rho$ , tích yếu của nguyên tử cesium và của proton để làm cơ sở biện luận cho một số tham số trong các mô hình 3-3-1 khác nhau. Từ đây, chúng tôi chỉ ra rằng, các số liệu thực nghiệm nói trên có khả năng đánh giá được các mô hình 3-3-1 nào còn phù hợp.

Khi bắt đầu quá trình nghiên cứu, nhóm nghiên cứu đã định hướng tiến hành khảo sát, tính toán các quá trình rã Higgs trong khuôn khổ các mô hình 3-3-1 và các mô hình siêu đối xứng. Sau một thời gian triển khai, ở giai đoạn tính toán với các Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS, nhóm chúng tôi đã thu được các kết quả khoa học được nhận đăng trên các tạp chí khoa học chuyên ngành hàng đầu.

Do các công trình khoa học này đáp ứng đủ hàm lượng khoa học theo yêu cầu và thời hạn nghiên cứu đã đến, nên đề tài nghiên cứu trong luận án này được giới hạn trong phạm vi xét các nội dung vật lý trong khuôn khổ Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS và biện luận một số đặc tính của các mô hình 3-3-1 nói chung, phần nghiên cứu đối với các quá trình vật lý trong các mô hình siêu đối xứng vẫn là một dự định nghiên cứu tiếp theo.

## **Những vấn đề mà luận án cần tập trung giải quyết**

a) Trong khuôn khổ Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS:

- Xây dựng phần boson chuẩn và Higgs của mô hình.
  - Dựa vào các dữ liệu thực nghiệm có liên quan đến các tương tác, các quá trình vật lý có trong mô hình để biện luận các đặc tính mô hình, ví dụ như giới hạn của các tham số của mô hình.
- b) Sử dụng dữ liệu tích yếu của nguyên tử cesium và của proton kết hợp với số liệu về giới hạn nhiễu loạn của hằng số tương tác Yukawa đối với quark top để làm cơ sở biện luận một số đặc tính của các mô hình 3-3-1.

## **Mục tiêu nghiên cứu**

- Củng cố và nâng cao kiến thức về lý thuyết hạt cơ bản, các kỹ năng tính toán trong lĩnh vực lý thuyết hạt cơ bản.
- Rèn luyện đồng thời khả năng làm việc độc lập và kỹ năng làm việc nhóm khi tham gia hoạt động nghiên cứu.
- Tạo ra các kết quả nghiên cứu mới đạt chuẩn theo quy định để hoàn thành bậc học tiến sĩ.
- Có khả năng tiếp tục duy trì và phát triển hướng nghiên cứu sau khi kết thúc bậc học.

## **Đối tượng và phạm vi nghiên cứu**

- Các mô hình 3-3-1 (phạm vi nghiên cứu: tổng quan).
- Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS (phạm vi nghiên cứu: nội dung các trường boson chuẩn và trường Higgs, các khối lượng và góc trộn).
- Xác định các biểu thức ràng buộc và giới hạn không gian các tham số của các mô hình 3-3-1 (phạm vi nghiên cứu: phân tích và biện luận dựa trên dữ liệu thực nghiệm của tham số  $\rho$  và tích yếu  $Q_W$  trong hiện tượng vi phạm chẵn lẻ nguyên tử (Atom Parity Violation - viết tắt là APV) đối với cesium và trong hiện tượng tán xạ electron vi phạm tính chẵn lẻ (Parity Violation Electron Scattering - viết tắt là PVES) đối với proton kết hợp với số liệu về giới hạn nhiễu loạn của hằng số tương tác Yukawa đối với quark top).

## **Phương pháp nghiên cứu**

- Phương pháp lý thuyết trường lượng tử.
- Khảo sát số và biện luận các kết quả dựa vào phần mềm máy tính *Mathematica*.

# Chương 1

## Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS

### 1.1 Sơ lược về các mô hình 3-3-1 và boson chuẩn trung hòa mới

Trong phần mở đầu, chúng ta đã nói về về đường lối phát triển chủ đạo của Vật lý hạt cơ bản lý thuyết cho đến hiện tại và tính tất yếu của việc mở rộng Mô hình chuẩn. Trong số các mô hình mở rộng của Mô hình chuẩn, các mô hình xây dựng dựa trên nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  [110–116] (được gọi chung là các mô hình 3-3-1) đang dành được nhiều quan tâm nghiên cứu bởi nhiều khía cạnh thuyết phục. Các mô hình này có những ưu điểm như sau: (i) cấu trúc ba thế hệ của fermion có thể được giải thích thông qua sự khử di thường chiral và tính tiệm cận tự do trong QCD, (ii) vấn đề ba thế hệ được xử lý dưới một biểu diễn khác giúp giải thích sự chênh lệch lớn về khối lượng giữa thế hệ quark nặng nhất với hai thế hệ kia nhẹ hơn, (iii) các mô hình này cho phép lượng tử hóa điện tích [121, 122], (iv) các mô hình này chứa vài nguồn vi phạm CP [123, 124], (v) các mô hình này giải thích được tại sao góc trộn Weinberg thỏa mãn  $\sin^2 \theta_W < \frac{1}{4}$ , (vi) các mô hình này chứa đối xứng Peccei-Quinn tự nhiên, vốn để giải thích vấn đề CP-mạnh [125–128]. (vii) Các mô hình 3-3-1 chứa các neutrino trơ (sterile) có thể là ứng viên vật chất tối lạnh với tư cách các hạt có khối lượng tương tác yếu (WIMPs) [129–132]. Thảo luận tóm tắt ngắn gọn về các hạt WIMPs trong các mô hình 3-3-1 được mô tả trong [133].

Căn cứ vào tham số  $\beta$  được dùng để định nghĩa toán tử điện tích các hạt trong các mô hình 3-3-1 như dưới đây

$$Q = T_3 + \beta T_8 + X, \quad (1.1)$$

các mô hình 3-3-1 được xếp vào hai loại/phiên bản chính: những mô hình với  $\beta = \sqrt{3}$  thuộc loại các *mô hình 3-3-1 tối thiểu* (minimal 3-3-1 models) [111–113], và  $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  tương ứng với nhóm các *mô hình 3-3-1 với các neutrino phân cực phải* (3-3-1 model with right-handed neutrinos) [110, 114–116].

Hiện nay, chúng ta vẫn đang đối mặt với vấn đề phải giải thích tính phân bậc của phổ hạt và cấu trúc của nhóm hạt fermion. Tuy nhiên, phần lớn các nghiên cứu về các mô hình 3-3-1 nói trên không đề cập đến sự khác biệt lớn giữa các thế hệ hạt (xem các trích dẫn kể trong tài liệu [170]). Chúng ta cũng biết rằng các tương tác Yukawa là không đủ để sinh ra khối lượng và các góc trộn fermion. Theo hiểu biết hiện tại, công trình đầu tiên giải quyết được vấn đề nói trên đối với phần quark là ở tài liệu [183] theo cách thức được gọi là *cơ chế Froggatt-Nielsen*. Mới đây, một cách thức khác được gọi là *cơ chế áp vòng tuần tự* được xem là thuyết phục hơn vì hệ số áp (suppression factor) xuất phát từ hệ số vòng  $l \approx (1/4\pi)^2$ , cách thức này được gọi là *cơ chế CKS*, như được đặt dựa theo tên các tác giả đề xuất nó [151]. Cơ chế Froggatt-Nielsen được áp dụng cho các mô hình 3-3-1 được bàn trong tài liệu [185]. Trong công trình mới đây [170] cơ chế CKS được áp dụng cho mô hình 3-3-1 với  $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  gây chú ý ở chỗ làm cho mô hình thu được trở nên tái chuẩn hóa được, để ngắn gọn chúng ta gọi đây là *mô hình 3-3-1 CKS*, tiếp theo đó nội dung Higgs và phần boson chuẩn được xây dựng và biện luận [152].

Trong phần boson chuẩn của các mô hình mở rộng, hạt được tiên đoán là boson chuẩn trung hòa  $Z'$  đang trở thành một trong các chủ đề nóng của Vật lý hạt hiện nay bởi triển vọng khám phá các neutrino phân cực phải dựa vào các hạt trạng thái cuối có thể nhận diện được ở LHC [226]. Với giới hạn khối lượng cỡ 2.5 TeV, các thuyết minh cho thấy nó có thể được khám phá bởi LHC. Điều

này dẫn đến nhu cầu thực hiện nghiên cứu sâu hơn các khía cạnh khác nhau để xác định khối lượng cùng các đặc tính khác của boson  $Z'$ . Để xác định các tham số mô hình, ta thường dựa vào các đại lượng vật lý kinh điển chẳng hạn như tham số  $\rho$ , bối đính tích yếu của các hạt nhân, v.v... Đây là mục đích chính của luận án này. Một lưu ý quan trọng là các đại lượng như tham số  $\rho$  hay bối đính tích yếu đều liên quan đến boson chuẩn trung hòa và do đó phụ thuộc vào mô hình. Cho nên mỗi khi triển khai tính toán, khảo sát ở mỗi mô hình, chúng ta đều phải dành một sự quan tâm nhất định đối với phần boson chuẩn trung hòa của nó.

## 1.2 Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS

### 1.2.1 Phần fermion của Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS

Trong cơ chế CKS, chỉ các hạt nặng nhất như các fermion ngoại lai và quark top nhận khối lượng ở bậc cây. Các hạt có khối lượng trung bình tiếp theo đó như: quark bottom và charm, các lepton tau, mu nhận khối lượng ở bậc một vòng. Sau cùng là các hạt nhẹ nhất như: quark up, down, strange và electron có khối lượng ở bậc hai vòng. Để cầm các tương tác Yukawa thông thường (các tương tác Yukawa sinh khối lượng bậc cây như thông thường) thì ta phải dùng đến các đối xứng rắc rặc. Vì thế, đối xứng đầy đủ của mô hình này là

$$SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times Z_4 \times Z_2 \times U(1)_{L_g}, \quad (1.2)$$

trong đó  $L_g$  là số lepton toàn phần được định nghĩa trong các tài liệu [141, 170]. Đáng chú ý là các neutrino nhẹ trong mô hình này nhận khối lượng nhờ kết hợp của cả hai cơ chế seesaw ngược và seesaw tuyến tính ở bậc hai vòng.

Cũng như trong các mô hình 3-3-1 thông thường chứa hạt mang điện tích ngoại lai, các quark được sắp xếp theo biểu diễn  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  như sau [170]:

$$Q_{nL} = (D_n, -U_n, J_n)_L^T \sim (3, 3^*, 0),$$

$$Q_{3L} = (U_3, D_3, T)_L^T \sim \left(3, 3, \frac{1}{3}\right), \quad n = 1, 2,$$

$$D_{iR} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), \quad U_{iR} \sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.3)$$

$$J_{nR} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), \quad T_R \sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right),$$

$$\tilde{T}_{L,R} \sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), \quad B_{L,R} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), \quad (1.4)$$

ở đây ký hiệu  $\sim$  diễn tả các số lượng tử tương ứng đối với ba nhóm con nói trên. Chú ý rằng các quark ngoại lai loại up  $\tilde{T}_{L,R}$  và loại down  $B_{L,R}$  là đơn tuyển của  $SU(3)_L$  ở dòng cuối của (1.4) là những trường mới được đưa vào để thực hiện cơ chế CKS.

Ở phần lepton, ngoài các tam tuyển lepton  $SU(3)_L$  thông thường, mô hình còn gồm có thêm ba lepton mang điện  $E_{j(L,R)}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) và bốn lepton trung hòa là  $\Psi_R$  và  $N_{jR}$  ( $j = 1, 2, 3$ ). Các trường lepton được gán các số lượng tử của nhóm  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  như sau [170]:

$$L_{iL} = (\nu_i, e_i, \nu_i^c)_L^T \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right), \quad e_{iR} \sim (1, 1, -1), \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.5)$$

$$E_{1L} \sim (1, 1, -1), \quad E_{2L} \sim (1, 1, -1), \quad E_{3L} \sim (1, 1, -1),$$

$$E_{1R} \sim (1, 1, -1), \quad E_{2R} \sim (1, 1, -1), \quad E_{3R} \sim (1, 1, -1),$$

$$N_{1R} \sim (1, 1, 0), \quad N_{2R} \sim (1, 1, 0), \quad N_{3R} \sim (1, 1, 0), \quad \Psi_R \sim (1, 1, 0). \quad (1.6)$$

ở đây  $\nu_{iL}$ ,  $\nu_L^c \equiv \nu_R^c$  và  $e_{iL}$  ( $e_L, \mu_L, \tau_L$ ) tương ứng là các thế hệ lepton trung hòa và mang điện.

Phần boson Higgs gồm ba tam tuyển vô hướng:  $\chi$ ,  $\eta$  và  $\rho$  và bảy đơn tuyển

$\varphi_1^0, \varphi_2^0, \xi^0, \phi_1^+, \phi_2^+, \phi_3^+$  và  $\phi_4^+$ , được sắp xếp cụ thể như sau [170]

$$\begin{aligned} \chi &= \langle \chi \rangle + \chi' \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right), \\ \langle \chi \rangle &= \left(0, 0, \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}\right)^T, \quad \chi' = \left(\chi_1^0, \chi_2^-, \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\chi_3^0} - iI_{\chi_3^0})\right)^T, \\ \rho &= \left(\rho_1^+, \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\rho - iI_\rho), \rho_3^+\right)^T \sim \left(1, 3, \frac{2}{3}\right), \\ \eta &= \langle \eta \rangle + \eta' \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right), \\ \langle \eta \rangle &= \left(\frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, 0, 0\right)^T, \quad \eta' = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\eta_1^0} - iI_{\eta_1^0}), \eta_2^-, \eta_3^0\right)^T, \\ \varphi_1^0 &\sim (1, 1, 0), \quad \varphi_2^0 \sim (1, 1, 0), \\ \phi_1^+ &\sim (1, 1, 1), \quad \phi_2^+ \sim (1, 1, 1), \quad \phi_3^+ \sim (1, 1, 1), \quad \phi_4^+ \sim (1, 1, 1), \\ \xi^0 &= \langle \xi^0 \rangle + \xi^{0'}, \langle \xi^0 \rangle = \frac{v_\xi}{\sqrt{2}}, \xi^{0'} = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\xi^0} - iI_{\xi^0}) \sim (1, 1, 0). \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\\$$

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle &= \left(\frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, 0, 0\right)^T, \quad \eta' = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\eta_1^0} - iI_{\eta_1^0}), \eta_2^-, \eta_3^0\right)^T, \\ \varphi_1^0 &\sim (1, 1, 0), \quad \varphi_2^0 \sim (1, 1, 0), \\ \phi_1^+ &\sim (1, 1, 1), \quad \phi_2^+ \sim (1, 1, 1), \quad \phi_3^+ \sim (1, 1, 1), \quad \phi_4^+ \sim (1, 1, 1), \\ \xi^0 &= \langle \xi^0 \rangle + \xi^{0'}, \langle \xi^0 \rangle = \frac{v_\xi}{\sqrt{2}}, \xi^{0'} = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\xi^0} - iI_{\xi^0}) \sim (1, 1, 0). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Bảng 1: Số lượng tử của các trường vô hướng Higgs đối với nhóm  $Z_4 \times Z_2$

	$\chi$	$\eta$	$\rho$	$\varphi_1^0$	$\varphi_2^0$	$\phi_1^+$	$\phi_2^+$	$\phi_3^+$	$\phi_4^+$	$\xi^0$
$Z_4$	1	1	-1	-1	$i$	$i$	-1	-1	1	1
$Z_2$	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1

Các số lượng tử của các trường Higgs đối với nhóm  $Z_4 \times Z_2$  được liệt kê trong bảng 1.

Trong mô hình này, phá vỡ đối xứng tự phát xảy ra theo hai bước [170]. Bước thứ nhất được kích hoạt bởi các giá trị trung bình chân không (VEV) của  $\chi_3^0$  và  $\xi^0$ . Ở bước này, các fermion mới xuất hiện, các boson chuẩn ngoài mô hình chuẩn cũng như các lepton đơn tuyến chuẩn  $\Psi_R$  nhận khôi lượng. Ngoài ra, các phần tử của ma trận khôi lượng lepton trung hòa với số lepton âm (-1) cũng nhận giá trị tỉ lệ với  $v_\xi$ . Lúc này, nhóm ban đầu phá vỡ thành nhóm của Mô hình chuẩn và  $Z_4 \times Z_2^{(L_g)}$ . Bước thứ hai được kích hoạt bởi  $v_\eta$  sinh khôi lượng cho quark top cũng như của các boson chuẩn  $W$  và  $Z$  và để lại đối xứng

$SU(3)_C \times U(1)_Q \times Z_4 \times Z_2^{(L_g)}$ . Ở đây, đối xứng  $U(1)_{L_g}$  sau khi bị phá vỡ sinh đối xứng tàn dư  $Z_2^{(L_g)}$  có đặc điểm chỉ có các lepton mang tích lẻ, tất cả các hạt khác đều mang tích chẵn. Do đó tương tác với số lepton lẻ là bị cấm. Điều này là quan trọng để đảm bảo tính ổn định của photon [170]. Do đó

$$\begin{aligned} & SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times Z_4 \times Z_2 \times U(1)_{L_g} \\ \xrightarrow{v_\chi, v_\xi} & SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times Z_4 \times Z_2^{(L_g)} \\ \xrightarrow{v_\eta} & SU(3)_C \times U(1)_Q \times Z_4 \times Z_2^{(L_g)}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Hệ quả của chuỗi phá vỡ đối xứng ở (1.9) là

$$v_\eta = v = 246 \text{GeV} \ll v_\chi \sim v_\xi \sim \mathcal{O}(10) \text{TeV}. \quad (1.10)$$

Bảng 2: Các trường có số lepton  $L$  khác không

	$T_{L,R}$	$J_{1L,R}$	$J_{2L,R}$	$\nu_{iL}^c$	$e_{iL,R}$	$E_{iL,R}$	$N_{iR}$	$\Psi_R$	$\chi_1^0$	$\chi_2^+$	$\eta_3^0$	$\rho_3^+$	$\phi_2^+$	$\phi_3^+$	$\phi_4^+$	$\xi^0$
$L$	-2	2	2	-1	1	1	-1	1	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2

Các trường với số lepton khác không được miêu tả trong bảng 2. Chú ý rằng ba đơn tuyễn  $N_{iR}$  cũng như các phần tử ở đáy của các tam tuyễn lepton  $\nu_{iL}^c$  có số lepton bằng -1.

### 1.2.2 Boson chuẩn, góc trộn và khối lượng của chúng

Sau phá vỡ đối xứng tự phát, các boson chuẩn thu được khối lượng từ số hạng động năng chứa các tam tuyễn vô hướng  $\eta$  và  $\chi$  của nhóm  $SU(3)_L$ , như sau [152]:

$$L_{mass}^{gauge} = (D_\mu \langle \chi \rangle)^\dagger D^\mu \langle \chi \rangle + (D_\mu \langle \eta \rangle)^\dagger D^\mu \langle \eta \rangle, \quad (1.11)$$

với đạo hàm hiệp biến đối với tam tuyễn được định nghĩa như sau

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_{\mu a} \frac{\lambda_a}{2} - ig_X X \frac{\lambda_9}{2} B_\mu, \quad (1.12)$$

ở đây  $g$  và  $g_X$  tương ứng là các hằng số tương tác chuẩn của các nhóm chuẩn  $SU(3)_L$  và  $U(1)_X$ ,  $\lambda_9 = \sqrt{2/3} \text{ diag}(1, 1, 1)$  được định nghĩa sao cho  $\text{Tr}(\lambda_9 \lambda_9) = 2$ ,

tương tự như các ma trận Gell-Mann  $\lambda_a, a = 1, 2, 3, \dots, 8$ . Đổi chiều các hằng số tương tác chuẩn ở thang phá vỡ đối xứng  $SU(3)_L \times U(1)_X$ , ta rút ra mối liên hệ sau [115]

$$t \equiv \frac{g_X}{g} = \frac{3\sqrt{2} \sin \theta_W(M_{Z'})}{\sqrt{3 - 4 \sin^2 \theta_W(M_{Z'})}}. \quad (1.13)$$

Nhắc lại một chút về góc Weinberg  $\theta_W$ . Trong Mô hình chuẩn người ta đặt  $g' = g \tan \theta_W$ , với  $g'$  là hằng số tương tác chuẩn của nhóm con  $U(1)_Y$  và thỏa mãn mối liên hệ [115]

$$g' = \frac{\sqrt{3} g g_X}{\sqrt{18g^2 - g_X^2}}. \quad (1.14)$$

Do đó

$$\tan \theta_W = \frac{\sqrt{3} g_X}{\sqrt{18g^2 - g_X^2}}. \quad (1.15)$$

Ký hiệu

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{\mu 1} \mp i A_{\mu 2}), \quad Y_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{\mu 6} \pm i A_{\mu 7}), \quad X_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{\mu 4} - i A_{\mu 5}), \quad (1.16)$$

và thay (1.12) và (1.16) vào (1.11) ta được bình phương khối lượng của các boson chuẩn mang điện hoặc không Hermit như sau [152]

$$m_W^2 = \frac{g^2}{4} v_\eta^2, \quad M_{X^0}^2 = \frac{g^2}{4} (v_\chi^2 + v_\eta^2), \quad M_Y^2 = \frac{g^2}{4} v_\chi^2, \quad (1.17)$$

và  $v_\eta = v = 246$  GeV như vốn có.

Từ (1.17) dẫn đến sự tách khối lượng boson chuẩn

$$M_{X^0}^2 - M_Y^2 = m_W^2. \quad (1.18)$$

Đối với các boson chuẩn trung hòa, ma trận bình phương khối lượng dạng trộn là [152]

$$L_{mass}^{ngauge} = \frac{1}{2} V^T M_{ngauge}^2 V, \quad (1.19)$$

với  $V^T = (A_{\mu 3}, A_{\mu 8}, B_\mu)$  và

$$M_{ngauge}^2 = \frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} v_\eta^2 & \frac{v_\eta^2}{\sqrt{3}} & -\frac{2t}{3\sqrt{6}} v_\eta^2 \\ \frac{v_\eta^2}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3}(4v_\chi^2 + v_\eta^2) & \frac{2t}{9\sqrt{2}}(2v_\chi^2 - v_\eta^2) \\ -\frac{2t}{3\sqrt{6}} v_\eta^2 & \frac{2t}{9\sqrt{2}}(2v_\chi^2 - v_\eta^2) & \frac{2t^2}{27}(v_\chi^2 + v_\eta^2) \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

là ma trận có dạng đối xứng.

Ma trận ở (1.20) có định thức triệt tiêu, làm xuất hiện một boson chuẩn không khối lượng mô tả hạt photon. Việc chéo hóa ma trận ở (1.20) theo hai bước. Ở bước thứ nhất, các trường có khối lượng được xác định như sau [152]

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W A_{\mu 3} + c_W \left( -\frac{t_W}{\sqrt{3}} A_{\mu 8} + \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} B_\mu \right), \\ Z_\mu &= c_W A_{\mu 3} - s_W \left( -\frac{t_W}{\sqrt{3}} A_{\mu 8} + \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} B_\mu \right), \\ Z'_\mu &= \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} A_{\mu 8} + \frac{t_W}{\sqrt{3}} B_\mu, \end{aligned} \quad (1.21)$$

trên đây ta đã ký hiệu  $s_W = \sin \theta_W$ ,  $c_W = \cos \theta_W$ ,  $t_W = \tan \theta_W$ . Sau bước thứ nhất, ma trận  $M_{ngauge}^2$  trở thành dạng khối chéo với phần tử trên cùng của đường chéo bằng không (đảm bảo sự không khối lượng của hạt photon), trong khi ma trận  $2 \times 2$  của  $(Z_\mu, Z'_\mu)$  ở phần dưới có dạng

$$M_{(2 \times 2)}^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 & M_{ZZ'}^2 \\ M_{ZZ'}^2 & M_{Z'}^2 \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

Yếu tố ma trận ở (1.22) xác định bởi [152]

$$\begin{aligned} M_Z^2 &= \frac{g^2 v_\eta^2}{4c_W^2} = \frac{m_W^2}{c_W^2}, \\ M_{ZZ'}^2 &= \frac{g^2}{4c_W^2 \sqrt{3 - 4s_W^2}} v_\eta^2 (1 - 2s_W^2), \\ M_{Z'}^2 &= \frac{g^2 c_W^2}{4(3 - 4s_W^2)} \left[ 4v_\chi^2 + \frac{v_\eta^2 (1 - 2s_W^2)^2}{c_W^4} \right]. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Lưu ý rằng công thức  $M_{Z'}^2$  nói trên là phù hợp với công thức tương ứng trong [173].

Bước chéo hóa cuối cùng hoàn toàn đơn giản, với các trạng thái riêng được xác định là [152]

$$\begin{aligned} Z_{1\mu} &= Z_\mu \cos \phi - Z'_\mu \sin \phi, \\ Z_{2\mu} &= Z_\mu \sin \phi + Z'_\mu \cos \phi, \end{aligned} \quad (1.24)$$

với góc trộn xác định như sau

$$\tan 2\phi = \frac{2M_{ZZ'}^2}{M_{Z'}^2 - M_Z^2}. \quad (1.25)$$

Dễ dàng chứng minh rằng định nghĩa nói trên của  $\phi$  phù hợp với định nghĩa tương ứng trong tài liệu [174], vốn cần thiết để khảo sát tham số  $\rho$ .

Khối lượng của các boson chuẩn trung hòa vật lý được xác định như sau [152]

$$\begin{aligned} M_{Z_1}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ M_{Z'}^2 + M_Z^2 - [(M_{Z'}^2 - M_Z^2)^2 + 4(M_{ZZ'}^2)^2]^{1/2} \right\}, \\ M_{Z_2}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ M_{Z'}^2 + M_Z^2 + [(M_{Z'}^2 - M_Z^2)^2 + 4(M_{ZZ'}^2)^2]^{1/2} \right\}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Khi lấy xấp xỉ

$$\begin{aligned} \Delta &= M_{Z'}^4 \left( 1 - 2 \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} + \frac{M_Z^4 + 4(M_{ZZ'}^2)^2}{M_{Z'}^4} \right), \\ \Rightarrow \sqrt{\Delta} &\simeq M_{Z'}^2 \left[ 1 - \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} + \frac{2(M_{ZZ'}^2)^2}{M_{Z'}^4} + \mathcal{O}\left(\frac{M_Z^6}{M_{Z'}^6}\right) \right]. \end{aligned} \quad (1.27)$$

thì

$$M_{Z_1}^2 \simeq M_Z^2 - \frac{(M_{ZZ'}^2)^2}{M_{Z'}^2} + M_Z^2 \times \mathcal{O}\left(\frac{v_\eta^4}{v_\chi^4}\right), \quad (1.28)$$

$$M_{Z_2}^2 \simeq M_{Z'}^2 + \frac{(M_{ZZ'}^2)^2}{M_{Z'}^2} + M_Z^2 \times \mathcal{O}\left(\frac{v_\eta^4}{v_\chi^4}\right) \simeq M_{Z'}^2. \quad (1.29)$$

Trong giới hạn  $v_\chi \gg v_\eta$ , góc trộn  $Z - Z'$  là

$$\tan \phi \simeq \frac{(1 - 2s_W^2)\sqrt{3 - 4s_W^2}}{4c_W^4} \left( \frac{v_\eta^2}{v_\chi^2} \right). \quad (1.30)$$

Trước khi chuyển sang phần tiếp theo, cũng xin nhắc lại kết quả thường dùng

$$e = gs_W. \quad (1.31)$$

### 1.2.3 Xác định giới hạn tham số mô hình và giới hạn khối lượng của các boson chuẩn dựa vào tham số $\rho$

Sự xuất hiện các hạt ngoài Mô hình chuẩn dẫn đến phải tính các bỗ đính oblique (oblique corrections) với giá trị của chúng được trích xuất từ các thực nghiệm

có độ chính xác cao. Hệ quả là, tính đúng đắn của mô hình mới phải thỏa điều kiện là không mâu thuẫn với các kết quả thực nghiệm đó. Nên lưu ý rằng một trong các đại lượng thực nghiệm quan trọng trong Mô hình chuẩn là tham số  $\rho$ , được định nghĩa như sau

$$\rho = \frac{m_W^2}{c_W^2 M_Z^2}. \quad (1.32)$$

Dối với mô hình đang xét, tính bỗ đính oblique dẫn đến dạng sau đây của tham số  $\rho$  [174]

$$\begin{aligned} \rho - 1 &\simeq \tan^2 \phi \left( \frac{M_{Z'}^2}{m_Z^2} - 1 \right) + \frac{3\sqrt{2}G_F}{16\pi^2} \left[ M_+^2 + M_0^2 + \frac{2M_+^2 M_0^2}{M_+^2 - M_0^2} \ln \frac{M_0^2}{M_+^2} \right] \\ &\quad - \frac{\alpha(m_Z)}{4\pi s_W^2} \left[ t_W^2 \ln \frac{M_0^2}{M_+^2} + \frac{\varepsilon^2(M_+, M_0)}{2} + O(\varepsilon^3(M_+, M_0)) \right], \end{aligned} \quad (1.33)$$

ở đây  $M_0 = M_{X^0}$ ,  $M_+ = M_{Y^+}$  và  $\varepsilon(M, m) \equiv \frac{M^2 - m^2}{m^2}$ .

Kết hợp với phương trình (1.18), ta được

$$\begin{aligned} \rho - 1 &\simeq \tan^2 \phi \left( \frac{M_{Z'}^2}{m_Z^2} - 1 \right) \\ &\quad + \frac{3\sqrt{2}G_F}{16\pi^2} \left[ 2M_{Y^+}^2 + m_W^2 - \frac{2M_{Y^+}^2(M_{Y^+}^2 + m_W^2)}{m_W^2} \ln \frac{(M_{Y^+}^2 + m_W^2)}{M_{Y^+}^2} \right] \\ &\quad - \frac{\alpha(m_Z)}{4\pi s_W^2} \left[ t_W^2 \ln \frac{(M_{Y^+}^2 + m_W^2)}{M_{Y^+}^2} + \frac{m_W^4}{2(M_{Y^+}^2 + m_W^2)^2} \right], \end{aligned} \quad (1.34)$$

với  $\alpha(m_Z) = \frac{1}{128}$  [175].

Sử dụng  $s_W^2 = 0.23122$  [175] và

$$\rho = 1.00039 \pm 0.00019, \quad (1.35)$$

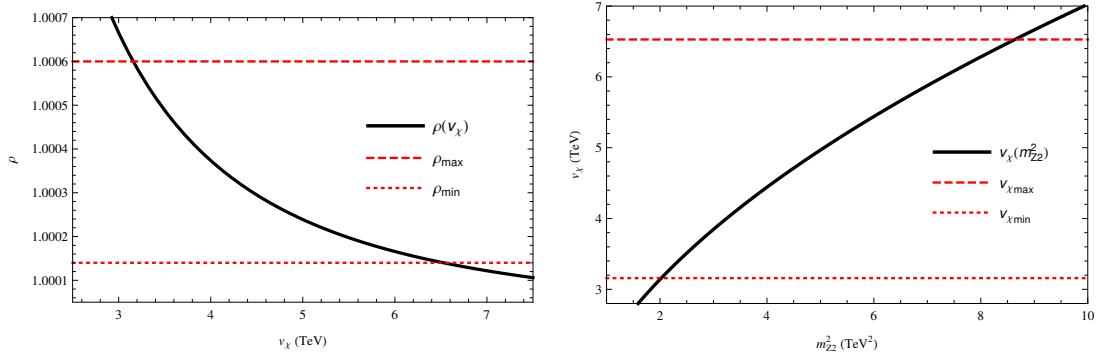
chúng ta vẽ được đồ thị biểu diễn  $\Delta\rho$  là hàm của  $v_\chi$  như ở hình 1 (hình bên trái), dẫn đến giới hạn [152]

$$3.57 \text{ TeV} \leq v_\chi \leq 6.09 \text{ TeV}. \quad (1.36)$$

Thay (1.36) vào (1.29) và ước lượng theo hình 1 (hình bên phải) ta thu được các biên của khối lượng  $Z_2$  như sau [152]

$$1.42 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \leq 2.42 \text{ TeV}. \quad (1.37)$$

Một điểm quan trọng cần nhấn mạnh là số hạng thứ hai trong (1.34) là nhỏ hơn nhiều so với số hạng đầu tiên. Điều này dẫn đến các giá trị biên tính ở bậc cây khác một chút so với giá trị tính theo bô đính oblique.



Hình 1: Hình trái mô tả tham số  $\rho$  là hàm của  $v_\chi$ , các đường thẳng ngang là cận trên và dưới của  $\rho$  dựa theo (1.35). Hình phải thể hiện mối liên hệ giữa  $v_\chi$  và  $m_{Z_2}^2$ , các đường thẳng ngang là cận trên và dưới của  $v_\chi$ .

Theo kết quả từ LHC cho thấy cận dưới của khối lượng boson  $Z_2$  trong các mô hình 3-3-1 từ 2.5 đến 3 TeV [176, 177]. Cho nên, thang  $v_\chi$  của các mô hình 3-3-1 là khoảng 6.1 TeV, trong khi dữ liệu từ quá trình rã  $B_{s,d} \rightarrow \mu^+ \mu^-$  và  $B_d \rightarrow K^*(K) \mu^+ \mu^-$  [173, 178–181], cận dưới của khối lượng boson  $Z'$  là từ 1 TeV đến 3 TeV.

Dựa vào (1.17) và (1.36) khối lượng của boson chuẩn bilepton bị khống chế trong khoảng [152]

$$465 \text{ GeV} \leq M_Y \leq 960 \text{ GeV}. \quad (1.38)$$

Ở đây ta đã dùng [175]

$$m_W = 80.379 \text{ GeV}.$$

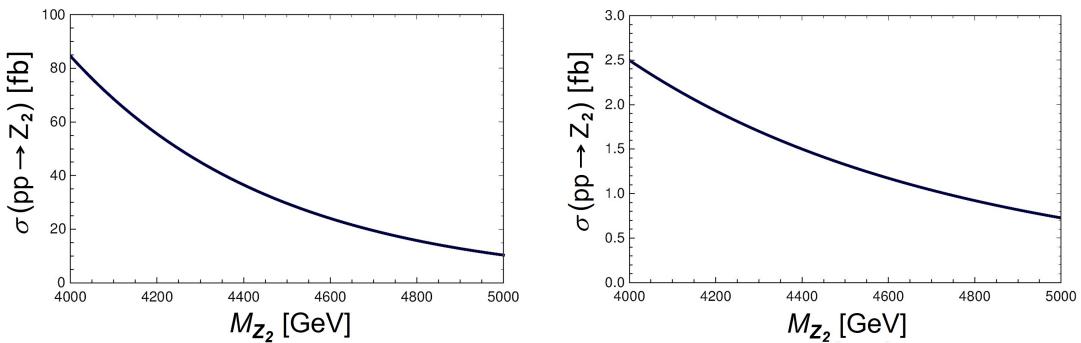
Lưu ý rằng khoảng giới hạn ở trên là nghiêm ngặt hơn giá trị được rút ra từ quá trình rã muon sai [182]

$$M_Y \geq 230 \text{ GeV}.$$

### 1.2.4 Tiết diện tán xạ toàn phần cho quá trình sinh boson chuẩn nặng $Z_2$ ở LHC theo cơ chế Drell-Yan

Bây giờ chúng ta tính tiết diện tán xạ toàn phần sinh boson chuẩn nặng  $Z_2$  ở LHC theo cơ chế Drell-Yan. Trong tính toán này chúng tôi xét đóng góp chủ đạo từ các hàm phân bố parton của quark nhẹ là up, down và strange, khi đó tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  do sự hủy quark-phản quark ở quá trình va chạm proton-proton với năng lượng khói tâm  $\sqrt{S}$  có dạng [152]:

$$\begin{aligned} & \sigma_{pp \rightarrow Z_2}^{(DrellYan)}(S) = \\ &= \frac{g^2 \pi}{6c_W^2 S} \left\{ \left[ (g'_{uL})^2 + (g'_{uR})^2 \right] \int_{\ln \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}}}^{-\ln \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}}} f_{p/u} \left( \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}} e^y, \mu^2 \right) f_{p/\bar{u}} \left( \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}} e^{-y}, \mu^2 \right) dy \right. \\ &+ \left[ (g'_{dL})^2 + (g'_{dR})^2 \right] \int_{\ln \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}}}^{-\ln \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}}} f_{p/d} \left( \sqrt{\frac{m_{Z'}^2}{S}} e^y, \mu^2 \right) f_{p/\bar{d}} \left( \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}} e^{-y}, \mu^2 \right) dy \\ &+ \left. \left[ (g'_{dL})^2 + (g'_{dR})^2 \right] \int_{\ln \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}}}^{-\ln \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}}} f_{p/s} \left( \sqrt{\frac{m_{Z'}^2}{S}} e^y, \mu^2 \right) f_{p/\bar{s}} \left( \sqrt{\frac{m_{Z_2}^2}{S}} e^{-y}, \mu^2 \right) dy \right\} \end{aligned}$$



Hình 2: Hình trái mô tả tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  theo cơ chế Drell-Yan ở LHC với  $\sqrt{S} = 13$  TeV là hàm theo khối lượng  $Z_2$ . Hình phải thể hiện tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  theo cơ chế Drell-Yan ở mức năng lượng dự kiến được nâng cấp tại LHC  $\sqrt{S} = 28$  TeV là hàm theo khối lượng  $Z_2$ .

Hình bên trái của hình 2 diễn tả tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  theo cơ

chế Drell-Yan ở LHC với  $\sqrt{S} = 13$  TeV và là hàm theo khối lượng  $M_{Z_2}$ , biến đổi trong khoảng từ 4 TeV đến 5 TeV. Chúng tôi xét giới hạn dưới  $M_{Z_2}$  là 4 TeV để thỏa mãn giới hạn dẫn từ dữ liệu thực nghiệm về các tương tác meson  $K$ ,  $D$  và  $B$  [186]. Trong giới hạn khối lượng  $Z_2$  như trên, tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  nằm trong khoảng 85 fb đến 10 fb.

Boson chuẩn trung hòa nặng  $Z_2$  sau khi sinh ra sẽ rã thành các cặp hạt mô hình chuẩn với kênh rã chiếm ưu thế là rã thành cặp quark-phản quark, đã được thảo luận chi tiết trong tài liệu [178, 200]. Các kênh rã  $Z_2$  thành cặp hạt trong các mô hình 3-3-1 được phân tích sâu trong tài liệu [200]. Cụ thể là, kênh rã  $Z_2$  thành cặp lepton trong các mô hình 3-3-1 có tỉ lệ rã nhánh ở bậc  $10^{-2}$ , cho thấy rằng tiết diện tán xạ toàn phần sinh ở LHC của quá trình cộng hưởng  $pp \rightarrow Z_2 \rightarrow l^+l^-$  ở năng lượng  $\sqrt{S} = 13$  TeV có giá trị vào bậc 1 fb với  $M_{Z_2} = 4$  TeV. Giá trị này thấp hơn giá trị biên dưới tương ứng thu được ở thực nghiệm LHC [192].

Mặt khác, ở thang năng lượng nâng cấp được đề xuất tại LHC với năng lượng khói tâm 28 TeV, tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  theo cơ chế Drell-Yan có giá trị tăng lên đáng kể từ 2.5 pb đến 0.7 pb, như mô tả ở hình 2. Theo đó, bề rộng rã ở LHC của quá trình cộng hưởng  $pp \rightarrow Z_2 \rightarrow l^+l^-$  ở  $\sqrt{S} = 28$  TeV sẽ có giá trị bậc  $10^{-2}$  pb đối với boson chuẩn 4 TeV, tương ứng với bậc của biên dưới của giá trị thực nghiệm ở LHC [192].

## Chương 2

**Thế Higgs và một số vấn đề hiện tượng luận có liên quan đến Higgs trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS**

### 2.1 Thế Higgs toàn phần

Thế Higgs tái chuẩn hóa được sõi chứa ba phần: phần đầu là bất biến dưới nhóm  $\mathcal{G}$  ở (1.2) được xác định bởi [152]

$$\begin{aligned}
 V_{LNC} = & \mu_\chi^2 \chi^\dagger \chi + \mu_\rho^2 \rho^\dagger \rho + \mu_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \sum_{i=1}^4 \mu_{\phi_i^+}^2 \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 \mu_{\varphi_i}^2 \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \mu_\xi^2 \xi^{0*} \xi^0 \\
 & + \chi^\dagger \chi (\lambda_{13} \chi^\dagger \chi + \lambda_{18} \rho^\dagger \rho + \lambda_5 \eta^\dagger \eta) + \rho^\dagger \rho (\lambda_{14} \rho^\dagger \rho + \lambda_6 \eta^\dagger \eta) + \lambda_{17} (\eta^\dagger \eta)^2 \\
 & + \lambda_7 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_9 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\
 & + \chi^\dagger \chi \left( \sum_{i=1}^4 \lambda_i^{\chi\phi} \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 \lambda_i^{\chi\varphi} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \lambda_{\chi\xi} \xi^{0*} \xi^0 \right) \\
 & + \rho^\dagger \rho \left( \sum_{i=1}^4 \lambda_i^{\rho\phi} \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 \lambda_i^{\rho\varphi} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \lambda_{\rho\xi} \xi^{0*} \xi^0 \right) \\
 & + \eta^\dagger \eta \left( \sum_{i=1}^4 \lambda_i^{\eta\phi} \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 \lambda_i^{\eta\varphi} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \lambda_{\eta\xi} \xi^{0*} \xi^0 \right) \\
 & + \sum_{i=1}^4 \phi_i^+ \phi_i^- \left( \sum_{j=1}^4 \lambda_{ij}^{\phi\phi} \phi_j^+ \phi_j^- + \sum_{j=1}^2 \lambda_{ij}^{\phi\varphi} \varphi_j^0 \varphi_j^{0*} + \lambda_i^{\phi\xi} \xi^{0*} \xi^0 \right) \\
 & + \sum_{i=1}^2 \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} \left( \sum_{j=1}^2 \lambda_{ij}^{\varphi\varphi} \varphi_j^0 \varphi_j^{0*} + \lambda_i^{\varphi\xi} \xi^{0*} \xi^0 \right) + \lambda_\xi (\xi^{0*} \xi^0)^2 + \dots \text{ (xem trang sau)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \lambda_{10} (\phi_2^+)^2 (\phi_3^-)^2 + \lambda_{11} (\phi_2^+)^2 (\phi_4^-)^2 + \lambda_{12} (\phi_3^+)^2 (\phi_4^-)^2 \right. \\
& + w_1 (\varphi_2^0)^2 \varphi_1^0 + w_2 \chi^\dagger \rho \phi_3^- + w_3 \eta^\dagger \chi \xi^0 + w_4 (\varphi_2^0)^2 \varphi_1^{0*} + w_5 \phi_3^+ \phi_4^- \varphi_1^0 + w_6 \phi_3^+ \phi_4^- \varphi_1^{0*} \\
& + \chi \rho \eta (\lambda_1 \varphi_1^0 + \lambda_2 \varphi_1^{0*}) + \chi^\dagger \rho \phi_4^- (\lambda_{15} \varphi_1^0 + \lambda_{16} \varphi_1^{0*}) + \lambda_3 \eta^\dagger \rho \phi_3^- \xi^0 + \lambda_4 \phi_1^+ \phi_2^- \varphi_2^{0*} \xi^0 \\
& + (\lambda_{19} \phi_3^- \phi_4^+ + \lambda_{20} \phi_3^+ \phi_4^-) (\varphi_2^0)^2 + \lambda_{21} (\varphi_1^0)^3 \varphi_1^{0*} \\
& + \left( \lambda_{22} \chi^\dagger \chi + \lambda_{23} \rho^\dagger \rho + \lambda_{24} \eta^\dagger \eta + \sum_{i=1}^4 \lambda_{61i} \phi_i^+ \phi_i^- \right. \\
& \left. \left. + \sum_{i=1}^2 \lambda_{62i} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \lambda_{25} \xi^{0*} \xi^0 \right) (\varphi_1^0)^2 + h.c. \right\} \quad (2.1)
\end{aligned}$$

Phần thứ hai là phần vi phạm số lepton (nhóm con  $U(1)_{L_g}$  bị vi phạm) [152]:

$$\begin{aligned}
V_{LNV} = & \mu_{\chi\eta}^2 (\chi^\dagger \eta + \eta^\dagger \chi) + [\lambda_{26} (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{27} (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{28} (\eta^\dagger \eta)] (\chi^\dagger \eta + \eta^\dagger \chi) \\
& + \lambda_{29} [(\chi^\dagger \eta)^2 + (\eta^\dagger \chi)^2] + \lambda_{30} [(\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \chi) + (\chi^\dagger \rho)(\rho^\dagger \eta)] \\
& + \left\{ \xi^0 \left( w_7 \chi^\dagger \chi + w_8 \rho^\dagger \rho + w_9 \eta^\dagger \eta + \sum_{i=1}^4 w_{2i} \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 w_{3i} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + w_{10} \xi^{0*} \xi^0 \right) \right. \\
& + \xi^0 \left[ w_{11} \chi^\dagger \eta + w_{12} (\varphi_1^0)^2 + w_{13} (\varphi_1^{0*})^2 + w_{14} (\xi^0)^2 \right] + w_{15} \eta^\dagger \rho \phi_3^- + w_{16} \phi_2^- \phi_1^+ \varphi_2^0 \\
& + (\xi^0)^2 \left[ \lambda_{31} \chi^\dagger \chi + \lambda_{32} \rho^\dagger \rho + \lambda_{33} \eta^\dagger \eta + \sum_{i=1}^4 \lambda_{63i} \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 \lambda_{64i} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \lambda_{34} \xi^{0*} \xi^0 \right. \\
& + \lambda_{35} (\varphi_1^0)^2 + \lambda_{36} (\varphi_1^{0*})^2 \\
& + \chi^\dagger \eta \left[ \sum_{i=1}^4 \lambda_{65i} \phi_i^+ \phi_i^- + \sum_{i=1}^2 \lambda_{66i} \varphi_i^0 \varphi_i^{0*} + \lambda_{37} \xi^{0*} \xi^0 + \lambda_{38} (\varphi_1^0)^2 + \lambda_{39} (\varphi_1^{0*})^2 \right. \\
& + \lambda_{40} (\xi^0)^2 + \lambda_{41} (\xi^{0*})^2 \\
& + \eta^\dagger \rho (\lambda_{42} \phi_4^- \varphi_1^0 + \lambda_{43} \phi_4^- \varphi_1^{0*} + \lambda_{44} \phi_3^- \xi^{0*}) + \rho^\dagger \chi \phi_3^+ (\lambda_{45} \xi^0 + \lambda_{46} \xi^{0*}) \\
& + \lambda_{47} (\phi_1^+)^2 \phi_3^- \phi_4^- + \phi_1^+ \phi_2^- (\lambda_{48} \varphi_1^0 \varphi_2^{0*} + \lambda_{49} \varphi_1^{0*} \varphi_2^0 + \lambda_{50} \varphi_2^0 \xi^{0*}) \\
& + \phi_3^+ \phi_4^- (\lambda_{51} \varphi_1^0 \xi^0 + \lambda_{52} \varphi_1^0 \xi^{0*} + \lambda_{53} \varphi_1^{0*} \xi^0 + \lambda_{54} \varphi_1^{0*} \xi^{0*}) \\
& \left. \left. + (\varphi_2^0)^2 (\lambda_{55} \varphi_1^0 \xi^0 + \lambda_{56} \varphi_1^0 \xi^{0*} + \lambda_{57} \varphi_1^{0*} \xi^0 + \lambda_{58} \varphi_1^{0*} \xi^{0*}) + h.c. \right\} \quad (2.2) \right.
\end{aligned}$$

Phần cuối cùng là phần phá vỡ đối xứng mềm  $Z_4 \times Z_2$  như sau [152]

$$\begin{aligned}
L_{gsoft}^{scalars} = & \mu_1^2 \varphi_1^0 \varphi_2^0 + \mu_2^2 \varphi_1^0 \varphi_2^{0*} + \mu_3^2 (\varphi_2^0)^2 + \mu_4^2 \phi_2^+ \phi_3^- + \mu_5^2 \phi_2^+ \phi_4^- + \mu_6^2 \phi_3^+ \phi_4^- + h.c. \\
& \quad (2.3)
\end{aligned}$$

Thế Higgs toàn phần là tổng của ba phần nói trên

$$V = V_{LNC} + V_{LNV} + \mathcal{L}_{soft}^{scalars}. \quad (2.4)$$

Các tương tác cần để sinh khối lượng các lepton mang điện và các quark xác định như sau [170]

$$L_{Higgsqcl} = \lambda_1 \chi \rho \eta \varphi_1^0 + \lambda_3 \eta^\dagger \rho \phi_3^- \xi^0 + \lambda_4 \phi_1^+ \phi_2^- \varphi_2^0 \xi^0 + w_1 (\varphi_2^0)^2 \varphi_1^0 + w_2 \chi^\dagger \rho \phi_3^- + h.c. \quad (2.5)$$

Để sinh khối lượng neutrino, ngoài số hạng đầu tiên ở (2.5), còn có phần thêm là [170]

$$L_{Higgsneutrino} = \lambda_{13} (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + [\lambda_{27} (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \eta + \eta^\dagger \chi) + \mu_3^2 \phi_4^- \phi_3^+ + h.c.] . \quad (2.6)$$

Cần lưu ý là để sinh khối lượng các lepton mang điện và các quark, chỉ cần các số hạng trong phần bảo toàn  $V_{LNC}$  là đủ, trong khi để sinh khối lượng các neutrino nhẹ đã biết, cần phải có phần tương tác vô hướng vi phạm số lepton  $V_{LNV}$  cũng như phần phá vỡ đối xứng mềm  $\mathcal{L}_{soft}^{scalars}$  (số hạng cuối trong (2.6)) của thế Higgs.

## 2.2 Thế Higgs bảo toàn số lepton

Bây giờ ta xét phần bảo toàn số lepton của thế Higgs. Khai triển thế Higgs và áp dụng điều kiện cực tiểu, ta thu được các điều kiện ràng buộc như sau [152]

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} v_\eta v_\xi w_3 &= 0, \\ \mu_\chi^2 v_\chi + v_\chi^3 \lambda_{13} + \frac{1}{2} v_\chi v_\eta^2 \lambda_5 + \frac{1}{2} \lambda_{\chi\xi} v_\chi v_\xi^2 &= 0, \\ \mu_\eta^2 v_\eta + v_\eta^3 \lambda_{17} + \frac{1}{2} v_\chi^2 v_\eta \lambda_5 + \frac{1}{2} \lambda_{\eta\xi} v_\eta v_\xi^2 &= 0, \\ \mu_\xi^2 v_\xi + \frac{1}{2} \lambda_{\chi\xi} v_\chi^2 v_\xi + \frac{1}{2} \lambda_{\eta\xi} v_\eta^2 v_\xi + \lambda_\xi v_\xi^3 &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Viết dạng đơn giản là

$$\begin{aligned}
w_3 &= 0, \\
-\mu_\chi^2 &= v_\chi^2 \lambda_{13} + \frac{1}{2} v_\eta^2 \lambda_5 + \frac{1}{2} \lambda_{\chi\xi} v_\xi^2, \\
-\mu_\eta^2 &= v_\eta^2 \lambda_{17} + \frac{1}{2} v_\chi^2 \lambda_5 + \frac{1}{2} \lambda_{\eta\xi} v_\xi^2, \\
-\mu_\xi^2 &= \frac{1}{2} \lambda_{\chi\xi} v_\chi^2 + \frac{1}{2} \lambda_{\eta\xi} v_\eta^2 + \lambda_\xi v_\xi^2.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Áp dụng các điều kiện ràng buộc ở (2.8), phần vô hướng mang điện sẽ có hai trường không khồi lượng là  $\eta_2^+$  và  $\chi_2^+$  là các Goldstone bosons được ăn bởi các boson chuẩn tương ứng là  $W^+$  và  $Y^+$ . Các trường có khồi lượng là  $\phi_1^+, \phi_2^+$  và  $\phi_4^+$  với các bình phương khồi lượng tương ứng là [152]

$$\begin{aligned}
m_{\phi_1^+}^2 &= \mu_{\phi_1^+}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 \lambda_1^{\chi\phi} + v_\eta^2 \lambda_1^{\eta\phi} + v_\xi^2 \lambda_1^{\phi\xi} \right], \\
m_{\phi_2^+}^2 &= \mu_{\phi_2^+}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 \lambda_2^{\chi\phi} + v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\phi} + v_\xi^2 \lambda_2^{\phi\xi} \right], \\
m_{\phi_4^+}^2 &= \mu_{\phi_4^+}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 \lambda_4^{\chi\phi} + v_\eta^2 \lambda_4^{\eta\phi} + v_\xi^2 \lambda_4^{\phi\xi} \right].
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Ngoài ra, trong cơ sở  $(\rho_1^+, \rho_3^+, \phi_3^+)$  ta có ma trận khồi lượng dạng tròn [152]

$$M_{charged}^2 = \begin{pmatrix} A + \frac{1}{2} v_\eta^2 (\lambda_6 + \lambda_9) & 0 & \frac{1}{2} v_\eta v_\xi \lambda_3 \\ 0 & A + \frac{1}{2} (v_\chi^2 \lambda_7 + v_\eta^2 \lambda_6) & \frac{1}{\sqrt{2}} v_\chi w_2 \\ \frac{1}{2} v_\eta v_\xi \lambda_3 & \frac{1}{\sqrt{2}} v_\chi w_2 & \mu_{\phi_3^+}^2 + B_3 \end{pmatrix}, \tag{2.10}$$

ở đây ta đã dùng các ký hiệu sau

$$\begin{aligned}
A &\equiv \mu_\rho^2 + \frac{1}{2} [v_\chi^2 \lambda_{18} + \lambda_{\rho\xi} v_\xi^2], \\
B_i &\equiv \frac{1}{2} (v_\chi^2 \lambda_i^{\chi\phi} + v_\eta^2 \lambda_i^{\eta\phi} + v_\xi^2 \lambda_i^{\phi\xi}), \quad i = 1, 2, 3, 4.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Từ (2.10) cho thấy rằng trong giới hạn  $v_\eta \ll v_\xi, \rho_1^+$  là trường vật lý với khồi lượng [152]

$$m_{\rho_1^+}^2 = A + \frac{1}{2} v_\eta^2 (\lambda_6 + \lambda_9), \tag{2.12}$$

và hai trường vô hướng *bilepton* có khối lượng  $\rho_3^+$  và  $\phi_3^+$  trộn nhau.

Bây giờ ta chuyển sang xét phần Higgs CP-lẻ (CP-odd Higgs). Có ba trường không khối lượng là  $I_{\chi_3^0}$ ,  $I_{\eta_1^0}$  và  $I_{\xi^0}$ . Trường  $I_{\varphi_2}$  có bình phương khối lượng là [152]

$$m_{I_{\varphi_2}}^2 = \mu_{\varphi_2}^2 + B'_2, \quad (2.13)$$

với

$$B'_n \equiv \frac{1}{2} (v_\chi^2 \lambda_n^{\chi\varphi} + v_\eta^2 \lambda_n^{\eta\varphi} + v_\xi^2 \lambda_n^{\xi\varphi}), \quad n = 1, 2. \quad (2.14)$$

Trong phần Higgs CP-lẻ này còn có hai ma trận khối lượng như dưới đây [152]:

1. Trong cơ sở  $(I_{\chi_1^0}, I_{\eta_3^0})$ , ma trận khối lượng là

$$m_{CPodd1}^2 = \frac{\lambda_8}{2} \begin{pmatrix} v_\eta^2 & -v_\chi v_\eta \\ -v_\chi v_\eta & v_\chi^2 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Ma trận ở (2.15) cho ta hai trạng thái vật lý

$$\begin{aligned} G_1 &= \cos \theta_a I_{\chi_1^0} + \sin \theta_a I_{\eta_3^0}, \\ A_1 &= -\sin \theta_a I_{\chi_1^0} + \cos \theta_a I_{\eta_3^0}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

với

$$\tan \theta_a = \frac{v_\eta}{v_\chi}. \quad (2.17)$$

Trường  $G_1$  không khối lượng trong khi trường  $A_1$  có khối lượng như sau

$$m_{A_1}^2 = \frac{\lambda_8 v_\chi^2}{2 \cos^2 \theta_a}. \quad (2.18)$$

2. Trong cơ sở  $(I_{\varphi_1}, I_\rho)$  ma trận khối lượng là

$$m_{CPodd2}^2 = \begin{pmatrix} \mu_{\varphi_1}^2 + B'_1 - C & \frac{1}{2} v_\chi v_\eta (\lambda_1 - \lambda_2) \\ \frac{1}{2} v_\chi v_\eta (\lambda_1 - \lambda_2) & A + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

ở đây ta dùng ký hiệu

$$C \equiv v_\chi^2 \lambda_{22} + v_\eta^2 \lambda_{24} + v_\xi^2 \lambda_{25} \quad (2.20)$$

Các trạng thái vật lý của ma trận (2.19) là

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_\rho & \sin \theta_\rho \\ -\sin \theta_\rho & \cos \theta_\rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{\varphi_1} \\ I_\rho \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

với góc trộn cho bởi

$$\tan 2\theta_\rho = \frac{v_\chi v_\eta (\lambda_1 - \lambda_2)}{\left(\mu_{\varphi_1}^2 - C + B'_1 - A - \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2\right)}. \quad (2.22)$$

và các bình phương khối lượng của chúng như sau

$$\begin{aligned} m_{A_2}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ A + D_1 - \sqrt{(A - D_1)^2 + v_\eta^2 [2(A - D_1)\lambda_6 + v_\eta^2 \lambda_6^2 + v_\chi^2 (\lambda_{13} - \lambda_{14})^2]} \right\}, \\ m_{A_3}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ A + D_1 + \sqrt{(A - D_1)^2 + v_\eta^2 [2(A - D_1)\lambda_6 + v_\eta^2 \lambda_6^2 + v_\chi^2 (\lambda_{13} - \lambda_{14})^2]} \right\}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

trong đó

$$D_1 = \mu_{\varphi_1}^2 + B'_1 - C + \frac{1}{2} v_\eta^2 \lambda_6. \quad (2.24)$$

Dến đây ta sẽ xét phần Higgs CP-chẵn (CP-even Higgs). Có một trường  $R_{\varphi_2}$  có bình phương khối lượng là [152]

$$\begin{aligned} m_{R_{\varphi_2}}^2 = m_{I_{\varphi_2}}^2 &= \mu_{\varphi_2}^2 + B'_2 \\ &= \mu_{\varphi_2}^2 + \frac{1}{2} \left( v_\chi^2 \lambda_2^{\chi\varphi} + v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\varphi} + v_\xi^2 \lambda_2^{\varphi\xi} \right). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Như đã đề cập trong tài liệu [170], trường vô hướng nhẹ nhất  $\varphi_2^0$  là ứng viên vật chất tối khả dĩ. Do đó từ (2.25) ta có điều kiện sau

$$\mu_{\varphi_2}^2 = -\frac{1}{2} \left( v_\chi^2 \lambda_2^{\chi\varphi} + v_\xi^2 \lambda_2^{\varphi\xi} \right). \quad (2.26)$$

Như vậy, mô hình của ta chứa vật chất tối là vô hướng phức  $\varphi_2^0$  có bình phương khối lượng là [152]

$$m_{R_{\varphi_2}}^2 = m_{I_{\varphi_2}}^2 = \frac{1}{2} v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\varphi}. \quad (2.27)$$

Trong phần Higgs CP-chẵn này còn có thêm ba ma trận khối lượng như sau [152]:

1. Ma trận khối lượng trong cơ sở  $(R_{\chi_1^0}, R_{\eta_3^0})$  là

$$m_{CPeven1}^2 = \frac{\lambda_8}{2} \begin{pmatrix} v_\eta^2 & v_\chi v_\eta \\ v_\chi v_\eta & v_\chi^2 \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Ma trận nói trên tương tự ma trận ở (2.15) chỉ khác là góc trộn có dấu ngược lại, cho hai trạng thái vật lý là

$$\begin{aligned} R_{G_1} &= \cos \theta_a R_{\chi_1^0} + \sin \theta_a R_{\eta_3^0}, \\ H_1 &= -\sin \theta_a R_{\chi_1^0} + \cos \theta_a R_{\eta_3^0}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

ở đây  $R_{G_1}$  là không khối lượng trong khi trường  $H_2$  có khối lượng như sau

$$m_{H_1}^2 = m_{A_1}^2 = \frac{\lambda_8 v_\chi^2}{2 \cos^2 \theta_a}. \quad (2.30)$$

2. Ma trận khối lượng trong cơ sở  $(R_\rho, R_{\varphi_1})$  là

$$m_{CPeven2}^2 = \begin{pmatrix} A + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 & -\frac{1}{2} v_\chi v_\eta (\lambda_1 + \lambda_2) \\ -\frac{1}{2} v_\chi v_\eta (\lambda_1 + \lambda_2) & \mu_{\varphi_1}^2 + C + B'_1 \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Các trạng thái vật lý ứng với ma trận (2.31) là

$$\begin{pmatrix} H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\rho \\ R_{\varphi_1} \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

với góc trộn cho bởi

$$\tan 2\theta_r = \frac{v_\chi v_\eta (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\mu_{\varphi_1}^2 + C + B'_1 - A - \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2)}. \quad (2.33)$$

và các bình phương khối lượng được xác định bởi

$$\begin{aligned} m_{H_2}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ A + D_2 - \sqrt{(A - D_2)^2 + v_\eta^2 [2(A - D_2)\lambda_6 + v_\eta^2 \lambda_6^2 + v_\chi^2 (\lambda_{13} + \lambda_{14})^2]} \right\}, \\ m_{H_3}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ A + D_2 + \sqrt{(A - D_2)^2 + v_\eta^2 [2(A - D_2)\lambda_6 + v_\eta^2 \lambda_6^2 + v_\chi^2 (\lambda_{13} + \lambda_{14})^2]} \right\}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

với

$$D_2 = \mu_{\varphi_1}^2 + B'_1 + C + \frac{1}{2} v_\eta^2 \lambda_6. \quad (2.35)$$

3. Ma trận khối lượng trong cơ sở  $(R_{\chi_3^0}, R_{\eta_1^0}, R_{\xi^0})$  là

$$m_{CPeven3}^2 = \begin{pmatrix} 2v_\chi^2\lambda_{13} & v_\chi v_\eta \lambda_5 & \lambda_{\chi\xi} v_\chi v_\xi \\ v_\chi v_\eta \lambda_5 & 2v_\eta^2 \lambda_{17} & \lambda_{\eta\xi} v_\eta v_\xi \\ \lambda_{\chi\xi} v_\chi v_\xi & \lambda_{\eta\xi} v_\eta v_\xi & 2\lambda_\xi v_\xi^2 \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Bây giờ ta hãy tóm tắt nội dung Higgs, như sau [152]:

1. Trong phần vô hướng mang điện có hai Goldstone bosons  $\eta^-$  và  $\chi^-$  được ăn bởi các boson chuẩn  $W^-$  và  $Y^-$ . Ba boson Higgs mang điện có khối lượng là  $\phi_1^+$ ,  $\phi_2^+$  và  $\phi_4^+$ . Các trường còn lại  $\rho_1^+$ ,  $\phi_3^+$  và  $\rho_3^+$  thì trộn nhau.
2. Phần Higgs CP-lẻ: có một vô hướng Majoron  $I_{\xi^0}$  không khối lượng được ký hiệu là  $G_M$ . May mắn là, trường này có dạng đơn tuyến chuẩn nên *không mâu thuẫn về mặt hiện tượng luận*. Hai trường vô hướng không mang điện  $I_{\eta_1^0}$  và  $I_{\chi_3^0}$  là các Goldstone bosons tương ứng dành cho các boson chuẩn  $Z$  và  $Z'$ . Còn có một trạng thái không khối lượng khác là  $G_1$  với vai trò sẽ được bàn ở phần sau. Ở đây chúng ta đề cập rằng trong giới hạn  $v_\eta \ll v_\chi$ , trường này là  $I_{\chi_1^0}$ . Các trường Higgs CP-lẻ có khối lượng là  $I_{\varphi_2}$  và  $A_1$ , hai trường còn lại  $I_{\varphi_1}$ ,  $I_\rho$  trộn nhau.
3. Phần Higgs CP-chẵn: Có một trường  $R_{G_1}$  không khối lượng, và trong giới hạn  $v_\eta \ll v_\chi$ , nó trở thành  $R_{\chi_1^0}$ . Sự kết hợp  $G_1$  và  $R_{G_1}$  là Goldstone boson dành cho boson chuẩn trung hòa bilepton  $X^0$ . Do đó

$$G_{X^0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{G_1} - iG_1). \quad (2.37)$$

Các trường có khối lượng là  $R_{\varphi_2}$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $R_{\chi_3^0}$ ,  $R_{\eta_1^0}$ ,  $R_{\xi^0}$  và boson Higgs như mô hình chuẩn (SM-like Higgs boson)  $h$ . Chú ý rằng trong tính toán chúng ta đã bỏ qua sự suy biến do đóng góp từ các tương tác vô hướng phá vỡ đối xứng  $Z_2 \times Z_4$

$$\begin{aligned} m_{R_{\varphi_2}}^2 &= m_{I_{\varphi_2}}^2 = \mu_{\varphi_2}^2 + B'_2, \\ m_{H_1}^2 &= m_{A_1}^2 = \frac{\lambda_8 v_\chi^2}{2 \cos^2 \theta_a}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Vì thế trường vô hướng phức  $\varphi_2^0$  có bình phương khối lượng là

$$m_{\varphi_2}^2 = \mu_{\varphi_2}^2 + B'_2. \quad (2.39)$$

Kết quả này phù hợp với tiên đoán trong tài liệu [170]. Để là một ứng viên vật chất tối, số hạng đầu tiên ở (2.39) được yêu cầu phải triệt tiêu các số hạng có trung bình chân không như  $v_\chi$  và  $v_\xi$ . Lúc đó ứng viên vật chất tối  $\varphi_2^0$  nói trên có khối lượng là

$$m_{R_{\varphi_2}}^2 = m_{I_{\varphi_2}}^2 = \frac{1}{2} v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\varphi} \quad (2.40)$$

Dựa theo [175], các ứng viên WIMP có khối lượng khoảng 10GeV, do đó

$$\lambda_2^{\eta\varphi} \approx 0.04 \quad (2.41)$$

Nhìn vào các phương trình (2.16), (2.29) và (2.38) chúng ta thấy rằng có một vô hướng phức mới

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(H_1 - iA_1), \quad (2.42)$$

với khối lượng là

$$m_\omega^2 = \frac{\lambda_8 v_\chi^2}{2 \cos^2 \theta_a}. \quad (2.43)$$

Đến đây, ta lưu ý rằng một phần nội dung Higgs có thể viết lại là

$$\begin{aligned} \chi &\simeq \begin{pmatrix} G_{X^0} \\ G_{Y^-} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + R_{\chi_3^0} - iG_{Z'}) \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\rho - iI_\rho) \\ \rho_3^+ \end{pmatrix}, \\ \eta &\simeq \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + h - iG_Z) \\ G_{W^-} \\ \omega \end{pmatrix}, \\ \varphi_2^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\varphi_2} - iI_{\varphi_2}) \sim (1, 1, 0, i, 1, 0) \sim \text{DM}, \\ \xi^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\xi + R_{\xi^0} - iG_M) \sim (1, 1, 0). \end{aligned} \quad (2.44)$$

## 2.3 Các trường hợp giản lược

### 2.3.1 Phần Higgs CP-lé

Nhìn vào thẻ Higgs (2.1), chúng tôi giới hạn các tham số chưa biết một cách hợp lý bằng các liên hệ cụ thể sau [152]

$$\lambda_1 = \lambda_2, \quad \lambda_{15} = \lambda_{16}, \quad \lambda_{19} = \lambda_{20}, \quad w_1 = w_4. \quad (2.45)$$

Phần Higgs CP-lé chứa ba trường không khôi lượng là  $I_{\chi_3^0}$ ,  $I_{\eta_1^0}$  và  $I_{\xi^0}$ . Trường  $I_{\varphi_2}$  có bình phương khôi lượng là

$$m_{I_{\varphi_2}}^2 = \mu_{\varphi_2}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 (\lambda_2^{\chi\varphi} + \lambda_2^{\varphi\xi}) + v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\varphi} \right]. \quad (2.46)$$

Mặt khác, trong cơ sở  $(I_{\chi_1^0}, I_{\eta_3^0})$  một Goldstone boson  $G_1$  và một trường  $A_1$  có khôi lượng

$$m_{A_1}^2 = \frac{\lambda_8 v_\chi^2}{2 \cos^2 \theta_a}, \quad (2.47)$$

với

$$\tan \theta_a = \frac{v_\eta}{v_\chi}.$$

Sử dụng kết quả (2.45), ma trận khôi lượng trong (2.19) đổi với các trường  $I_{\varphi_1}$  và  $I_\rho$  trở thành dạng chéo [152]

$$m_{CPodd2}^2 = \begin{pmatrix} \mu_{\varphi_1}^2 - C + B'_1 & 0 \\ 0 & A + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Do đó, theo điều kiện trên  $I_{\varphi_1}$  và  $I_\rho$  là các trạng thái vật lý với khôi lượng ương ứng như sau

$$\begin{aligned} m_{I_{\varphi_1}}^2 &= \mu_{\varphi_1}^2 - C + B'_1 \\ &= \mu_{\varphi_1}^2 + \frac{v_\chi^2}{2} \left[ \lambda_1^{\chi\phi} + \lambda_1^{\phi\xi} - 2(\lambda_{22} + \lambda_{25}) \right] + \frac{v_\eta^2}{2} (\lambda_1^{\eta\phi} - \lambda_{24}), \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$m_{I_\rho}^2 = A + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 = \mu_\rho^2 + \frac{1}{2} [(\lambda_{18} + \lambda_{\rho\xi}) v_\chi^2 + \lambda_6 v_\eta^2]. \quad (2.50)$$

Tóm lại, với điều kiện (2.45), phần Higgs CP-lé bao gồm bốn trường không có khôi lượng là  $I_{\chi_3^0}$ ,  $I_\eta$ ,  $G_M$ ,  $G_1$  và bốn trường có khôi lượng là  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  và  $I_{\varphi_2}$ . (ở đây ta đặt lại tên  $I_\rho = A_2$  và  $I_{\varphi_1} = A_3$ ), như được tóm tắt trong bảng 3.

Bảng 3: Bình phương khối lượng của các trường Higgs CP-lé dưới điều kiện (2.45) và  $v_\chi \gg v_\eta$ .

Trường	$I_{\chi_1^0} = G_1 \in G_{X^0}$	$I_{\chi_3^0} = G_{Z'}$	$I_{\eta_1^0} = G_Z$	$I_{\eta_3^0} = A_1$	$I_\rho = A_2$	$I_{\varphi_1^0} = A_3$	$I_{\varphi_2^0} = DM$	$I_{\xi^0} = G_M$
B.P.K.L	0	0	0	$m_{A_1}^2$	$m_{A_2}^2$	$m_{A_3}^2$	$m_{I_{\varphi_2^0}}^2$	0

### 2.3.2 Phần Higgs CP-chẵn và Higgs như mô hình chuẩn

Theo biểu thức (2.25), trường  $R_{\varphi_2}$  và  $I_{\varphi_2}$  có cùng khối lượng:

$$m_{R_{\varphi_2}}^2 = m_{I_{\varphi_2}}^2 = \mu_{\varphi_2}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 (\lambda_2^{\chi\varphi} + \lambda_2^{\varphi\xi}) + v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\varphi} \right]. \quad (2.51)$$

Như đã được đề cập trong tài liệu [170], trường vô hướng nhẹ nhất  $\varphi_2^0$  là ứng viên vật chất tối khả dĩ. Vì thế từ (2.25) chúng tôi đề xuất các điều kiện phù hợp sau [152]

$$\mu_{\varphi_2}^2 = -\frac{1}{2} \left( v_\chi^2 \lambda_2^{\chi\varphi} + v_\xi^2 \lambda_2^{\varphi\xi} \right), \quad (2.52)$$

và do đó, mô hình đang xét chứa vật chất tối vô hướng phức  $\varphi_2^0$  với khối lượng

$$m_{R_{\varphi_2}}^2 = m_{I_{\varphi_2}}^2 = \frac{1}{2} v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\varphi}. \quad (2.53)$$

Một số thành phần khác của phần Higgs CP-chẵn bao gồm như sau:

- Trong cơ sở  $(R_{\chi_1^0}, R_{\eta_3^0})$ , ta có một trường không khối lượng  $R_{G_1}$  và một trường có khối lượng  $H_1$  cùng khối lượng với trường  $A_1$  với cùng góc trộn.
- Trong cơ sở  $(R_\rho, R_{\varphi_1})$  ma trận là

$$m_{CP even 2}^2 = \begin{pmatrix} \mu_\rho^2 + \frac{1}{2} [(\lambda_{18} + \lambda_{\rho\xi}) v_\chi^2 + \lambda_6 v_\eta^2] & -v_\chi v_\eta \lambda_1 \\ -v_\chi v_\eta \lambda_1 & \mu_{\varphi_1}^2 + \frac{v_\chi^2}{2} [\lambda_1^{\chi\phi} + \lambda_1^{\phi\xi} + 2(\lambda_{22} + \lambda_{25})] + \frac{v_\eta^2}{2} (\lambda_1^{\eta\phi} + \lambda_{24}) \end{pmatrix}. \quad (2.54)$$

Các trạng thái vật lý của ma trận (2.54) là  $H_2$  và  $H_3$  với góc trộn là

$$\tan 2\theta_r = \frac{2v_\chi v_\eta \lambda_1}{(\mu_{\varphi_1}^2 + C + B'_1 - A - \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2)}. \quad (2.55)$$

Bây giờ ta chuyển sang xét Higgs như mô hình chuẩn, đến từ ma trận khôi lượng (2.36) ứng với cơ sở  $(R_{\chi_3^0}, R_{\eta_1^0}, R_{\xi^0})$ , đó là:

$$m_{CPeven3}^2 = \begin{pmatrix} 2v_\chi^2\lambda_{13} & v_\chi v_\eta \lambda_5 & \lambda_{\chi\xi} v_\chi v_\xi \\ v_\chi v_\eta \lambda_5 & 2v_\eta^2 \lambda_{17} & \lambda_{\eta\xi} v_\eta v_\xi \\ \lambda_{\chi\xi} v_\chi v_\xi & \lambda_{\eta\xi} v_\eta v_\xi & 2\lambda_\xi v_\xi^2 \end{pmatrix}. \quad (2.56)$$

Ma trận trên có định thức bằng không trong giới hạn  $v_\eta = 0$ , vì vậy nó chứa một boson Higgs có khôi lượng tỉ lệ với thang phá vỡ điện yếu  $v_\eta$ , nên có thể đồng nhất với boson Higgs như mô hình chuẩn. Để đơn giản, chúng tôi chấp nhận điều kiện giản lược như sau [152]:

$$\lambda_5 = \lambda_{13} = \lambda_{17} = \lambda_\xi = \lambda_{\chi\xi} = \lambda_{\eta\xi} = \lambda, \quad v_\xi = v_\chi. \quad (2.57)$$

Với điều kiện này, ma trận bình phương khôi lượng (2.36), cũng là công thức (2.56), có dạng đơn giản

$$m_{CPeven3}^2 = \lambda \begin{pmatrix} 2x^2 & x & x \\ x & 2 & 1 \\ x & 1 & 2 \end{pmatrix} v_\chi^2, \quad x = \frac{v_\eta}{v_\chi}. \quad (2.58)$$

Và ma trận bình phương khôi lượng  $m_{CPeven3}^2$  nói trên được chéo hóa như sau [152]:

$$R_{CPeven3}^T m_{CPeven3}^2 R_{CPeven3} \simeq \begin{pmatrix} \frac{4}{3}\lambda v_\eta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda v_\chi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 3\lambda v_\chi^2 \end{pmatrix},$$

$$R_{CPeven3} \simeq \begin{pmatrix} -1 + \frac{x^2}{9} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}x \\ \frac{x}{3} & -\sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \frac{x}{3} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.59)$$

ở đây chúng ta đã sử dụng điều kiện  $v_\chi \gg v_\eta = 246$  GeV.

Vì vậy các trường vô hướng vật lý ứng với ma trận  $m_{CPeven3}^2$  là [152]:

$$\begin{pmatrix} h \\ H_4 \\ H_5 \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} -1 + \frac{x^2}{9} & \frac{x}{3} & \frac{x}{3} \\ 0 & -\sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \frac{\sqrt{2}}{3}x & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{\eta_1^0} \\ R_{\chi_3^0} \\ R_{\xi^0} \end{pmatrix}, \quad (2.60)$$

trong đó  $h$  là Higgs như mô hình chuẩn với khối lượng 126 GeV, trong khi  $H_4$  và  $H_5$  là các trường vô hướng vật lý năng nhận khối lượng ở thang phá vỡ đối xứng  $SU(3)_L \times U(1)_X \times Z_4 \times Z_2 \times U(1)_{L_g}$ . Do đó ta thấy Higgs như mô hình chuẩn  $h$  có các tương tác rất giống với các tiên đoán mô hình chuẩn ở sự sai khác nhỏ cỡ bậc  $\frac{v_\eta^2}{v_\chi^2} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ . Ngoài ra, bình phương khối lượng của các trường vật lý đến từ ma trận  $m_{CPeven3}^2$  có dạng [152]:

$$m_h^2 \simeq \frac{4}{3}\lambda v_\eta^2, \quad m_{H_4}^2 \simeq \lambda v_\chi^2, \quad m_{H_5}^2 \simeq 3\lambda v_\chi^2. \quad (2.61)$$

Từ (2.61) và dùng dữ kiện khối lượng của Higgs như mô hình chuẩn là 126 GeV ta rút ra [152]

$$\lambda \approx 0.187. \quad (2.62)$$

Kết hợp với (1.36) ta được [152]:

$$1.5 \text{ TeV} < m_{H_4} < 2.61 \text{ TeV}, \quad (2.63)$$

$$2.6 \text{ TeV} < m_{H_5} < 4.5 \text{ TeV}.$$

Nội dung phần Higgs CP-chẵn được tóm tắt trong bảng 4.

Bảng 4: Bình phương khối lượng của các trường Higgs CP-chẵn dưới điều kiện (2.57) và  $v_\chi \gg v_\eta$ .

Trường	$R_{\chi_1^0} \in G_{X^0}$	$R_{\chi_3^0} \simeq H_4$	$R_{\eta_1^0} = h$	$R_{\eta_3^0} = H_1$	$R_\rho = H_2$	$R_{\varphi_1^0} = H_3$	$R_{\varphi_2^0} = DM$	$R_{\xi^0} \simeq H_5$
B.P.K.L	0	$\lambda v_\chi^2$	$\frac{4}{3}\lambda v_\eta^2$	$m_{H_1}^2 = m_{A_1}^2$	$m_{H_2}^2$	$m_{H_3}^2$	$m_{R_{\varphi_2^0}}^2 = m_{I_{\varphi_2^0}}^2$	$3\lambda v_\chi^2$

### 2.3.3 Phản Higgs mang điện

Phản Higgs mang điện gồm hai trường không khói lượng là  $G_{W^+}$  và  $G_{Y^+}$  là các Goldstone bosons tương ứng được ăn bởi các boson chuẩn  $W^+$  và  $Y^+$ . Các trường có khói lượng là  $\phi_1^+, \phi_2^+$  và  $\phi_4^+$  với khói lượng tương ứng là [152]:

$$\begin{aligned} m_{\phi_1^+}^2 &= \mu_{\phi_1^+}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 (\lambda_1^{\chi\phi} + \lambda_1^{\phi\xi}) + v_\eta^2 \lambda_1^{\eta\phi} \right], \\ m_{\phi_2^+}^2 &= \mu_{\phi_2^+}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 (\lambda_2^{\chi\phi} + \lambda_2^{\phi\xi}) + v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\phi} \right], \\ m_{\phi_4^+}^2 &= \mu_{\phi_4^+}^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 \lambda_4^{\chi\phi} + v_\eta^2 \lambda_4^{\eta\phi} + v_\xi^2 \lambda_4^{\phi\xi} \right]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Trong cơ sở  $(\rho_1^+, \rho_3^+, \phi_3^+)$  ma trận khói lượng là [152]:

$$M_{chargeds}^2 = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & \frac{\lambda_3}{2} v_\eta v_\chi \\ 0 & A_{22} & \frac{1}{\sqrt{2}} v_\chi w_2 \\ \frac{\lambda_3}{2} v_\eta v_\chi & \frac{1}{\sqrt{2}} v_\chi w_2 & A_{33} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

trong đó

$$\begin{aligned} A_{11} &= \mu_\rho^2 + \frac{1}{2} v_\chi^2 (\lambda_{18} + \lambda_{\rho\xi}) + \frac{1}{2} v_\eta^2 (\lambda_6 + \lambda_9) \\ A_{22} &= \mu_\rho^2 + \frac{1}{2} \left[ v_\chi^2 (\lambda_7 + \lambda_{18} + \lambda_{\rho\xi}) + \lambda_6 v_\eta^2 \right] \\ A_{33} &= \mu_{\phi_3^+}^2 + \frac{1}{2} \left( v_\chi^2 (\lambda_2^{\chi\phi} + \lambda_2^{\phi\xi}) + v_\eta^2 \lambda_2^{\eta\phi} \right). \end{aligned}$$

Ta hãy thử đơn giản hóa ma trận này, với lưu ý đến điều kiện (2.57) ta có

$$\begin{aligned} \mu_\chi^2 &= -\frac{\lambda}{2} (3v_\chi^2 + v_\eta^2) \simeq -\frac{3}{2} \lambda v_\chi^2, \\ \mu_\eta^2 &= -\lambda (v_\eta^2 + v_\chi^2) \simeq -\lambda v_\chi^2, \\ \mu_\xi^2 &= -\frac{\lambda}{2} (v_\chi^2 + v_\eta^2) \simeq -\frac{1}{2} \lambda v_\chi^2. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Do đó, thật hợp lý để giả sử [152]

$$\begin{aligned} \mu_\rho^2 &= -\frac{v_\chi^2}{2} (\lambda_{18} + \lambda_{\rho\xi}) \approx \mu_\eta^2, \\ \mu_{\phi_3^+}^2 &= -\frac{v_\chi^2}{2} (\lambda_2^{\chi\phi} + \lambda_2^{\phi\xi}). \end{aligned} \quad (2.67)$$

Dùng các điều kiện này, ta được [152]:

$$M_{chargeds}^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}v_\eta^2(\lambda_6 + \lambda_9) & 0 & \frac{\lambda_3}{2}v_\eta v_\chi \\ 0 & \frac{1}{2}(v_\chi^2\lambda_7 + \lambda_6 v_\eta^2) & \frac{1}{\sqrt{2}}v_\chi w_2 \\ \frac{\lambda_3}{2}v_\eta v_\chi & \frac{1}{\sqrt{2}}v_\chi w_2 & \frac{1}{2}v_\eta^2\lambda_2^{\eta\phi} \end{pmatrix}, \quad (2.68)$$

## 2.4 Thê Higgs vi phạm số lepton

Thê Higgs vi phạm số lepton, tức là  $V_{full} = V_{LNC} + V_{LNV}$  cho kết quả với cấu trúc hoàn toàn tương tự như trường hợp mênh Higgs bảo toàn số lepton. Tuy nhiên, trường hợp mênh Higgs vi phạm số lepton có vài điểm lưu ý như sau:

1. Khối lượng các trường Higgs có thêm vài số hạng đóng góp mới.
2. Trường vô hướng phức  $\varphi_2^0$  có cùng khối lượng như trong trường hợp mênh Higgs bảo toàn số lepton.
3. Không tồn tại Majoron.
4. Phần Higgs CP-chẵn trộn ở dạng phức tạp hơn.

## 2.5 Một số hiện tượng luận liên quan đến nội dung Higgs trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS

### 2.5.1 Đóng góp của phần vô hướng vào tham số $\rho$

Các boson Higgs mới có thể cho đóng góp vào tham số  $\rho$  ở bậc một vòng như đã được bàn trong nhiều mô hình mở rộng, chẳng hạn như mô hình giản lược trình bày trong tài liệu [189], mô hình hai lưỡng tuyễn Higgs [32, 190], và mô hình chuẩn siêu đối xứng [191]. Trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS, chúng tôi xét hiệu ứng đóng góp của phần Higgs vào tham số  $\rho$  ở bậc một vòng. Phần đóng góp này được xác định trong giới hạn góc trộn  $Z - Z'$  nhỏ và boson Higgs như mô hình chuẩn (SM-like Higgs boson) không tương tác (decoupling) với các

boson Higgs trung hòa CP-chẵn khác. Hệ quả là, đóng góp bậc một vòng của boson Higgs như mô hình chuẩn vào tham số  $\rho$  cũng giống như trong Mô hình chuẩn. Ngoại trừ các thành phần của tam tuyến vô hướng  $\rho$ , các boson Higgs trung hòa CP-chẵn nặng còn lại không tương tác với các boson chuẩn  $W$  và  $Z$  của mô hình chuẩn và do đó chúng không cho đóng góp vào tham số  $\rho$ . Dóng góp của các boson Higgs còn lại có thể được tính dựa vào các kết quả được trình bày trong tài liệu [191]. Theo đó, đóng góp của bất kỳ boson Higgs nào trong mô hình ta đang xét vào  $\Delta\rho$  được xác định như sau

$$\Delta\rho = \frac{\Pi_{WW}(0)}{M_W^2} - \frac{\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2}, \quad (2.69)$$

trong đó  $\Pi_{WW}(0)$  và  $\Pi_{ZZ}(0)$  là các hệ số của  $-ig_{\mu\nu}$  trong biên độ phân cực chẵn không tương ứng với các boson chuẩn mang điện  $W$  và boson chuẩn trung hòa  $Z$ . Trường hợp chúng tôi đang xét ở đây chỉ liên hệ tới đóng góp của các vô hướng (Higgs) có trung bình chẵn không bằng không là  $\phi_{1,2}$  với khối lượng  $m_{1,2}$  và tương tác [152]

$$ic\phi_1^*\overleftrightarrow{\partial}_\mu\phi_2 V^\mu \equiv ic[\phi_1^*\partial_\mu\phi_2 - (\partial_\mu\phi_1^*)\phi_2] V^\mu, \quad (V = W, Z), \quad (2.70)$$

tương ứng với đóng góp là

$$\Pi(\text{scalar}) = \frac{|c|^2}{16\pi^2} f_s(m_1, m_2), \quad (2.71)$$

với

$$\begin{aligned} f_s(m_1, m_2) &= f_s(m_2, m_1) = \frac{m_1^2 m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \ln \left[ \frac{m_2^2}{m_1^2} \right] + \frac{1}{2} (m_1^2 + m_2^2) \\ &= m_1^2 f_s(x) = m_1^2 \left( \frac{x \ln(x)}{1-x} + \frac{1+x}{2} \right), \quad x_{21} \equiv \frac{m_2^2}{m_1^2}. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Biểu thức (2.72) là hàm thỏa mãn điều kiện  $f_s(m_1, m_1) = \lim_{m_2 \rightarrow m_1} f_s(m_1, m_2) = 0$  và  $f_s(m_1, m_2) > 0$  với  $m_1 \neq m_2$ . Điều này dẫn đến hệ quả là các boson Higgs mang điện  $\phi_{1,2,4}^\pm$  không có tương tác Higgs-boson chuẩn với các boson Higgs khác sẽ không cho đóng góp vào tham số  $\rho$ . Dóng góp khác không chỉ có thể đến từ

phần Higgs mang điện  $H_{1,2,3}^\pm$  tương ứng với cơ sở  $(\rho_1^\pm, \rho_3^\pm, \phi_3^\pm)$  và từ phần Higgs trung hòa CP-lé liên quan tới  $I_\rho$ . Phần Lagrangian tương ứng với đóng góp này là [152]

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{VHH} &= (D_\mu \rho)^\dagger (D^\mu \rho) + (D_\mu \phi_3^+)^* (D^\mu \phi_3^+) \\ &\rightarrow \frac{ig}{2} Z^\mu \left[ \frac{1 - 2s_W^2}{c_W} \left( \rho_1^- \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu \rho_1^+ \right) + \frac{-2s_W^2}{c_W} \left( \rho_3^- \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu \rho_3^+ \right) + \frac{-i}{c_W} \left( I_\rho \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu R_\rho \right) \right] \\ &\quad + \frac{-igs_W^2}{c_W} Z^\mu \left( \phi_3^- \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu \phi_3^+ \right) + \left[ -\frac{ig}{2} W^{+\mu} \rho_1^- \left( \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu R_\rho - i \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu I_\rho \right) + \text{H.c.} \right].\end{aligned}\quad (2.73)$$

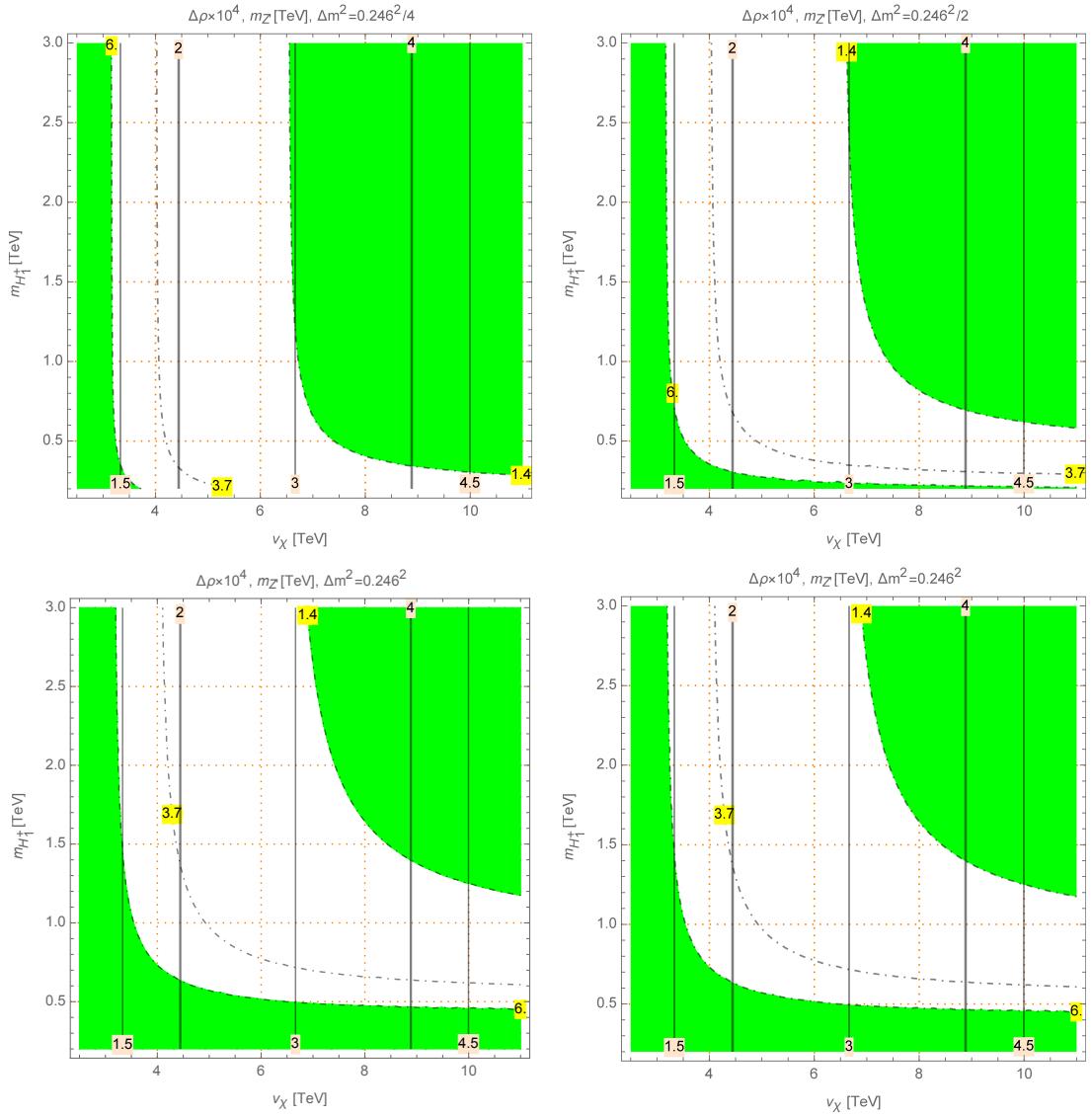
Trong tương tác vô hướng và boson chuẩn mô tả ở biểu thức (2.73), chỉ có số hạng cuối cùng cho đóng góp vào  $\Pi_{WW}(0)$ , và do đó cho một đóng góp không âm vào tham số  $\rho$ . Vì vậy, khi xét thêm vào về phái biểu thức (1.34), đóng góp này có thể làm cho vùng giới hạn khối lượng tiên đoán của  $M_{Z'}$  tăng lên và nằm ngoài miền không gian tham số bị loại trừ được công bố mới đây từ LHC [192]. Ngược lại, tất cả các số hạng còn lại đóng góp vào  $\Pi_{ZZ}(0)$  sẽ cho phần đóng góp không dương vào  $\rho$ , nên chúng tôi xét giới hạn các đóng góp này bằng không. Để rõ hơn, chúng tôi xét trường hợp đơn giản khi chỉ có phần đóng góp dương vào tham số  $\rho$  được giữ lại, tức là  $\rho_{1,3}^\pm \equiv H_{1,3}^\pm$ ,  $\phi_3^\pm \equiv H_2^\pm$ ,  $I_\rho \equiv A_2$  và  $R_\rho$  là các trạng thái riêng khối lượng thì tất cả các đóng góp vào  $\Pi_{ZZ}(0)$  bởi các boson Higgs mang điện sẽ tỉ lệ với  $f_s(m_s, m_s) = 0$  ứng với  $s = \rho_{1,3}^\pm, \phi_3^\pm$ . Hơn nữa, điều kiện giản lược (2.45) với  $\lambda_1 \ll 1$  dẫn đến  $m_{I_\rho}^2 = m_{R_\rho}^2$ , làm cho đóng góp của boson Higgs trung hòa vào  $\Pi_{ZZ}(0)$  triệt tiêu:  $f_s(m_{I_\rho}, m_{R_\rho}) = 0$ . Do đó đóng góp khác không duy nhất là [152]:

$$\Delta\rho^H = \frac{g^2}{16\pi^2 m_W^2} f_s(m_{H_1^+}, m_{R_\rho}) = \frac{\sqrt{2}G_F}{16\pi^2} f_s(m_{H_1^+}, m_{R_\rho}), \quad (2.74)$$

trong đó

$$\Delta m^2 \equiv m_{R_\rho}^2 - m_{H_1^+}^2 = -\frac{\lambda_9 v_\eta^2}{2} \sim \mathcal{O}(v_\eta^2). \quad (2.75)$$

Miền được phép của không gian tham số khi xét với một số giá trị cụ thể của  $\Delta m^2$  được diễn tả ở hình 3. Đồ thị cho thấy không có biên trên, có nghĩa rằng các



Hình 3: Đồ thị mô tả tham số  $\rho$  (các đường chấm dứt nét) và của  $M_{Z'}$  (các đường liền màu đen) là hàm của  $v_\chi$  và  $m_{H_1^+}$ . Các miền màu xanh là vùng không gian tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu thực nghiệm mới đây của tham số  $\rho$ .

giá trị lớn của  $v_\chi$  vẫn được chấp nhận. Giá trị cho phép của  $v_\chi$  và  $M_{Z'}$  phụ thuộc rất nhạy vào giá trị biên dưới của  $m_{H_1^\pm}$  và  $m_{R_\rho}$ , điều trước đây đã được công bố bởi LHC. Tam tuyế Higgs  $\rho$  chưa thành phần trung hòa  $\rho_2^0$  có trung bình chân không bằng không nên tất cả ba thành phần của  $\rho$  không tương tác với các boson chuẩn của mô hình chuẩn  $Z$  và  $W$ . Tam tuyế Higgs này cũng không đóng góp vào boson Higgs mô hình chuẩn (SM-like Higgs boson). Kết quả là, tất cả

các boson Higgs  $H_1^\pm$ ,  $R_\rho$ , và  $I_\rho$  đều không bị ảnh hưởng bởi quá trình rã dưới đây đang được săn lùng bởi LHC:  $H_1^\pm \rightarrow W^\pm Z, W^\pm h$  và  $R_\rho, I_\rho \rightarrow W^+W^-, ZZ, Zh$ . Các boson Higgs này cũng không tương tác với các quark mô hình chuẩn [170], không được sinh ra ở các kênh tìm mới đây ở LHC như nói trong tài liệu [193]. Chỉ có các quá trình rã được phép ở bậc cây là rã lepton như:  $H_1^\pm \rightarrow \nu_{2,3\tau}, \nu_{2,3\mu}$  và  $R_\rho, I_\rho \rightarrow \bar{e}_i e_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) vốn cũng đang được săn lùng ở LHC, mặc dù vậy tương tác giữa các Higgs này với các quark mô hình chuẩn vẫn rất cần thiết cho việc tìm các Higgs này.

Do trong mô hình ta đang xét các boson Higgs này tương tác với nhiều hạt mang điện, nên các quá trình rã bậc một vòng của các boson này thành photon là có thể xảy ra, và trở thành một kênh đáng chú ý để dò tìm chúng ở LHC, cụ thể là các boson Higgs mang điện này có các chế độ rã như  $H_1^\pm \rightarrow W^\pm \gamma$ ,  $R_\rho, I_\rho \rightarrow Z\gamma$  [194], và  $R_\rho, I_\rho \rightarrow \gamma\gamma$  [195, 196]. Khối lượng các boson Higgs trung hòa nặng được tiên đoán có giá trị ở thang TeV ngoài vùng loại trừ của LHC. Kết hợp với đặc tính mô tả bởi (2.75), cho thấy khối lượng của boson Higgs mang điện  $H_1^+$  nhiều khả năng cũng ở thang TeV. Dựa vào hình 3, chúng ta có thể thấy rằng  $M_{Z'} \geq 4$  TeV là hoàn toàn được phép nếu  $\Delta m^2$  đủ lớn, chẳng hạn khi  $\Delta m^2 \geq (0.246 \text{ TeV})^2$  [152].

### 2.5.2 Hiệu tương luận về boson Higgs nặng $H_4$

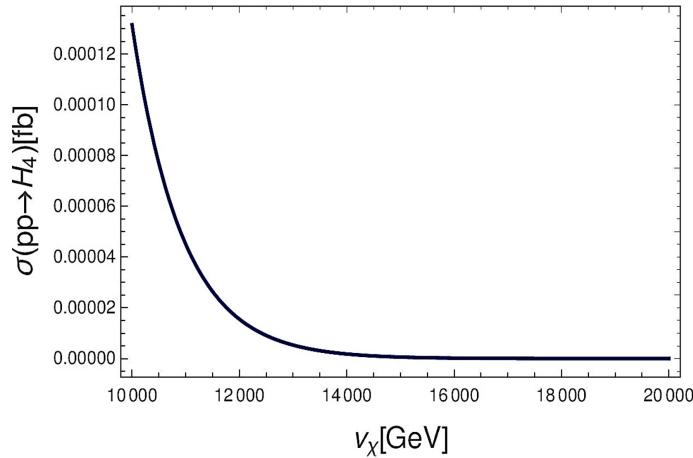
Bây giờ chúng tôi tiếp tục tính tiết diện tán xạ sinh của trường vô hướng nặng  $H_4$ . Trước hết cần lưu ý rằng vô hướng  $H_4$  chủ yếu được sinh ra theo cơ chế truyền gluon trong các giản đồ bậc 1 vòng ba điểm chứa các quark ngoại lai nặng  $T$ ,  $J_1$  và  $J_2$ . Do đó, tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $H_4$  theo cơ chế này trong máy va chạm proton-proton ở năng lượng khói tâm  $\sqrt{S}$  được tính theo

biểu thức sau [152]:

$$\begin{aligned}\sigma_{pp \rightarrow gg \rightarrow H_4}(S) &= \frac{\alpha_S^2 m_{H_4}^2 |(R_{CPeven3})_{22}|^2}{64\pi v_\chi^2 S} \left[ I\left(\frac{m_{H_4}^2}{m_T^2}\right) + I\left(\frac{m_{H_4}^2}{m_{J_1}^2}\right) + I\left(\frac{m_{H_4}^2}{m_{J_2}^2}\right) \right] \\ &\times \int_{\ln \sqrt{\frac{m_{H_4}^2}{S}}}^{-\ln \sqrt{\frac{m_{H_4}^2}{S}}} f_{p/g} \left( \sqrt{\frac{m_{H_4}^2}{S}} e^y, \mu^2 \right) f_{p/g} \left( \sqrt{\frac{m_{H_4}^2}{S}} e^{-y}, \mu^2 \right) dy\end{aligned}$$

trong đó  $f_{p/g}(x_1, \mu^2)$  và  $f_{p/g}(x_2, \mu^2)$  là các phần đóng góp của gluon trong proton mang tỉ lệ động lượng  $x_1$  và  $x_2$  tương ứng với hai proton,  $\mu = m_{H_4}$ , còn  $I(z)$  được xác định bởi:

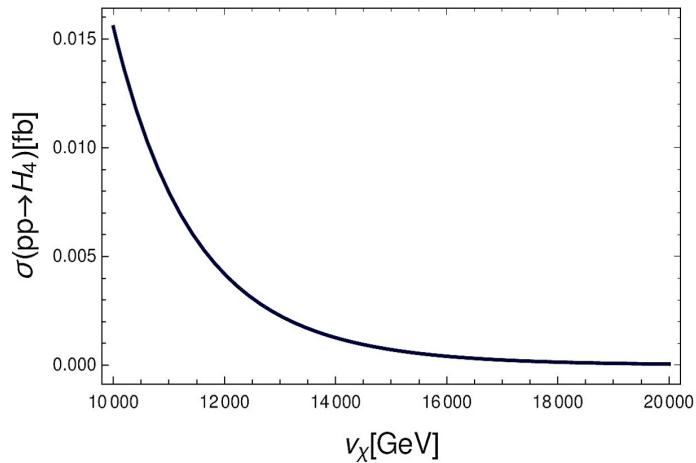
$$I(z) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1-4xy}{1-zxy} \quad (2.76)$$



Hình 4: Tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $H_4$  theo cơ chế truyền gluon ở LHC trong trường hợp  $\sqrt{S} = 13$  TeV là hàm theo  $v_\chi$  xét trong điều kiện (2.57)

Trong hình 4, tính tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $H_4$  ở LHC theo cơ chế truyền gluon trong trường hợp  $\sqrt{S} = 13$  TeV, được biểu diễn theo hàm của  $v_\chi$  (thang phá vỡ đối xứng  $SU(3)_L \times U(1)_X$ ), với  $v_\chi$  được xét từ 10 TeV đến 20 TeV. Khoảng giá trị được xét này của  $v_\chi$  tương ứng với khối lượng của một vô hướng nặng  $m_{H_4}$  trong giới hạn 4.4 TeV và 8.9 TeV. Xét khối lượng của một trường vô hướng nặng  $H_4$  trong khoảng 8 TeV  $\lesssim M_{H_4} \lesssim 8.9$  TeV, sẽ hợp lý để giả định rằng

nó sẽ có các chế độ rã chiếm ưu thế là rã thành các cặp boson chuẩn nặng  $W'W'$  và  $Z'Z'$ . Mặt khác, đối với trường vô hướng nặng  $H_4$  có khối lượng trong giới hạn  $4.4 \text{ TeV} \lesssim M_{H_4} \lesssim 8 \text{ TeV}$ , như nói trong tài liệu [201], cũng xác đáng để cho rằng chế độ rã chiếm ưu thế của nó sẽ là rã thành cặp  $t\bar{t}$ . Hơn nữa, trong giới hạn khối lượng của  $H_4$  được xét như thế này thì quá trình rã của  $H_4$  thành cặp quark ngoại lai là bị cấm xét ở khía cạnh động lực học bởi hằng số tương tác Yukawa đối với các quark ngoại lai có bậc đơn vị.



Hình 5: Tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $H_4$  theo cơ chế truyền gluon ở LHC trong trường hợp  $\sqrt{S} = 28 \text{ TeV}$  là hàm theo  $v_\chi$  xét trong điều kiện (2.57).

Lưu ý rằng chúng ta đã chọn giá trị của  $v_\chi$  lớn hơn  $10 \text{ TeV}$ , vốn tương ứng với một boson chuẩn  $Z'$  nặng hơn  $4 \text{ TeV}$ , là điều cần phải có để đảm bảo các mô hình 3-3-1 phù hợp với dữ liệu thực nghiệm về tương tác meson  $K$ ,  $D$  và  $B$  [186]. Ở đây, để cho đơn giản chúng ta sẽ giới hạn việc khảo sát giản lược theo điều kiện (2.57) và chúng ta cũng chọn các hằng số tương tác Yukawa của các quark ngoại lai bằng đơn vị, tức là  $y^{(T)} = y^{(J_1)} = y^{(J_2)} = 1$ . Ngoài ra, giá trị khối lượng quark top được lấy là  $m_t = 173 \text{ GeV}$ . Chúng tôi thấy rằng bề rộng rã toàn phần của sự sinh vô hướng  $H_4$  ở LHC có giá trị gần  $10^{-4} \text{ fb}$  tương ứng với giá trị biên dưới  $10 \text{ TeV}$  của  $v_\chi$  (giá trị được rút ra từ dữ liệu thực nghiệm về tương tác meson  $K$ ,  $D$  và  $B$  [186]) và bề rộng rã này giảm khi  $v_\chi$  tiến đến các giá trị

lớn hơn. Chúng tôi cũng thấy rằng bề rộng rã của  $H_4$  theo cơ chế truyền gluon là nhỏ, không đáng kể để có thể giúp xác định giá trị cho phép của  $v_\chi$  [152].

Bối cảnh cũng sẽ tương tự đối với trường hợp nâng cấp thang năng lượng được đề xuất ở LHC với  $\sqrt{S} = 28$  TeV, lúc này bề rộng rã toàn phần của  $H_4$  sẽ là  $1.6 \times 10^{-2}$  fb khi  $v_\chi = 10$  TeV như được thể hiện ở hình 5. Do bề rộng rã toàn phần rất nhỏ như vậy của  $H_4$  nên chúng tôi không nghiên cứu chi tiết về chế độ rã này. Chúng tôi muốn nhấn mạnh một điểm quan trọng là các tín hiệu vật lý mới nổi bật được trông chờ từ mô hình chúng tôi đang xét sẽ là quá trình rã  $Z'$  và các quá trình rã vi phạm số lepton mang điện (the charged lepton flavor violating decay)  $\mu \rightarrow e\gamma$ , những kết quả từ các quá trình này sẽ mang tính quyết định đến sự sống còn của mô hình này [152].

### 2.5.3 Mật độ tàn dư của vật chất tối (Dark matter relic density)

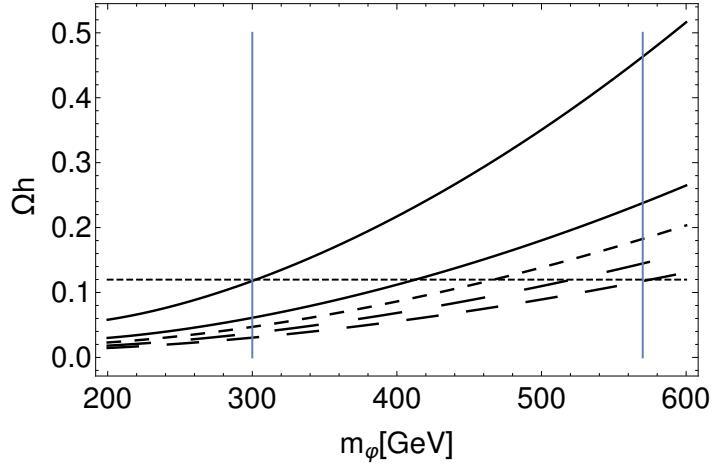
Trong phần này, chúng tôi sẽ bàn về những khía cạnh của Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS có liên quan đến vật chất tối, như đã nói ở trang 40, ứng viên vật chất tối là một vô hướng. Mục đích của phần này là ước lượng mật độ tàn dư của vật chất tối trong mô hình dựa trên điều kiện giản lược đối với một số trường vô hướng trong mô hình. Ở đây chúng tôi không có ý định thực hiện những phân tích sâu về những đặc tính ràng buộc của vật chất tối trong mô hình, một việc vượt ra ngoài khuôn khổ của luận án này. Chúng tôi chỉ có ý định thể hiện rằng Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS đóng góp vào giá trị đo được của mật độ tàn dư của vật chất tối, bởi mô hình này có một ứng viên vô hướng cho vật chất tối với khối lượng cỡ TeV và hệ số tự tương tác Higgs bậc bốn nhận giá trị bậc đơn vị xét trong giới hạn nhiễu loạn. Chúng tôi bắt đầu bằng việc khảo sát ứng viên vật chất tối vô hướng khả dĩ trong mô hình. Cho rằng đối xứng  $Z_4$  được bảo toàn và áp dụng vào các đơn tuyến  $SU(3)_L$  nêu trong bảng 1, ví dụ như  $Re\varphi_n^0$  và  $Im\varphi_n^0$  ( $n = 1, 2$ ). Ở đây chúng tôi giả sử rằng  $\varphi_I = Im\varphi_1^0$  nhẹ nhất trong số các trường vô hướng  $Re\varphi_n^0$  và  $Im\varphi_n^0$  ( $n = 1, 2$ ), nhẹ hơn các fermion mang điện

ngoại lai và cũng nhẹ hơn  $\Psi_R$ , điều này để đảm bảo sự rã bậc cây của nó bị cấm về mặt động lực học, và do đó, trong giới hạn khối lượng nhẹ nhất này trường vô hướng  $Im\varphi_1^0$  là hạt bền.

Mật độ tàn dư mà ta cần xét được cho bởi công thức [175, 202]

$$\Omega h^2 = \frac{0.1 pb}{\langle \sigma v \rangle} ; \quad \langle \sigma v \rangle = \frac{A}{n_{eq}^2} = \frac{\frac{T}{32\pi^4} \int \sum_{4m_\varphi^2 p=W,Z,t,b,h}^{\infty} g_p^2 \frac{s\sqrt{s-4m_\varphi^2}}{2} v_{rel} \sigma(\varphi\varphi \rightarrow p\bar{p}) K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right) ds}{\left(\frac{T}{2\pi^2} \sum_{p=W,Z,t,b,h} g_p m_\varphi^2 K_2\left(\frac{m_\varphi}{T}\right)\right)^2}, \quad (2.77)$$

trong đó  $\langle \sigma v \rangle$  là tiết diện tán xạ hủy trung bình nhiệt động,  $A$  tốc độ hủy toàn phần trong một đơn vị thể tích ở nhiệt độ  $T$ ,  $n_{eq}$  là giá trị mật độ hạt cân bằng.



Hình 6: Mật độ tàn dư  $\Omega h^2$  là hàm theo khối lượng  $m_\varphi$  của ứng viên vật chất tối vô hướng  $\varphi$ , khi xét với một số giá trị của hệ số vô hướng bậc hai  $\lambda_{h^2\varphi^2} = 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 1$ , tương ứng với các đường cong từ trên xuống dưới. Đường thẳng nằm ngang thể hiện giá trị quan sát được  $\Omega h^2 = 0.1198$  [207] của mật độ tàn dư. Các đường thẳng đứng tương ứng với các giá trị biên dưới 300 GeV và biên trên 570 GeV của khối lượng  $m_\varphi$  dựa theo phép đo thực nghiệm đối với mật độ tàn dư vật chất tối.

Ngoài ra,  $K_1$  và  $K_2$  tương ứng là các hàm Bessel loại hai cải tiến bậc 1 và bậc 2 [202] và  $m_\varphi = m_{\text{Im } \varphi}$ . Chúng ta giả sử rằng ứng viên vật chất tối vô hướng này là hạt lớn tương tác yếu (WIMP) bền với bề rộng phân rã của quá trình hủy được truyền bởi tương tác yếu phần lớn thông qua trường Higgs này. Ngoài ra sự tách của các WIMP phi tương đối tính trong mô hình được xem như xảy ra ở nhiệt độ rất thấp. Bởi lý do này, khi thực hiện tính toán mật độ tàn dư ta sẽ lấy  $T = m_\varphi/20$  như được nói trong tài liệu [202], vốn tương ứng với giá trị nhiệt độ đóng đặc trưng.

Giả sử ứng viên vật chất tối  $\varphi$  chủ yếu hủy thành  $WW$ ,  $ZZ$ ,  $t\bar{t}$ ,  $b\bar{b}$  và  $hh$ , với bề rộng rã của các quá trình này được tính như sau: [203]:

$$\begin{aligned} v_{rel}\sigma(\varphi_I\varphi_I \rightarrow WW) &= \frac{\lambda_{h^2\varphi^2}^2 s \left(1 + \frac{12m_W^4}{s^2} - \frac{4m_W^2}{s}\right)}{8\pi \left(s - m_h^2\right)^2 + m_h^2\Gamma_h^2} \sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{s}}, \\ v_{rel}\sigma(\varphi_I\varphi_I \rightarrow ZZ) &= \frac{\lambda_{h^2\varphi^2}^2 s \left(1 + \frac{12m_Z^4}{s^2} - \frac{4m_Z^2}{s}\right)}{16\pi \left(s - m_h^2\right)^2 + m_h^2\Gamma_h^2} \sqrt{1 - \frac{4m_Z^2}{s}}, \\ v_{rel}\sigma(\varphi_I\varphi_I \rightarrow q\bar{q}) &= \frac{N_c \lambda_{h^2\varphi^2}^2 m_q^2}{4\pi} \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{4m_f^2}{s}\right)^3}}{\left(s - m_h^2\right)^2 + m_h^2\Gamma_h^2}, \\ v_{rel}\sigma(\varphi_I\varphi_I \rightarrow hh) &= \frac{\lambda_{h^2\varphi^2}^2}{16\pi s} \left(1 + \frac{3m_h^2}{s - m_h^2} - \frac{4\lambda_{h^2\varphi^2} v^2}{s - 2m_h^2}\right)^2 \sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{s}}, \end{aligned} \quad (2.78)$$

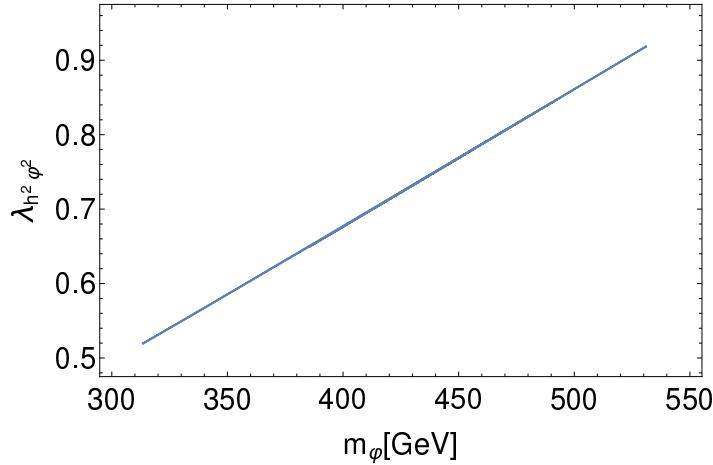
trong đó  $\sqrt{s}$  là năng lượng khối tâm,  $N_c = 3$  là hệ số màu,  $m_h = 126$  GeV là khối lượng Higgs mô hình chuẩn  $h$  và  $\Gamma_h = 4.1$  MeV là bề rộng rã của  $h$ . Lưu ý rằng chúng ta đang làm việc ở giới hạn decoupling, ở đó tương tác của Higgs boson 126 GeV với các hạt mô hình chuẩn và tự tương tác của chúng tương ứng với các kết quả mô hình chuẩn.

Điều kiện ổn định chân không và ràng buộc unita bậc cây của thế vô hướng là [204–206]:

$$\lambda_{h^4} > 0, \quad \lambda_{\varphi^4} > 0, \quad \lambda_{h^2\varphi^2}^2 < \frac{2}{3} \lambda_{h^4} \lambda_{\varphi^4}. \quad (2.79)$$

$$\lambda_{\varphi^4} < 8\pi, \quad \lambda_{h^2\varphi^2} < 4\pi. \quad (2.80)$$

Mật độ tàn dư của vật chất tối là hàm theo khối lượng  $m_\varphi$  của trường vô hướng  $\varphi$  như thể hiện ở hình 6, được xét với một số giá trị của hệ số vô hướng bậc hai  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  được chọn bằng 0.5, 0.7, 0.8, 0.9 và 1, tương ứng với các đường cong từ trên xuống dưới của đồ thị. Đường thẳng nằm ngang tương ứng với giá trị thực nghiệm  $\Omega h^2 = 0.1198$  của mật độ tàn dư. Để thấy rằng điều kiện ràng buộc của mật độ tàn dư dẫn đến mối tương quan tuyến tính giữa hệ số vô hướng bậc hai  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  và khối lượng  $m_\varphi$  như được thể hiện ở hình 7 [152].



Hình 7: Tương quan giữa hằng số vô hướng bậc hai và khối lượng  $m_\varphi$  của ứng viên vật chất tối vô hướng  $\varphi$ , phù hợp với giá trị thực nghiệm  $\Omega h^2 = 0.1198$  của mật độ tàn dư vật chất tối.

Chúng tôi cũng tính ra được giá trị thực nghiệm  $\Omega h^2 = 0.1198 \pm 0.0026$  [207] của mật độ tàn dư, khi khối lượng  $m_\varphi$  trong giới hạn  $300 \text{ GeV} \lesssim m_\varphi \lesssim 570 \text{ GeV}$ , với hệ số tương tác vô hướng  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  trong khoảng  $0.5 \lesssim \lambda_{h^2\varphi^2} \lesssim 1$ , phù hợp với điều kiện ổn định chân không và điều kiện ràng buộc unita thể hiện trong các biểu thức (2.79) và (2.80). Lưu ý rằng khoảng giá trị chúng tôi chọn cho hệ số vô hướng bậc hai  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  cũng cho phép ngoại suy mô hình đang xét đến thang năng lượng cao và đảm bảo tính nhiễu loạn ở bậc một vòng [152].

## Chương 3

### Biện luận các đặc tính của các mô hình 3-3-1 dựa vào dữ liệu tích yếu của $^{133}\text{Cs}$ và của proton

#### 3.1 Giá trị thực nghiệm của tích yếu của $^{133}\text{Cs}$ , proton và công thức tích yếu trong các mô hình mở rộng

Sự vi phạm tính chẵn lẻ (PV) trong tương tác yếu đã được khám phá từ rất lâu, trong đó có hiện tượng vi phạm chẵn lẻ nguyên tử (Atom Parity Violation - viết tắt là APV) [208–219] mà nguyên nhân, dựa theo Mô hình chuẩn, là do tương tác dòng trung hòa giữa electron và các quark (trong hạt nhân) thông qua boson chuẩn trung hòa  $Z$ . Trong các mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn (Beyond Standard Model -viết tắt là BSM), vi phạm chẵn lẻ nguyên tử còn có đóng góp thêm từ cùng loại tương tác ấy thông qua boson chuẩn trung hòa nặng mới  $Z'$ . Vì thế, dữ liệu về vi phạm chẵn lẻ nguyên tử, đặc biệt ở trường hợp đồng vị bền  $^{133}_{55}\text{Cs}$ , là một kênh triển vọng để săn lùng boson chuẩn trung hòa mới  $Z'$ . Đây chính là một trong các mục đích nghiên cứu của chúng tôi trong luận án này.

Dữ liệu thực nghiệm về APV ở nguyên tử cesium [231] đã và đang thu hút sự quan tâm và xem xét mạnh mẽ [232–237]. Theo Mô hình chuẩn, sự vi phạm tính chẵn lẻ là do sự trao đổi các boson chuẩn yếu trong các quá trình dòng trung hòa giữa electron và hadron, được thể hiện trong tương tác vector và vector-trục trong Lagrangian hiệu dụng. Thuốc đo sự vi phạm tính chẵn lẻ này được thể

hiện qua đại lượng vật lý được gọi là *tích yếu*  $Q_W$ , chính là một tham số điện yếu trong Lagrangian vi phạm chẵn lẻ. Trong các mô hình chuẩn mở rộng, do có thêm các boson chuẩn trung hòa mới nên tích yếu của một đồng vị ( $X$ ) nhận thêm một lượng giá trị mà ta gọi là *bổ đính tích yếu* được định nghĩa như sau

$$\Delta Q_W(\frac{A}{Z}X) \equiv Q_W^{\text{BSM}}(\frac{A}{Z}X) - Q_W^{\text{SM}}(\frac{A}{Z}X). \quad (3.1)$$

Kết quả thực nghiệm mới đây của tích yếu của đồng vị bền cesium là [175, 238]

$$Q_W^{\text{exp}}(\frac{133}{55}\text{Cs}) = -72.62 \pm 0.43. \quad (3.2)$$

So với giá trị tính từ Mô hình chuẩn là  $Q_W^{\text{SM}}(\frac{133}{55}\text{Cs}) = -73.23 \pm 0.01$  [175, 239] cho thấy một lượng bổ đính  $\Delta Q_W$  như sau [238]

$$\Delta Q_W(\frac{133}{55}\text{Cs}) \equiv Q_W^{\text{exp}}(\frac{133}{55}\text{Cs}) - Q_W^{\text{SM}}(\frac{133}{55}\text{Cs}) = 0.61 \pm 0.43, \quad (3.3)$$

rõ ràng lệch  $1.4\sigma$  so với giá trị từ Mô hình chuẩn. Giá trị này được dùng phổ biến khi phân tích và khảo sát các vật lý mới khả dĩ trong các hiện tượng mà có thể dùng các mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn để giải thích giá trị thực nghiệm của tích yếu  $Q_W(\frac{133}{55}\text{Cs})$ .

Mặt khác, tích yếu của một đồng vị có thể được xây dựng như một hàm chứa hai đóng góp độc lập của hai quark nhẹ  $u$  và  $d$ , giá trị tích yếu thực nghiệm của hai đồng vị khác nhau sẽ tạo ra hai miền không gian tham số hợp lệ khác nhau khi được xét trong một mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn. Dẫn đến, kết quả phối hợp của hai miền không gian tham số hợp lệ trích xuất từ dữ liệu tích yếu thực nghiệm của cesium và của proton sẽ có tính nghiêm ngặt hơn kết quả riêng rẽ. Mới đây, các thực nghiệm về vi phạm chẵn lẻ trong tán xạ electron (PVES), như được tổng hợp trong tài liệu [240], đã xác định giá trị cập nhật nhất của tích yếu proton, đó là  $Q_W^{\text{exp}}(\frac{1}{1}p) = 0.0719 \pm 0.0045$  [241]. Giá trị này được công nhận là phù hợp rất tốt với giá trị của Mô hình chuẩn là  $Q_W^{\text{SM}}(\frac{1}{1}p) = 0.0708 \pm 0.0003$ . Do đó bổ đính tích yếu proton dựa theo Mô hình chuẩn là

$$\Delta Q_W(\frac{1}{1}p) = 0.0011 \pm 0.0045. \quad (3.4)$$

Khác với Mô hình chuẩn chỉ có duy nhất một boson chuẩn trung hòa  $Z$ , mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn khi có thêm một boson chuẩn trung hòa nặng  $Z'$  thì biểu thức bổ đính tích yếu của đồng vị  ${}_Z^AX$  trong mô hình mở rộng là [153]:

$$\begin{aligned}\Delta Q_W^{\text{BSM}}({}_Z^AX) &\simeq \left[ 2Z - A + 4Z \left( \frac{s_W^4}{1 - 2s_W^2} \right) \right] \Delta\rho \\ &+ 4s_\phi \left\{ (A + Z) [g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \right. \\ &+ (2A - Z) [g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)] \left. \right\} \\ &- 4 \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) [(A + Z)g'_A(e)g'_V(u) + (2A - Z)g'_A(e)g'_V(d)],\end{aligned}\quad (3.5)$$

trong đó  $s_\phi \equiv \sin\phi$  tương ứng với góc trộn  $Z - Z'$  của boson chuẩn trung hòa của  $Z$  của mô hình chuẩn và boson chuẩn trung hòa nặng mới  $Z'$  là các boson sinh ra hai trạng thái vật lý  $Z_{1,2}$  có khối lượng  $M_{Z_{1,2}}$ .

Các ký hiệu trong biểu thức (3.5) là các đại lượng xác định từ dòng vector-trục (V-A) của các boson chuẩn trung hòa được xác định từ Lagrangian nổi tiếng

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Vff} &= \frac{g}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g_V(f) - \gamma_5 g_A(f)) f Z_\mu \\ &+ \frac{g}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g'_V(f) - \gamma_5 g'_A(f)) f Z'_\mu,\end{aligned}\quad (3.6)$$

ở đây tổng được lấy với mọi fermions trong mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn,  $g = e/s_W$  là hằng số tương tác ứng với nhóm chuẩn  $SU(2)_L$  của Mô hình chuẩn.

Biểu thức (3.5) đã được chúng tôi kiểm tra lại một cách chi tiết (xem phụ lục B) dựa trên tài liệu [220] bàn về mở rộng nhóm chuẩn  $U(1)$  của Mô hình chuẩn. Mặc dù vậy, tính toán đó cũng đúng đối với các mô hình có mở rộng các nhóm chuẩn không giao hoán khác bao gồm cả các mô hình 3-3-1 [178, 180, 242–247]. Đặc biệt là, các công thức đối với các trường hợp  $\beta$  bất kỳ được nói trong tài liệu [178] đã được hiệu chỉnh trong tài liệu [247] sau một điều chỉnh đối với góc trộn  $Z - Z'$  [181]. Sử dụng cùng các ký hiệu công thức (3.5) của chúng tôi chứa hai hệ số 4 thay vì là 16 trong biểu thức tích yếu nói trong tài liệu [247]. Ngoài

ra, khảo sát số trong tài liệu [247] cũng đã sử dụng dữ liệu đã cũ của tích yếu của cesium [248], vốn phù hợp rất tốt với giá trị tiên đoán bởi Mô hình chuẩn. Mặt khác, ràng buộc mới trong biểu thức (3.2) có sự khác đáng kể so với trong tài liệu [248], điều này hàm ý một bỗ đính nào đó so với Mô hình chuẩn. Do đó, một khảo sát mới dựa trên dữ liệu thực nghiệm cập nhật nhất của tích yếu cesium và proton sẽ dẫn đến các kết quả mới về không gian tham số hợp lệ của các mô hình 3-3-1.

Trong các tính toán ta sử dụng các hằng số tương tác của Mô hình chuẩn

$$g_A(e) = -\frac{1}{2}, \quad g_V(u) = \frac{1}{2} - \frac{4s_W^2}{3}, \quad g_V(d) = -\frac{1}{2} + \frac{2s_W^2}{3}; \quad (3.7)$$

giá trị thực nghiệm của góc Weiberg ở thang  $M_Z$  [175]  $s_W^2 = 0.23122$ ,  $\left(\frac{s_W^4}{1-2s_W^2}\right) = 0.0994544$ ; và lưu ý sự phụ thuộc thang năng lượng của hằng số tương tác chuẩn  $g$  trong biểu thức (3.6), biểu thức (3.5) sẽ được viết lại dưới dạng tổng quát hơn như sau [153]:

$$\begin{aligned} \Delta Q_W^{\text{BSM}}(^A_Z X) &\simeq - (A - 2.39782 \times Z) \Delta \rho \\ &- 2s_\phi \left\{ A [2g'_V(d) + g'_V(u) + g'_A(e)] \right. \\ &- Z [g'_A(e) \times 1.07512 + g'_V(d) - g'_V(u)] \left. \right\} \times \frac{g(M_{Z_2})}{g(M_{Z_1})} \\ &- 4g'_A(e) \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) \left\{ A [2g'_V(d) + g'_V(u)] + Z [g'_V(u) - g'_V(d)] \right\} \times \frac{g^2(M_{Z_2})}{g^2(M_{Z_1})}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

trong đó  $g(M_{Z_{1,2}})$  là các hằng số tương tác chuẩn của  $Z_{1,2}$  ở thang khối lượng của chúng. Chúng tôi lưu ý rằng biểu thức (3.8) có những điều chỉnh đáng kể so với trong tài liệu gốc [220] (xin xem bàn luận chi tiết trong phụ lục B.4). Công thức trên cũng có thể áp dụng cho các mô hình dựa trên nhóm chuẩn  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ , ở đó hiệu ứng phụ thuộc thang năng lượng được xét đến nhưng góc trộn  $Z - Z'$  được bỏ qua [180, 246]. Vấn đề này trước đây cũng được xem xét ở các tài liệu [242, 244], nhưng chỉ đối với các phiên bản tối thiểu (minimal) và tiết kiệm (economical) của các mô hình 3-3-1. Biểu thức (3.8) khác

với các biểu thức được dùng để khảo sát APV trong các mô hình 3-3-1 trong tài liệu [247], trong đó có tính đến sự phụ thuộc thang năng lượng của các hằng số tương tác chuẩn trung hòa. Hơn nữa, nhờ vào các dữ liệu thực nghiệm mới của tích yếu và của tham số  $\rho$  [175], không gian tham số của các mô hình 3-3-1 sẽ được xem xét lại. Thay vì như trong tài liệu [247] vốn chỉ có loại mô hình C (được nói trong tài liệu [249]) được quan tâm khảo sát dựa trên dữ liệu  $Q_W(Cs)$ , ở đây chúng tôi sẽ bàn về tất cả các miền không gian tham số hợp lệ tương ứng với ba loại mô hình loại A, B và C dựa trên dữ liệu thực nghiệm mới nhất của cả  $Q_W(Cs)$  và  $Q_W(p)$ . Hiệu ứng giới hạn nhiễu loạn của hằng số hằng số tương tác Yukawa đối với quark top vào không gian tham số này cũng được tính đến. Kết quả phối hợp của ba khía cạnh được xét đến như thế sẽ ảnh hưởng khác nhau lên không gian tham số của ba loại A, B và C của các mô hình 3-3-1. Căn cứ vào đó có thể đề nghị mô hình nào có thể tồn tại hoặc bị loại bỏ, thay vì chấp nhận chung chung về lý luận rằng có ưu thế hơn đối với mô hình loại A, loại mô hình trong đó thế hệ quark nặng chứa quark top được gán cách hành xử khác với hai thế hệ quark nhẹ hơn.

Cũng cần lưu ý rằng, trong công thức (3.8) bổ đính tích yếu có một phần phụ thuộc vào  $\Delta\rho$ , trong khi đó  $\Delta\rho$  có thể nhận đóng góp bổ đính từ các tương tác Higgs-Higgs-boson chuẩn như đã xét chi tiết trong trường hợp cụ thể của mô hình 3-3-1 CKS ở chương 2, với đính tương tác cho bởi biểu thức (2.70) tương ứng với đóng góp cho bởi công thức (2.71). Khi khảo sát tích yếu chúng tôi chỉ tập trung vào các hiệu ứng gây bởi các boson chuẩn, trường hợp này xảy ra khi tất cả các Higgs có liên quan có khối lượng bằng nhau do đó cho đóng góp bằng không vào  $\Delta\rho$ .

## 3.2 Hiệu tương APV trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS

### 3.2.1 Tương tác dòng trung hòa

Hiệu tương APV được giải thích là do tương tác dòng trung hòa giữa electron và các quark (trong hạt nhân) thông qua boson chuẩn trung hòa  $Z$ . Các tương tác đó được mô tả bởi phần Lagragian sau

$$L_{\text{fermion \& gauge boson}} \supset \sum_f i\bar{f}\gamma^\mu D_\mu f. \quad (3.9)$$

Với đạo hàm hiệp biến được định nghĩa là

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_{\mu a}T_a - ig_X X T_9 B_\mu, \quad (3.10)$$

với  $g$  và  $g_X$  là các hằng số tương tác chuẩn tương ứng của các nhóm  $SU(3)_L$  và  $U(1)_X$ . Còn  $T_a$  ( $a = 1, 2, \dots, 9$ ) là các vi tử của nhóm  $SU(3)$  với các boson chuẩn  $A_{\mu a}$ . Đối với biểu diễn của nhóm  $SU(3)_L$ , đó là tam tuyến, phản tam tuyến hoặc đơn tuyến thì tương ứng ta có  $T_a = \frac{1}{2}\lambda_a, -\frac{1}{2}\lambda_a^T$ , hoặc 0. Thêm nữa, ta chọn vi tử của nhóm  $U(1)_X$  là  $T_9 = 1/\sqrt{6}$  diag(1, 1, 1) đối với cả tam tuyến và phản tam tuyến, và  $T_9 = 1/\sqrt{6}$  đối với đơn tuyến. Để thuận tiện, ta viết lại (3.10) như sau

$$D_\mu = \partial_\mu - igP_\mu^{CC} - igP_\mu^{NC}, \quad (3.11)$$

trong đó

$$P_\mu^{CC} = \sum_{a=1,2,4,5,6,7} T_a A_{\mu a}, \quad (3.12)$$

và  $P_\mu^{NC}$  được xác định theo các vi tử dạng chéo, đó là

$$P_\mu^{NC} = \sum_{a=3,8} T_a A_{\mu a} + t X T_9 B_\mu, \quad t \equiv \frac{g_X}{g} = \frac{3\sqrt{2} \sin \theta_W(M_{Z'})}{\sqrt{3 - 4 \sin^2 \theta_W(M_{Z'})}}. \quad (3.13)$$

Vì nguyên tử cesium chỉ chứa các quark nhẹ  $u, d$  và electron nên chúng ta chỉ cần đề cập đến các fermion này. Các hằng số tương tác đáp ứng cho các tính toán APV trong nguyên tử cesium dựa theo Mô hình chuẩn và dựa theo Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS được liệt kê trong bảng 12.

Trong giới hạn  $v_\chi \gg v_\eta$ , góc trộn  $Z - Z'$  là [152]

$$\tan \phi \simeq \frac{(1 - 2s_W^2)\sqrt{3 - 4s_W^2}}{4c_W^4} \left( \frac{v_\eta^2}{v_\chi^2} \right). \quad (3.14)$$

Bảng 5: Các hằng số tương tác vector và vector-trục dùng cho các tính toán APV trong nguyên tử cesium dựa theo Mô hình chuẩn và dựa theo Mô hình 3-3-1 CKS.

Mô hình chuẩn	Mô hình 3-3-1 CKS
$g_A(e) = -\frac{1}{2}$	$g'_A(e) = +\frac{1}{2\sqrt{3-4s_W^2}}$
$g_V(u) = \frac{1}{2} - \frac{4s_W^2}{3}$	$g'_V(u) = \frac{-3+8s_W^2}{6\sqrt{3-4s_W^2}}$
$g_V(d) = -\frac{1}{2} + \frac{2s_W^2}{3}$	$g'_V(d) = \frac{-3+2s_W^2}{6\sqrt{3-4s_W^2}}$

### 3.2.2 Biểu thức bô đính tích yếu trong Mô hình 3-3-1 CKS

Một trong các đại lượng quan trọng ta hay xét chính là tham số  $\rho$  được định nghĩa như sau

$$\rho = \frac{m_W^2}{c_W^2 M_{Z_1}^2}, \quad (3.15)$$

với  $\rho = 1$  trong Mô hình chuẩn. Bây giờ chúng ta hãy phân tích biểu thức (3.8) với  $\Delta\rho \equiv \rho - 1$  khi xét trong mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn. Đại lượng  $\Delta\rho$  được định nghĩa theo tham số  $T$  như sau

$$\Delta\rho \simeq \alpha T, \quad (3.16)$$

ở đây  $\alpha$  là hằng số cấu trúc tinh tế, còn  $T$  là một trong các tham số Peskin-Takeuchi [251] được xác định bởi

$$T = T_{ZZ'} + T_{oblique}, \quad (3.17)$$

trong đó phần đóng góp dạng trộn  $Z - Z'$  là  $T_{ZZ'}$ :

$$T_{ZZ'} \simeq \frac{\tan^2 \phi}{\alpha} \left( \frac{M_{Z_2}^2}{M_{Z_1}^2} - 1 \right). \quad (3.18)$$

Dai lượng  $T_{oblique}$  chính là bô đính oblique vốn phụ thuộc vào mô hình.

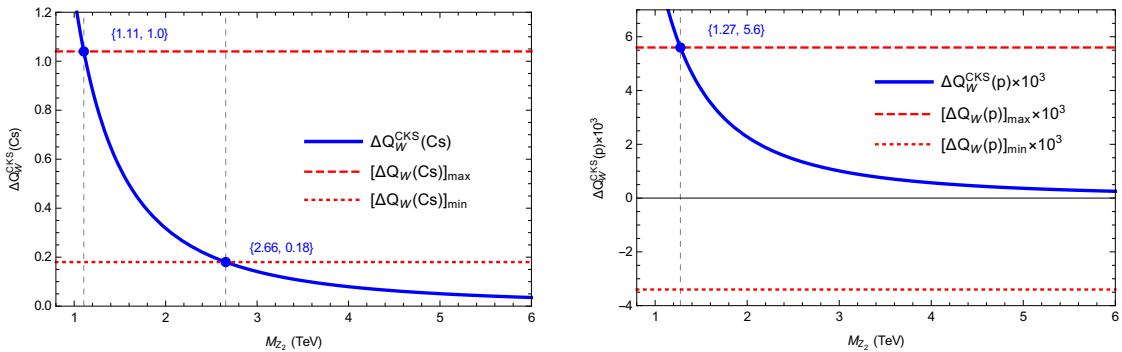
Sử dụng công thức (3.8) cho trường hợp nguyên tử cesium ta thu được [153]

$$\begin{aligned}\Delta Q_W(^{133}_{55}\text{Cs}) &= -1.12004 \times \Delta\rho \\ &- s_\phi [422 g'_V(d) + 376 g'_V(u) + 147.737 g'_A(e)] \times \frac{g(M_{Z_2})}{g(M_{Z_1})} \\ &- g'_A(e) [844. g'_V(d) + 752. g'_V(u)] \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) \times \frac{g^2(M_{Z_2})}{g^2(M_{Z_1})}. \quad (3.19)\end{aligned}$$

tiếp tục gán các giá trị  $g'_A(e), g'_A(d)$ , và  $g'_A(u)$  ở bảng 12 vào chúng ta sẽ có được biểu thức  $\Delta Q_W(^{133}_{55}\text{Cs})$  trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS là [153]:

$$\begin{aligned}\Delta Q_W^{\text{CKS}}(^{133}_{55}\text{Cs}) &= -1.12004 \times \alpha(T_{ZZ'}^{\text{CKS}} + T_{oblique}^{\text{CKS}}) \\ &+ \left[ s_\phi \times 122.655 \times \frac{g(M_{Z_2})}{g(M_{Z_1})} + 120.743 \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) \times \frac{g^2(M_{Z_2})}{g^2(M_{Z_1})} \right]. \quad (3.20)\end{aligned}$$

Dựa vào biểu thức (3.20) chúng ta thấy rằng khi  $M_{Z_2}^2 \rightarrow \infty$  thì giá trị  $\Delta Q_W^{\text{CKS}}(^{133}_{55}\text{Cs})$  có thể âm, mặc dù vậy, giá trị này rất nhỏ. Theo tài liệu [178], trong mô hình tối thiểu, số hạng đầu  $\propto -0.01$ , so với tài liệu [181] thì  $T_{oblique}$  được bỏ qua. Căn cứ vào dữ liệu thực nghiệm mới đây của  $\Delta\rho$ , cỡ bậc  $\mathcal{O}(10^{-4})$ , ta thấy hợp lý để chấp nhận đề xuất ấy trong tài liệu [181].



Hình 8:  $\Delta Q_W^{\text{CKS}}(\text{Cs})$  và  $\Delta Q_W^{\text{CKS}}(p)$  là hàm của  $M_{Z_2}$

Tích yếu của proton thì được xác định bởi [153]

$$\Delta Q_W^{\text{CKS}}(^1\text{p}) = 1.140\Delta\rho + \left[ 0.437 \times \frac{g(M_{Z_2})}{g(M_{Z_1})} + 0.777 \times \frac{g^2(M_{Z_2})}{g^2(M_{Z_1})} \right] \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) \quad (3.21)$$

Trong mô hình đang xét, bô đính oblique có dạng như mô tả trong tài liệu [152, 174], kết hợp với biểu thức (1.18) ta có được [152]

$$\begin{aligned}\Delta\rho_{CKS} \simeq & \tan^2\phi \left( \frac{M_{Z'}^2}{m_Z^2} - 1 \right) \\ & + \frac{3\sqrt{2}G_F}{16\pi^2} \left[ 2M_{Y^+}^2 + m_W^2 - \frac{2M_{Y^+}^2(M_{Y^+}^2 + m_W^2)}{m_W^2} \ln \frac{(M_{Y^+}^2 + m_W^2)}{M_{Y^+}^2} \right] \\ & - \frac{\alpha(m_Z)}{4\pi s_W^2} \left[ t_W^2 \ln \frac{(M_{Y^+}^2 + m_W^2)}{M_{Y^+}^2} + \frac{m_W^4}{2(M_{Y^+}^2 + m_W^2)^2} \right],\end{aligned}\quad (3.22)$$

trong đó  $\alpha(m_Z) \approx \frac{1}{128}$  [175].

Trong hình 8, chúng ta vẽ  $\Delta Q_W^{CKS}(Cs)$  và  $\Delta Q_W^{CKS}(p)$  là hàm của khói lượng boson chuẩn trung hòa  $Z_2$ . Đồ thị này cho thấy trong mô hình đang xét khoảng giá trị cho phép của khói lượng  $Z_2$  là  $1.27 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \leq 2.66 \text{ TeV}$ . Giới hạn này nghiêm ngặt hơn khi so với giới hạn xác định từ dữ liệu tham số  $\rho$  nói trong tài liệu [152] tuy nhiên chúng không phủ định nhau.

### 3.3 Hiệu tượng APV trong các mô hình 3-3-1 $\beta$

Chúng ta hãy nhắc qua về nội dung hạt của mô hình 3-3-1- $\beta$  [178], với  $\beta$  là tham số được xác định trong biểu thức toán tử điện tích (1.1). Các lepton trong tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$  là

$$l_{aL} = (\nu_a, e_a, E_a^Q)^T \sim \left( 1, 3, -\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \right), \quad (3.23)$$

trong đó  $a = 1, 2, 3$  là chỉ số thế hệ. Mô hình với cách biểu diễn lepton này được chúng tôi gọi là mô hình  $F_2$  [181]. Mặt khác, cũng có các mô hình (được gọi là mô hình  $F_1$ ) với  $l_{aL}$  là các phản tam tuyến, nhưng các mô hình này được chứng minh là tương đương với các mô hình với các tam tuyến lepton phân cực trái, theo nghĩa là hai dạng này có cùng ý nghĩa vật lý [247, 252]. Do đó chỉ cần bàn luận đối với mô hình  $F_2$ .

Yêu cầu khử dị thường chiral bắt buộc số tam tuyến fermion bằng với số phản tam tuyến ferrmion. Do đó trong mô hình ta đang xét, một thế hệ quark

phải biến đổi như một tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$  và hai thế hệ kia phải là các phản tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ . Mặc dù vậy, không có sự ràng buộc việc xếp quark nào mà vẫn đảm bảo khử dị thường.

Ở đây chúng ta dùng các ký hiệu như trong bảng 1, 2, và 3 của tài liệu [178]. Cụ thể, chúng ta xét các mô hình chỉ chứa ba tam tuyến Higgs được định nghĩa trong tài liệu [173, 178], chẳng hạn như trong bảng 3 của tài liệu [178]. Có ba cách gán khác nhau đối với các quark phân cực trái, tức là gán thế hệ quark thứ ba, thứ hai hoặc thứ nhất được làm tam tuyến; và ba cách gán này tương ứng cho ra ba loại mô hình loại A, B, và C như được liệt kê trong bảng 2 của tài liệu [178]. Cần nhắc lại là các fermion phân cực phải được gán là các đơn tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ .

Lưu ý rằng trung bình chân không của tam tuyến Higgs  $\chi$  sinh khối lượng cho các hạt mới, đó là các quark và lepton dị thường cũng như đối với các boson chuẩn mới  $Z'$  và các boson chuẩn bilepton  $X$  và  $Y$ . Dừng quên rằng phần tử dưới cùng của tam tuyến  $\chi$  không mang số lepton, còn phần tử ở đáy của các tam tuyến  $\eta$  và  $\rho$  có số lepton bằng 2. Điều này có nghĩa rằng các thành phần vô hướng không có số lepton mới được phép có trung bình chân không. Trong thực tế, để điện tích của các boson Higgs mang điện có giá trị điện tích nguyên thì tham số  $\beta$  chỉ được phép nhận một số giá trị nhất định.

Bảng 6: Các hằng số tương tác vector và vector-trục cần để tính APV trong Mô hình 3-3-1 $\beta$ .

Mô hình chuẩn	Mô hình 3-3-1 (loại A)	Mô hình 3-3-1 (loại C)
$g_A(e) = -\frac{1}{2}$	$g'_A(e) = \frac{1-(1+\sqrt{3}\beta)s_W^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1-(1+\beta^2)s_W^2}}$	$g'_A(e) = \frac{1-(1+\sqrt{3}\beta)s_W^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1-(1+\beta^2)s_W^2}}$
$g_V(u) = \frac{1}{2} - \frac{4s_W^2}{3}$	$g'_V(u) = \frac{-3+(3-5\sqrt{3}\beta)s_W^2}{6\sqrt{3}\sqrt{1-(1+\beta^2)s_W^2}}$	$g'_V(u) = \frac{3-(3+5\sqrt{3}\beta)s_W^2}{6\sqrt{3}\sqrt{1-(1+\beta^2)s_W^2}}$
$g_V(d) = -\frac{1}{2} + \frac{2s_W^2}{3}$	$g'_V(d) = \frac{-3+(3+\sqrt{3}\beta)s_W^2}{6\sqrt{3}\sqrt{1-(1+\beta^2)s_W^2}}$	$g'_V(d) = \frac{3-(3-\sqrt{3}\beta)s_W^2}{6\sqrt{3}\sqrt{1-(1+\beta^2)s_W^2}}$

Khối lượng và góc trộn của các boson chuẩn trung hòa được trình bày trong phần 1.2.2. Các hằng số tương tác chuẩn cần để tính  $Q_W$  được liệt kê trong bảng 6, trong đó chỉ xét hai loại mô hình A và C tương ứng với hai phép gán khác nhau đối với thế hệ quark thứ nhất. Hai loại mô hình A và B có cùng cách gán thế hệ quark đầu tiên cho nên sẽ có cùng kết quả APV. Các hằng số tương tác tương tự cũng được nêu trong bảng 4 của tài liệu [178] nhưng trong đó khác với kết quả trong luận văn này ở chỗ ngược dấu, bởi vì trong tài liệu đó các tác giả đã chọn pha của trạng thái  $Z'$  khác đi (xem phụ lục B.5).

Bây giờ chúng ta dùng công thức (3.19) để tính bô đính tích yếu  $\Delta Q_W^{331}(Cs)$  trong Mô hình  $3 - 3 - 1 - \beta$  bằng cách đưa vào đó biểu thức góc trộn  $Z - Z'$  chứa tham số mô hình  $\beta$  [181]. Các bước tính chi tiết để rút ra công thức  $\Delta Q_W^{331}(Cs)$  trong Mô hình 3-3-1- $\beta$  đã được chúng tôi tính toán, đổi chiều cẩn thận và trình bày trong phụ lục B.2, B.3 và B.4. Phần đóng góp của số hạng chứa  $\Delta\rho$  được bỏ qua. Các hằng số tương tác tương ứng với  $Z'$  được liệt kê trong bảng 6. Với  $M_{Z_1}^2 \ll M_{Z_2}^2$ , góc trộn  $\phi$  có thể được tính theo công thức trong tài liệu [181] như sau:

$$s_\phi \simeq \tan \phi \simeq \frac{c_W^2}{3} \sqrt{f(\beta)} (3\beta t_W^2 + \sqrt{3}c_{2v}) \left[ \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \right], \quad (3.24)$$

với

$$f(\beta) = \frac{1}{1 - (1 + \beta^2)s_W^2}, \quad c_{2v} \equiv \cos(2\beta_v) = \frac{1 - t_v^2}{1 + t_v^2}, \quad t_v \equiv \tan \beta_v \equiv \frac{v_\rho}{v_\eta}. \quad (3.25)$$

Khi tính toán số, chúng ta sẽ dùng  $\frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \simeq \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}$ .

Tham số  $t_v$  trong biểu thức (3.25) được ràng buộc từ tương tác Yukawa của quark top trong thế hệ hạt thứ ba, như được nói trong các mô hình hai lưỡng tuyễn Higgs nổi tiếng (2HDM) (xem công trình khái quát [201]). Phụ thuộc vào mô hình A (B, C) với quark top phân cực trái xếp trong các tam tuyễn (phản tam tuyễn), và chúng sẽ nhận khối lượng bậc cây chủ yếu từ tương tác với  $\eta$  ( $\rho$ ) [178]. Đặc biệt, khối lượng quark top là  $m_t \simeq \Gamma^t \times \frac{v_{\rho(\eta)}}{\sqrt{2}}$  với hằng số tương tác Yukawa nên thỏa mãn giới hạn nhiễu loạn:  $|\Gamma^t| < \sqrt{4\pi}$ , tạo ra giá trị biên dưới

$v_{\rho(\eta)} > \frac{m_t}{\sqrt{4\pi}}$ . Kết quả là,  $t_v$  bị ràng buộc theo

$$s_v = \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\eta^2}} = \frac{gv_\rho}{2M_W} > \frac{g}{2M_W} \times \frac{m_t}{\sqrt{2\pi}} \simeq 0.28 \Rightarrow t_v > t_0 = \sqrt{\frac{1}{1 - 0.28^2} - 1} \simeq 0.29 \quad (3.26)$$

đối với quark top trong phản tam tuyến (mô hình loại B và C) và là

$$c_v = \frac{v_\eta}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\eta^2}} = \frac{gv_\eta}{2M_W} > 0.28 \Rightarrow t_v < \sqrt{\frac{1}{0.28^2} - 1} \simeq 3.43 = t_0^{-1} \quad (3.27)$$

đối với quark top trong tam tuyến (mô hình loại A). Ràng buộc đối với  $t_v$  trong các mô hình 3-3-1 cũng tương tự như trong các mô hình 2HDM [201]. Do đó chúng ta dùng  $t_v \leq 3.4$  đối với mô hình loại A và  $t_v \geq 0.3$  đối với các mô hình loại B, C.

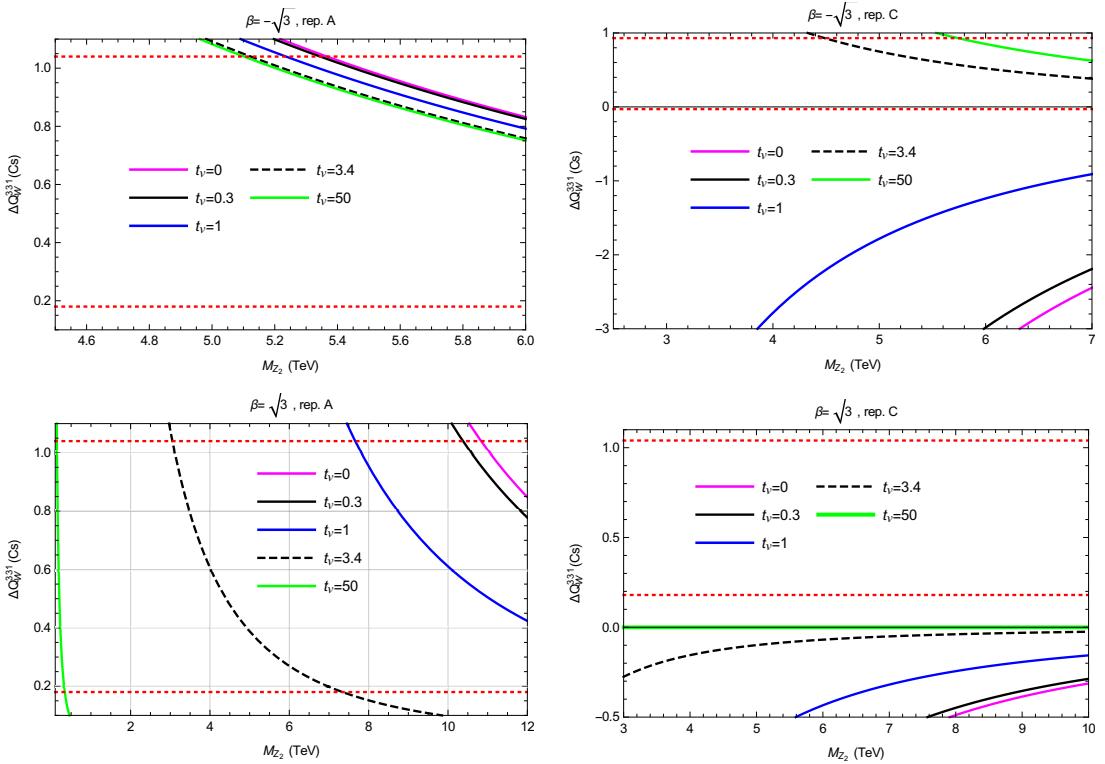
Trong khảo sát số chúng ta sẽ tìm miền không gian tham số hợp lệ, tức là thỏa mãn cả ba ràng buộc bởi dữ liệu APV của cesium, dữ liệu PVES của proton và giới hạn nhiễu loạn của hằng số tương tác Yukawa đối với quark top. Chúng ta sẽ tập trung xét đối với các mô hình loại A và C. Còn miền không gian tham số hợp lệ nhận được từ mô hình loại B sẽ được xác định dựa trên tích yếu tiên đoán bởi mô hình loại A và điều kiện (3.26). Chúng tôi thu được kết quả khảo sát số như được trình bày ở phần dưới đây [153].

### 3.3.1 APV trong mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm\sqrt{3}$

#### a) Đối với mô hình chứa lepton ngoại lai

Nhớ rằng mô hình này không phải Mô hình 3-3-1 tối thiểu vì phần tử thứ ba trong các tam tuyến lepton chính là các lepton ngoại lai. Kết quả khảo sát số được minh họa ở hình 9.

Ở đây chúng tôi dùng giá trị bằng số của hằng số tương tác boson chuẩn ứng với nhóm  $SU(2)_L$  và góc Weinberg liên quan với  $Z'$  như trong tài liệu [180], trong đó có tính đến tiến hóa nhóm tái chuẩn hóa. Ngoài ra nó cũng dẫn đến hệ quả rằng giới hạn của các tính toán nhiễu loạn đòi hỏi  $M_{Z_2} < 4$  TeV. Trong



Hình 9:  $\Delta Q_W^{331}(Cs)$  là hàm theo  $M_{Z_2}$  khi xét đối với mô hình loại A (hình bên trái) và C (hình bên phải) trong trường hợp  $\beta = \pm\sqrt{3}$ . Hai đường ngang màu đỏ ứng với hai biên trên và dưới của giá trị thực nghiệm của  $\Delta Q_W(Cs)$ . Tính toán với  $s_W^2(M_{Z_2}) = 0.246$  và  $g = 0.636$  [180].

các mô hình đang xét này, mối liên hệ giữa  $g_X$  và  $g$  được xác định theo phương trình (54) mà từ đó cực Landau xuất hiện ở  $s_W^2 = 1/(1 + \beta^2)$ . Trường hợp  $\beta = \pm\sqrt{3}$ , các mô hình này mất đi đặc tính nhiễu loạn ở thang năng lượng khoảng 4 TeV [180, 249, 253–255]. Chúng ta chấp nhận rằng các mô hình sẽ bị loại trừ nếu không có bất cứ miền nào thỏa mãn điều kiện  $M_{Z_2} \leq 4$  TeV.

Dựa vào hình 9, chúng ta có được giá trị biên dưới của  $M_{Z_2}$  như ghi nhận ở bảng 7. Ta có các nhận xét như sau:

- Trường hợp  $\beta = -\sqrt{3}$ , mô hình loại A luôn tiên đoán được giá trị biên dưới hợp lệ của  $M_{Z_2}$  khoảng 5 TeV, lúc này mô hình mất đi đặc tính nhiễu loạn. Kết luận tương tự cũng xảy ra đối với mô hình loại C khi  $t_v = 50$  hoặc

Bảng 7: Các cận dưới của  $M_{Z_2}[\text{TeV}]$  trong trường hợp  $\beta = \pm\sqrt{3}$  được rút ra dựa vào dữ liệu APV của cesium.

$\beta = -\sqrt{3}$						$\beta = +\sqrt{3}$					
$t_v$	0	0.3	1	3.4	50	$t_v$	0	0.3	1	3.4	50
A	5.37	5.35	5.24	5.12	5.10	A	10.84	10.38	7.66	3.05	0.14
C	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	4.24	5.43	C	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>

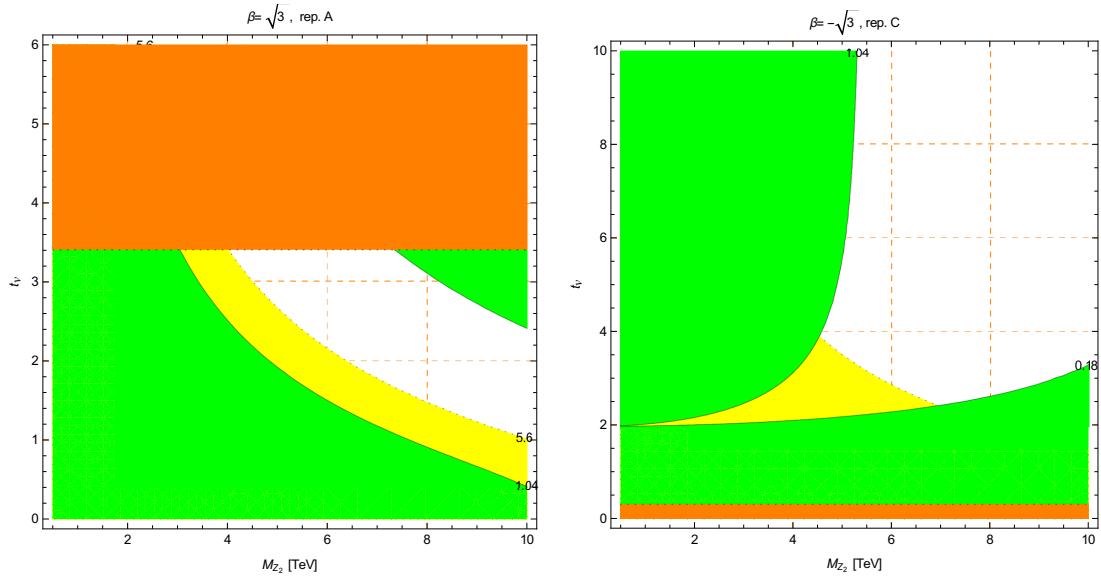
$$t_v \leq 1.$$

2. Trường hợp  $\beta = +\sqrt{3}$ , mô hình loại C bị loại trừ với mọi giá trị của  $t_v$ .
3. Giá trị  $t_v = 3.4$  được chấp nhận cho hai mô hình: loại C với  $\beta = -\sqrt{3}$  ( $M_{Z_2} \geq 4.24$ ) và loại A với  $\beta = \sqrt{3}$  ( $M_{Z_2} \geq 3.05$ ). Kết hợp với điều kiện hằng số tương tác Yukawa đối với quark top và dữ liệu PVES của proton, làm cho miền không gian tham số hợp lệ trở nên nghiêm ngặt hơn, như mô tả ở hình 10.

Giá trị  $M_{Z_2}$  phải thỏa mãn  $M_{Z_2} \geq 4 \text{ TeV}$  đối với mô hình loại A và thỏa mãn  $M_{Z_2} \geq 4.5 \text{ TeV}$  đối với mô hình loại C. Do đó các biên dưới thu được từ điều kiện kết hợp không cho kết quả nghiêm ngặt hơn các giá trị thu được từ chỉ mỗi dữ liệu APV của cesium.

Bảng 8: Các hằng số tương tác vector và vector-trục cần để tính APV trong các Mô hình 3-3-1 tối thiểu.

Mô hình chuẩn	Mô hình 3-3-1 (loại A)	Mô hình 3-3-1 (loại C)
$g_A(e) = -\frac{1}{2}$	$g'_A(e) = -\frac{\sqrt{1-4s_W^2}}{2\sqrt{3}}$	$g'_A(e) = -\frac{\sqrt{1-4s_W^2}}{2\sqrt{3}}$
$g_V(u) = \frac{1}{2} - \frac{4s_W^2}{3}$	$g'_V(u) = \frac{-1+6s_W^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1-4s_W^2}}$	$g'_V(u) = \frac{1+4s_W^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1-4s_W^2}}$
$g_V(d) = -\frac{1}{2} + \frac{2s_W^2}{3}$	$g'_V(d) = -\frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{1-4s_W^2}}$	$g'_V(d) = \frac{1-2s_W^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1-4s_W^2}}$

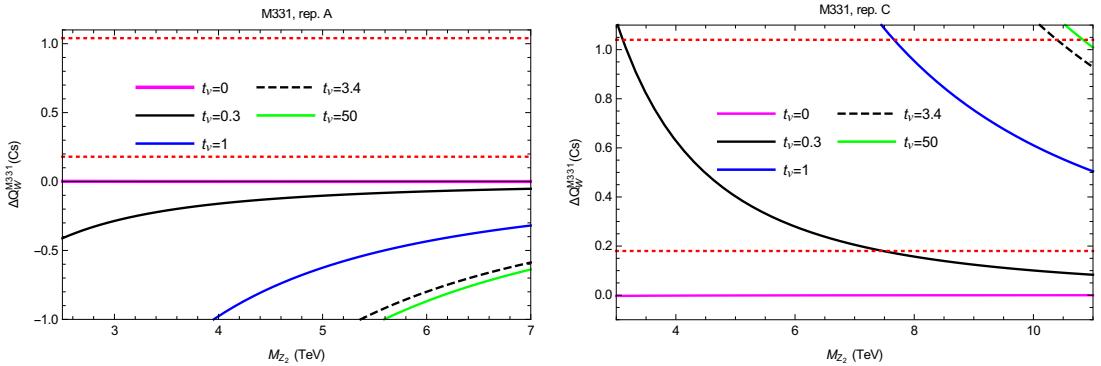


Hình 10: Miền không gian tham số được phép trong mặt phẳng  $M_{Z_2} - t_v$  ở mô hình loại A với  $\beta = \sqrt{3}$  (hình bên trái) và loại C với  $\beta = -\sqrt{3}$  (hình bên phải), trong đó miền màu cam là miền thông số bị loại trừ bởi điều kiện  $t_v \leq 3.4$  ( $t_v \geq 0.3$ ). Miền màu xanh và vàng là vùng tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton.

### b) Mô hình 3-3-1 tối thiểu

Ngoài mô hình với  $\beta = -\sqrt{3}$  như ở phần a) nói trên, một mô hình khác với  $\beta = -\sqrt{3}$  nhưng không chứa lepton mang điện mới, chẳng hạn như có các thành phần thứ ba của các tam tuyến lepton là liên hiệp của các lepton mô hình chuẩn mang điện phân cực phải được biết với tên gọi là Mô hình 3-3-1 tối thiểu (M331). Trong mô hình này, các hằng số tương tác chuẩn cần để tính APV được miêu tả trong bảng 8.

Các kết quả khảo sát số cho phần này được minh họa ở hình 11. Để thấy rằng trong mô hình loại A, tất cả các đường cong đều nằm ngoài miền tham số được cho phép bởi thực nghiệm. Ngược lại, đối với mô hình loại C vẫn tồn tại những giá trị được phép của  $M_{Z_2}$ . Hơn nữa, giá trị hợp lệ của  $M_{Z_2}$  sẽ nhỏ tương ứng với  $t_v$  nhỏ. Một số giá trị biên cự thể được tóm tắt trong bảng 9.



Hình 11:  $\Delta Q_W^{M331}(Cs)$  là hàm theo  $M_{Z_2}$  đối với mô hình 3-3-1 loại A (hình bên trái) và loại C (hình bên phải). Tính toán với  $s_W^2(M_{Z_2}) = 0.246$  và  $g = 0.636$  [180].

Bảng 9: Miền giá trị của  $M_{Z_2}$  được tiên đoán bởi Mô hình 3-3-1 tối thiểu.

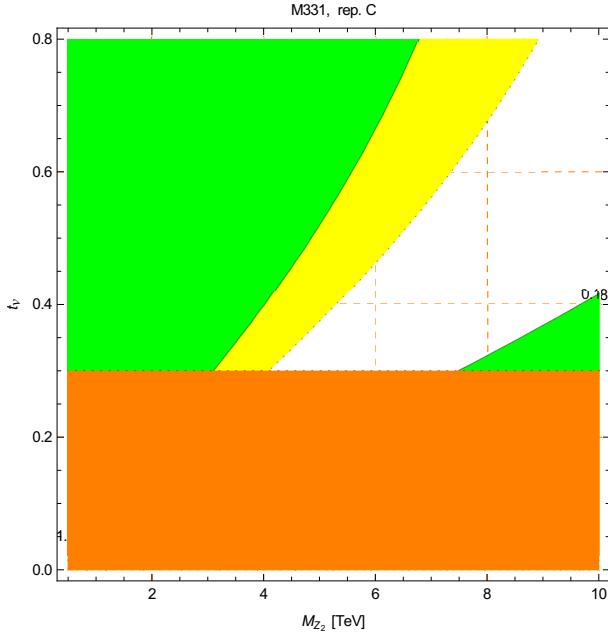
$t_v$	0	0.3	1	3.4	50
A	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
C	<b>X</b>	[3.11, 7.47]	[7.66, 18.41]	[10.40, 24.99]	[10.83, 26.04]

Chúng ta cũng thấy rằng dữ liệu APV của cesium đã loại bỏ mô hình 3-3-1 loại A nhưng vẫn cho phép mô hình loại C tồn tại với  $t_v$  nhỏ, chẳng hạn  $M_{Z_2} \geq 3.11$  TeV khi  $t_v = 0.3$ . Kết hợp với điều kiện  $t_v \geq 0.3$  và dữ liệu PVES của proton sẽ tạo ra các giá trị biên dưới nghiêm ngặt hơn  $M_{Z_2} \geq 4$ , như thể hiện ở hình 12. Hơn nữa, giá trị cận dưới của  $M_{Z_2}$  được rút ra từ dữ liệu PVES của proton là nghiêm ngặt hơn từ dữ liệu APV của cesium.

### 3.3.2 APV trong mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Đối với các hằng số tương tác tương ứng với  $Z'$  ở thang  $M_{Z'} = \mathcal{O}(1)$  TeV, chúng ta sẽ dùng  $g(M_{Z_2}) = 0.633$ ,  $s_W^2(M_{Z_2}) = 0.249$  cho trường hợp  $\beta = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$  [180, 181, 256].

Kết quả tính số thu được dựa vào dữ liệu APV của cesium được thể hiện ở hình 13. Một số giới hạn thu được trong trường hợp  $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$  được tổng hợp



Hình 12: Miền không gian tham số được phép trong mặt phẳng  $M_{Z_2} - t_v$  của Mô hình 3-3-1 tối thiểu loại C. Vùng màu cam là miền tham số bị loại trừ do điều kiện  $t_v \geq 0.3$ . Các miền màu xanh và vàng lần lượt là các miền tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton.

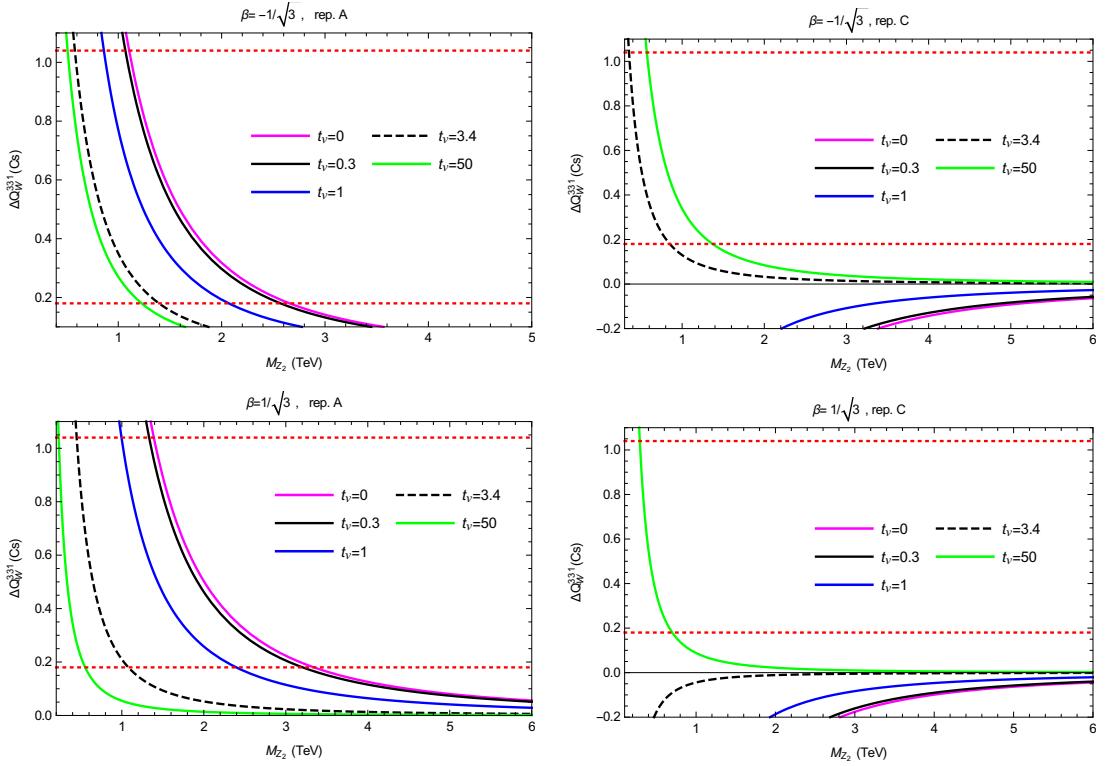
trong bảng 10. Đồng thời chúng ta thu được các kết quả sau đây:

1. Trong cả hai trường hợp  $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ , mô hình loại A đều tồn tại với mọi  $t_v$ . Các giá trị cho phép của  $M_{Z_2}$  giảm khi  $t_v$  tăng.
2. Mô hình loại C tồn tại chỉ với  $t_v$  lớn và  $M_{Z_2} \leq 1.5$  TeV.

### 3.3.3 APV trong mô hình 3-3-1 với $\beta = 0$

Mô hình 3-3-1 với  $\beta = 0$  đã được xây dựng mới đây trong tài liệu [169]. Kết quả tính số trong trường hợp này được thể hiện ở hình 14. Các kết quả khác được tóm tắt trong bảng 11.

Ở đây chúng ta thấy có sự tương tự như với trường hợp  $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Đó là các mô hình này cho kết quả dự đoán  $M_{Z_2}$  khá nhẹ, một nhận định vốn cũng được



Hình 13:  $\Delta Q_W^{331}(Cs)$  là hàm theo  $M_{Z_2}$  với  $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$  đối với mô hình loại A (hình bên trái) và loại C (hình bên phải).

Bảng 10: Miền giá trị của  $M_{Z_2}$  (TeV) trong trường hợp  $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

	$t_v$	0	0.3	1	3.4	50
$\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	A	[1.11, 2.66]	[1.06, 2.57]	[0.86, 2.07]	[0.58, 1.39]	[0.51, 1.23]
	C	✗	✗	✗	[0.35, 0.85]	[0.57, 1.37]
$\beta = +\frac{1}{\sqrt{3}}$	A	[1.39, 3.34]	[1.33, 3.20]	[1.00, 2.39]	[0.45, 1.08]	[0.23, 0.55]
	C	✗	✗	✗	✗	[0.29, 0.70]

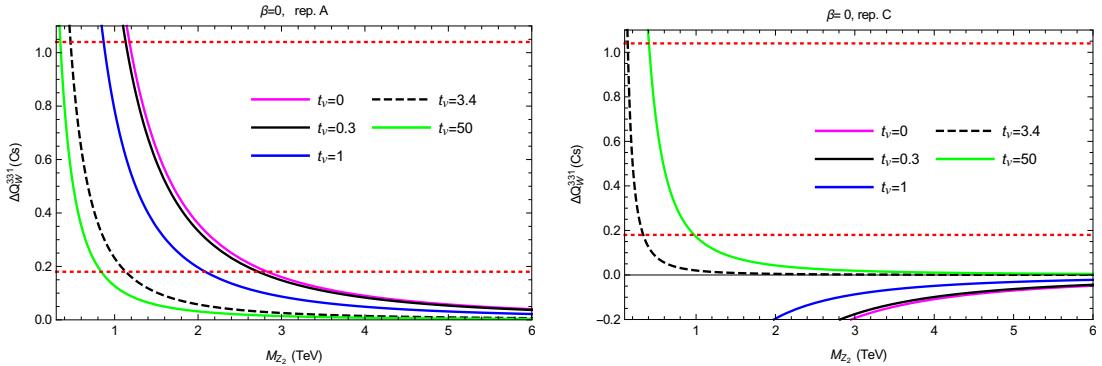
đề cập trước đây trong các mô hình [157, 257–259]. Sự khác biệt tạo ở các trường hợp  $\beta$  khác nhau này là ở chỗ, khoảng cho phép của  $M_{Z_2}$  dời chuyển theo chiều tăng khi  $\beta$  biến đổi từ  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$  đến  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Dựa vào tất cả các đồ thị vẽ cho các trường hợp đối với các mô hình loại A, ta thấy các mô hình này có những đặc điểm chung. Đó là, cận dưới của  $M_{Z_2}$  rứt

Bảng 11: Miền giá trị được tiên đoán của  $M_{Z_2}$  trong trường hợp  $\beta = 0$ .

$t_v$	0	0.3	1	3.4	50
A	[1.18, 2.83]	[1.13, 2.72]	[0.87, 2.09]	[0.47, 1.13]	[0.35, 0.84]
C	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	[0.14, 0.33]	[0.41, 0.98]

ra từ dữ liệu APV của cesium luôn tăng khi  $t_v$  giảm. Vì thế, các miền giá trị được phép được minh họa ở hình 15 trong trường hợp  $\beta = 0$ . Do đó, điều kiện nhiễu loạn  $t_v \leq 3.4$  sẽ loại trừ đi miền giá trị ứng với  $M_{Z_2}$  nhỏ, như thể hiện ở hình con bên trái của hình 14. Trong miền  $t_v \rightarrow 0$ , dữ liệu PVES của proton sẽ dẫn đến khoảng cho phép của biên dưới nghiêm ngặt hơn khoảng cho bởi dữ liệu APV của cesium, như thể hiện trong hình 15. Giá trị cho phép lớn nhất của  $M_{Z_2}$  là khoảng 2.8 TeV. Giá trị này tăng đến 4.65 TeV khi  $\beta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

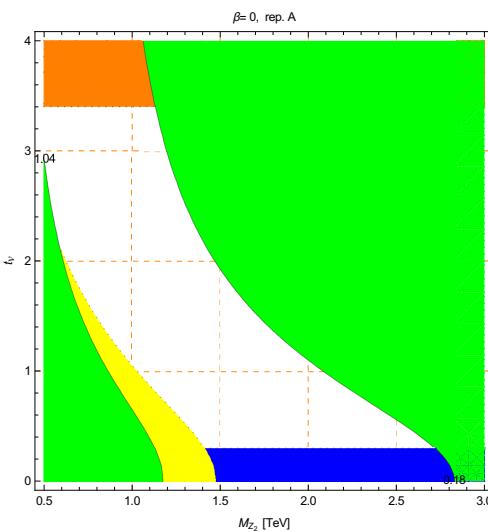


Hình 14:  $\Delta Q_W^{331}(Cs)$  là hàm theo  $M_{Z_2}$  với  $\beta = 0$  đối với mô hình loại A (hình bên trái) và loại C (hình bên phải).

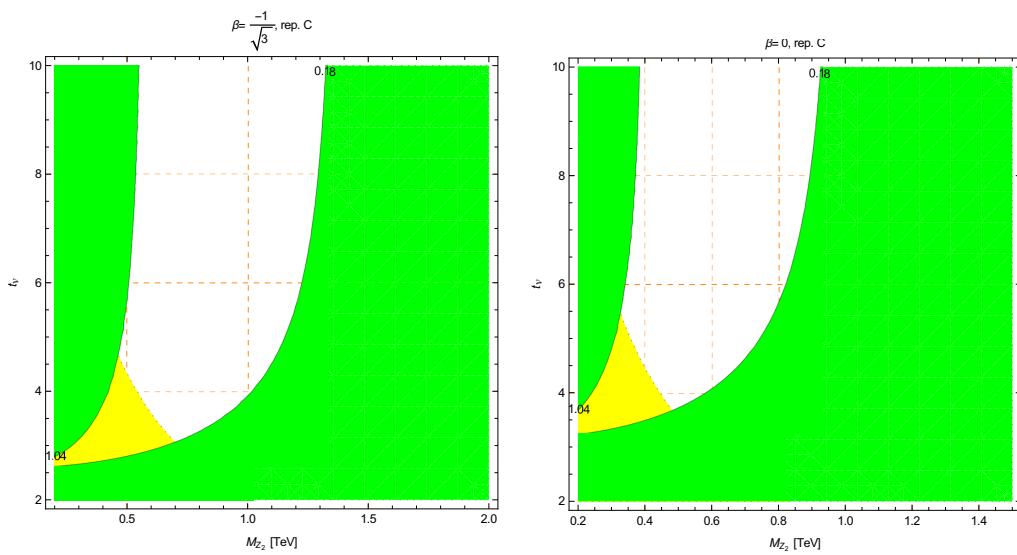
Ta nói qua một chút về mô hình loại B, vốn có cùng kết quả APV so với mô hình loại A, chỉ khác miền không gian tham số của nó thỏa  $t_v > 0.3$ , tương tự như được nói ở hình 15. Mô hình loại B loại trừ đi các vùng tham số tương ứng với  $M_{Z_2}$  lớn.

Miền không gian tham số tiên đoán bởi mô hình loại C với  $\beta = 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}$  được mô tả ở hình 16. Dữ liệu PVES của proton giúp loại trừ miền tham số ứng với

$M_{Z_2}$  và  $t_v$  bé, cho không gian tham số nghiêm ngặt hơn điều kiện cho bởi giới hạn nhiễu loạn của tương tác quark top, miền không gian tham số này chỉ tiên đoán được miền  $M_{Z_2}$  có giá trị nhỏ,  $M_{Z_2} < 1.5$  TeV. Những trường hợp với giá trị khác của  $\beta$  thỏa  $|\beta| < \sqrt{3}$  cũng tương tự với các tình huống được minh họa ở trên, chỉ khác là lúc đó các biên trên của  $M_{Z_2}$  có thể vươn đến giá trị lớn hơn 2.5 TeV.



Hình 15: Miền không gian tham số được phép trong mặt phẳng  $M_{Z_2} - t_v$  đối với mô hình loại A với  $\beta = 0$ . Các miền màu cam, xanh lá và vàng lần lượt là các miền tham số bị loại trừ do các điều kiện  $t_v \leq 3.4$ , dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton. Vùng màu xanh biển là miền tham số bị loại trừ bởi điều kiện  $t_v \geq 0.3$ .



Hình 16: Miền không gian tham số được phép của mô hình loại C trong mặt phẳng  $M_{Z_2} - t_V$ . Các miền màu xanh lá và vàng lần lượt là các miền tham số bị loại trừ dựa vào dữ liệu APV của cesium và dữ liệu PVES của proton.

## Phần kết luận

Trong quá trình triển khai thực hiện đề tài luận án, chúng tôi đã thu được những kết quả chính như trình bày dưới đây.

### 1. Các kết quả liên quan đến phần boson chuẩn:

Trong khuôn khổ Mô hình 3-3-1 CKS, chúng tôi đã xây dựng và khảo sát đầy đủ phần boson chuẩn, gồm: xác định các trường boson vật lý, các biểu thức góc trộn và khối lượng của chúng. Ngoài ra, dựa vào giá trị thực nghiệm của tham số  $\rho$ , chúng tôi xác định được khoảng giá trị của trung bình chẵn không  $v_\chi$ :

$$3.57 \text{ TeV} \leq v_\chi \leq 6.09 \text{ TeV},$$

ước lượng giá trị khối lượng boson chuẩn trung hòa mới  $Z_2$ :

$$1.42 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \leq 2.42 \text{ TeV},$$

và xác định giới hạn khối lượng của boson chuẩn bilepton  $Y$ :

$$465 \text{ GeV} \leq M_Y \leq 960 \text{ GeV}.$$

Hơn nữa, dựa trên phần boson chuẩn trong mô hình, chúng tôi cũng bàn về tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  theo cơ chế Drell-Yan tại LHC ở thang năng lượng hiện hành  $\sqrt{S} = 13 \text{ TeV}$  và ở mức năng lượng dự kiến được nâng cấp  $\sqrt{S} = 28 \text{ TeV}$ , với giới hạn khối lượng  $M_{Z_2}$  được chọn phù hợp với dữ liệu thực nghiệm từ 4 TeV đến 5 TeV. Trong giới hạn này của khối lượng  $M_{Z_2}$ , tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  nằm trong khoảng 85 fb đến 10 fb khi xét ở thang

năng lượng  $\sqrt{S} = 13$  TeV. Ở mức năng lượng dự kiến được nâng cấp tại LHC  $\sqrt{S} = 28$  TeV, tiết diện tán xạ toàn phần sinh  $Z_2$  có giá trị tăng đáng kể, từ 2.5 pb đến 0.7 pb; và theo đó, bề rộng rã ở LHC của quá trình cộng hưởng  $pp \rightarrow Z_2 \rightarrow l^+l^-$  ở  $\sqrt{S} = 28$  TeV sẽ có giá trị bậc  $10^{-2}$  pb đối với boson chuẩn 4 TeV, tương ứng với bậc của biên dưới của giá trị thực nghiệm ở LHC [192].

## 2. Các kết quả liên quan đến phần Higgs:

Phổ Higgs trong Mô hình 3-3-1 CKS cũng được xây dựng và biện luận đầy đủ, gồm: thế Higgs toàn phần, thế Higgs bảo toàn số lepton và thế Higgs vi phạm số lepton. Dựa vào điều kiện cực tiểu của thế Higgs chúng tôi tìm được các phương trình ràng buộc. Từ thế Higgs chúng tôi cũng xác định đầy đủ các trường Higgs mang điện, Higgs CP-chẵn và Higgs CP-lẻ chứa đầy đủ các Goldstone boson tương ứng với các trường boson chuẩn.

Khi biện luận trong trường hợp giản lược, chúng tôi thu được trường  $h$  là Higgs như mô hình chuẩn cùng với  $H_4$  và  $H_5$  là các trường vô hướng vật lý nặng, với các bình phương khối lượng:

$$m_h^2 \simeq \frac{4}{3}\lambda v_\eta^2, \quad m_{H_4}^2 \simeq \lambda v_\chi^2, \quad m_{H_5}^2 \simeq 3\lambda v_\chi^2;$$

với  $m_h = 126$  GeV và giới hạn của  $v_\chi$  ở (1.36) ta có:

$$\lambda \approx 0.187; \quad 1.5 \text{ TeV} < m_{H_4} < 2.61 \text{ TeV}; \quad 2.6 \text{ TeV} < m_{H_5} < 4.5 \text{ TeV}.$$

Các boson Higgs trong mô hình đang xét tương tác với nhiều hạt mang điện, nên các quá trình rã bậc một vòng của các boson này thành photon là có thể xảy ra, và trở thành một kênh quan tâm để dò tìm chúng ở LHC, cụ thể là các chế độ rã như  $H_1^\pm \rightarrow W^\pm \gamma$ ,  $R_\rho, I_\rho \rightarrow Z\gamma$ , và  $R_\rho, I_\rho \rightarrow \gamma\gamma$ .

Khối lượng các boson Higgs trung hòa nặng được tiên đoán có giá trị ở thang TeV ngoài vùng loại trừ của LHC. Kết hợp với đặc tính mô tả bởi (2.75), cho thấy khối lượng của boson Higgs mang điện  $H_1^+$  nhiều khả năng cũng ở thang

TeV. Chúng tôi cũng tính được bề rộng rã toàn phần của sự sinh vô hướng  $H_4$  ở LHC có giá trị gần  $10^{-4}$  fb tương ứng với giá trị biên dưới 10 TeV của  $v_\chi$  (giá trị được rút ra từ dữ liệu thực nghiệm về tương tác meson  $K$ ,  $D$  và  $B$  [186]) và bề rộng rã này giảm khi  $v_\chi$  tiến đến các giá trị lớn hơn.

Ngoài ra, chúng tôi cũng chỉ ra được ứng viên vật chất tối vô hướng của mô hình đang xét là vô hướng phức  $\varphi_2^0$  có bình phương khối lượng là  $\frac{1}{2}v_\eta^2\lambda_2^{\eta\varphi}$ . Từ đó cho thấy mật độ tàn dư  $\Omega h^2$  của vật chất tối là hàm phi tuyến theo khối lượng  $m_\varphi$  của ứng viên vật chất tối vô hướng  $\varphi_2^0$ ; hơn nữa mật độ tàn dư  $\Omega h^2$  phụ thuộc nhạy hơn vào  $m_\varphi$  khi hệ số vô hướng bậc hai  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  càng giảm. Với giá trị quan sát được  $\Omega h^2 = 0.1198$  [207] của mật độ tàn dư, ta có thể xác định được mối tương ứng 1:1 giữa hệ số vô hướng bậc hai  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  và khối lượng  $m_\varphi$ ; hơn nữa, điều kiện ràng buộc của mật độ tàn dư cho thấy mối tương quan giữa  $\lambda_{h^2\varphi^2}$  và  $m_\varphi$  là tuyến tính.

### **3. Các kết quả thu được dựa trên dữ liệu tích yếu của cesium trong hiện tượng APV và tích yếu proton trong hiện tượng PVES:**

Trong luận án này, chúng tôi sử dụng các dữ liệu thực nghiệm mới nhất của tích yếu trong hiện tượng APV của cesium, hiện tượng PVES của proton và số liệu về giới hạn nhiễu loạn của hằng số tương tác Yukawa đối với quark top để biện luận miền không gian tham số của các mô hình và tiên đoán về giới hạn của khối lượng boson nặng  $Z_2$ . Những tính toán này được chúng tôi xét trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS được công bố gần đây [170] và rộng hơn, đối với nhóm các mô hình 3-3-1 với ba tam tuyến Higgs nói chung.

Khi xét trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS, chúng tôi thu được kết quả cận dưới của khối lượng boson chuẩn nặng mới  $Z_2$  là 1.27 TeV, giá trị này bé hơi một chút so với các giá trị đang được dự đoán từ LHC, từ dữ liệu rã  $\beta$  và từ dữ liệu tham số  $\rho$ .

Khi xét đối với nhóm các mô hình 3-3-1- $\beta$ , chúng tôi phân loại các mô hình

này thành các mô hình 3-3-1 loại A, B và C dựa vào ba cách gán các quark phân cực trái khác nhau. Dựa trên ba kênh dữ liệu được chọn và sử dụng công cụ phần mềm *Mathematica* chúng tôi đã thu được các kết quả rất đáng chú ý, cho thấy nhóm các mô hình này ngoài các đặc điểm chung, còn thể hiện một số đặc tính khác nhau dưới phương pháp phân tích của chúng tôi, thậm chí các kết quả có thể dẫn đến khả năng loại trừ một số mô hình, với các kết luận chính như sau:

- Các mô hình với  $\beta = \pm\sqrt{3}$ : miền giá trị  $M_{Z_2} < 4$  TeV là không tồn tại với tất cả các mô hình loại A, C và mô hình M331. Các mô hình này bị loại trừ khi xét đến giới hạn tính toán nhiều loại với cực Landau của các mô hình này đạt đến ở thang khoảng 4 TeV. Chỉ mỗi dữ liệu APV của cesium đã loại trừ ba trường hợp: mô hình loại C với  $\beta = -\sqrt{3}$ , mô hình loại A với  $\beta = \sqrt{3}$  và mô hình M331 loại A. Các trường hợp còn lại bị loại trừ dựa vào dữ liệu PVES của proton và giới hạn nhiễu loạn đối với quark top.
- Các mô hình với  $|\beta| < \sqrt{3}$ , chẳng hạn  $\beta = 0, \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ : miền không gian tham số được phép chịu ảnh hưởng đáng kể bởi dữ liệu PVES của proton, nó cũng dẫn đến giới hạn dưới của  $M_{Z_2}$  nghiêm ngặt hơn giá trị rút ra từ dữ liệu APV của cesium, điều mà trước đây chưa có công trình nào đề cập.
- Các mô hình với  $\beta = 0, \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ : các mô hình loại C chỉ chấp nhận miền không gian tham số ứng với  $M_{Z_2}$  bé, với  $M_{Z_2} < 1.5$  TeV.
- Các mô hình với  $\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ : các mô hình loại A dự đoán giá trị  $M_{Z_2}$  lớn hơn, và như vậy không bị loại trừ bởi ràng buộc từ dữ liệu của LHC, với  $M_{Z_2} \geq 2.5$  TeV, khi giả định  $Z_2$  không rã thành các fermion nặng [176, 260]. Điều này cũng phù hợp với tiên đoán  $M_{Z_2} \geq 1$  TeV trong các tài liệu [166, 180] vốn được cho là hợp lý.
- Mô hình loại B không bị loại trừ, cho dù giới hạn nhiễu loạn của tương tác Yukawa đối với quark top cho không gian tham số tương ứng với  $M_{Z_2}$  lớn.

Các tính toán số ở đây cho thấy không gian tham số được tiên đoán bởi các mô hình loại B và C không ủng hộ  $M_{Z_2}$  lớn do đó các mô hình này có nguy cơ bị loại trừ bởi các kết quả trong tương lai (chẳng hạn từ LHC), đặc biệt đối với mô hình loại C. Một khi mô hình loại A tồn tại thì cũng có nghĩa rằng thế hệ quark nặng nhất phải được hành xử khác với các thế hệ còn lại. Cách làm của chúng tôi cho thấy dữ liệu tích yếu được cập nhật trong các thí nghiệm trong tương lai sẽ trở nên quan trọng để quyết định thế hệ quark nào nên được xử lý khác với hai thế hệ còn lại trong các mô hình 3-3-1 hiện hữu.

Dữ liệu APV và PVES được cập nhật trong nghiên cứu này đồng điệu với dữ liệu trong hiện tượng khác biệt khối lượng của meson trung hòa (mass difference of neutral meson) [262] ở kết luận cho rằng thế hệ quark thứ ba nên được xử lý khác với hai thế hệ đầu tiên. Điều này là một trong các cơ sở để giải thích tại sao quark top lại nặng một cách khác biệt.

Tính toán và biện luận của chúng tôi cho thấy kết quả dựa vào dữ liệu PVES của proton và dựa vào giới hạn nhiễu loạn của tương tác Yukawa đối với quark top cũng quan trọng không kém kết quả thu được dựa vào dữ liệu APV của cesium. Do đó tất cả các dữ liệu này cần được xem xét đồng thời để tìm các ràng buộc của không gian tham số của các mô hình 3-3-1. Sau khi được công bố, các kết quả mang tính đa kênh và cập nhật này của chúng tôi đã dành được sự quan tâm của PDG (Particle Data Group - một cơ sở dữ liệu về vật lý hạt cơ bản hàng đầu thế giới).

## Danh sách các công bố khoa học của tác giả

1. N.V.Hop, *The measurement on inertia momentum of rigid bodies with the SIC system*, The Scientific and Technology Publication of CTU (ISSN: 1859-2333), 2004, CTU Publisher.
2. L.T.Hai, N.V.Hop, N.T.Phong, H.N.Long, *Fermion mass correction to the Z partial decay width*, Communication of Physics (ISSN: 0868-3166) vol. 13, no.1, p. 58-61, 2003.
3. N.V.Hop, T.D.Tham, N.H.Thao, *Numerical comparison of Passarino-Veltman functions in analytic forms with LoopTools ones for boson decay*, Journal of Science of Hanoi Pedagogical University 2 (ISSN: 1859-2325) vol.50, p.46-56, 2017.
4. H.N.Long, N.V.Hop, L.T.Hue, N.T.T.Van, *Constraining heavy neutral gauge boson Z' in the 3-3-1 models by weak charge data of Cesium and proton*, Nuclear Physics B (ISSN: 0550-3213) Vol.943, 2019.
5. H. N. Long, N. V. Hop, L. T. Hue, N. H. Thao, A. E. Cárcamo Hernández, *Higgs and gauge boson phenomenology of the 3-3-1 model with CKS mechanism*, Physical Review D (ISSN: 2470-0010) Vol.100, 2019.

Các kết quả chính trong luận án này dựa trên các công bố số 4 và 5 ở danh sách trên.

## Tài liệu tham khảo

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys., **22** (579) (1961); S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D, **2** (1285) (1970).
- [2] S. Weinberg , Phys. Rev. Lett., **19** (1264) (1967).
- [3] A. Salam, "Elementary particle theory: Relativistic Groups Analyticity", in Proceedings of the VIII Nobel Symposium, No.8 (367), Stockholm (1968).
- [4] G. 'tHooft, Nucl. Phys. B **33** (173), **35** (167) (1971).
- [5] P. Aurenche, "The Standard Model of Particle Physics", (1997) [arXiv:9712342 [hep-ph]].
- [6] H. N. Long, Nhập môn lý thuyết trường và mô hình thống nhất tương tác điện yếu, NXB Khoa Học và Kỹ Thuật, Hà Nội (2003).
- [7] L. H. Ryder, Quantum Field Theory, Cambrige University Press (1996).
- [8] M. E. Peskin, D.V. Schroeder, An introduction to quantum field theory, Addison-Wesley Publishing Company (1995).
- [9] D. Bailin, A. Love, Introduction to gauge field theory, Institute of Physics Publishing, Briston and Philadelphia (1995).
- [10] W. B. Rolnick, The fundamental particles and their interactions, Addison-Wesley Publishing Inc (1994).

- [11] M. Kaku, Quantum field theory – a modern introduction, Oxford University Press, New York (1993).
- [12] T. P. Cheng, L. F. Li, Gauge theory of elementary particle physics, Oxford University Press, New York (1984).
- [13] S. M. Bilenky, S. G. Mikhov, (Basic of) introduction to Feynman diagrams and electroweak interactions, Edition Frontieres (1994).
- [14] Physical Society of Japan, Proceedings of 19th International Conference on High Energy Physics (edited by S. Homma, M. Kawaguchi and H. Miyazawa), Tokyo (1978).
- [15] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande), Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998); Phys. Lett. B **433**, 9-18 (1998); Phys. Lett. B **436**, 33 (1998); Phys. Rev. Lett. **82**, 2644 (1999); Phys. Lett. B **467**, 185 (1999);  
T. Kajita, *Proceedings of 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics*, Takayama, Japan (June 1998);  
Official Super-Kamiokande Press released from Japan, *Discovery of neutrino mass and oscillations*, 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan (June 4-9 1998);  
S. Fukuda et al. (Super-Kamiokande), Phys. Lett. B **539**, 179 (2002).
- [16] J. Learned et al., *Neutrino decay and atmospheric neutrinos*, Phys. Lett. B **462**, 109-114 (1999).
- [17] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012)  
doi:10.1016/j.physletb.2012.08.020 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [18] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012)  
doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [19] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).  
doi:10.1088/1674-1137/38/9/090001

- [20] K. M. Patel, Phys. Lett. B **695**, 225 (2011) doi:10.1016/j.physletb.2010.11.024 [arXiv:1008.5061 [hep-ph]].
- [21] S. Morisi, K. M. Patel and E. Peinado, Phys. Rev. D **84**, 053002 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.84.053002 [arXiv:1107.0696 [hep-ph]].
- [22] S. Gupta, A. S. Joshipura and K. M. Patel, Phys. Rev. D **85**, 031903 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.85.031903 [arXiv:1112.6113 [hep-ph]].
- [23] P. S. Bhupal Dev, B. Dutta, R. N. Mohapatra and M. Severson, Phys. Rev. D **86**, 035002 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.035002 [arXiv:1202.4012 [hep-ph]].
- [24] S. F. King, S. Morisi, E. Peinado and J. W. F. Valle, Phys. Lett. B **724**, 68 (2013) doi:10.1016/j.physletb.2013.05.067 [arXiv:1301.7065 [hep-ph]].
- [25] A. Aranda, C. Bonilla, S. Morisi, E. Peinado and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **89**, no. 3, 033001 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.89.033001 [arXiv:1307.3553 [hep-ph]].
- [26] J. C. Gómez-Izquierdo, F. González-Canales and M. Mondragon, Eur. Phys. J. C **75**, no. 5, 221 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3440-7 [arXiv:1312.7385 [hep-ph]].
- [27] A. E. Carcamo Hernandez, I. de Medeiros Varzielas, S. G. Kovalenko, H. Päs and I. Schmidt, Phys. Rev. D **88**, no. 7, 076014 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.88.076014 [arXiv:1307.6499 [hep-ph]].
- [28] A. E. Carcamo Hernandez, S. Kovalenko and I. Schmidt, arXiv:1411.2913 [hep-ph].
- [29] M. D. Campos, A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko, I. Schmidt and E. Schumacher, Phys. Rev. D **90**, no. 1, 016006 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.016006 [arXiv:1403.2525 [hep-ph]].

- [30] M. D. Campos, A. E. Cárcamo Hernández, H. Päs and E. Schumacher, Phys. Rev. D **91**, no. 11, 116011 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.91.116011 [arXiv:1408.1652 [hep-ph]].
- [31] C. Arbeláez, A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko and I. Schmidt, Phys. Rev. D **92**, no. 11, 115015 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.115015 [arXiv:1507.03852 [hep-ph]].
- [32] A. E. Cárcamo Hernández, I. de Medeiros Varzielas and E. Schumacher, Phys. Rev. D **93**, no. 1, 016003 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.016003 [arXiv:1509.02083 [hep-ph]].
- [33] A. E. Cárcamo Hernández, I. de Medeiros Varzielas and N. A. Neill, Phys. Rev. D **94**, no. 3, 033011 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.033011 [arXiv:1511.07420 [hep-ph]].
- [34] A. E. Cárcamo Hernández, Eur. Phys. J. C **76**, no. 9, 503 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-4351-y [arXiv:1512.09092 [hep-ph]].
- [35] A. S. Joshipura and K. M. Patel, Phys. Lett. B **749**, 159 (2015) doi:10.1016/j.physletb.2015.07.062 [arXiv:1507.01235 [hep-ph]].
- [36] F. Björkeroth, F. J. de Anda, I. de Medeiros Varzielas and S. F. King, Phys. Rev. D **94**, no. 1, 016006 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.016006 [arXiv:1512.00850 [hep-ph]].
- [37] F. Björkeroth, F. J. de Anda, I. de Medeiros Varzielas and S. F. King, JHEP **1506**, 141 (2015) doi:10.1007/JHEP06(2015)141 [arXiv:1503.03306 [hep-ph]].
- [38] I. de Medeiros Varzielas, JHEP **1508**, 157 (2015) doi:10.1007/JHEP08(2015)157 [arXiv:1507.00338 [hep-ph]].

- [39] P. Chen, G. J. Ding, A. D. Rojas, C. A. Vaquera-Araujo and J. W. F. Valle, JHEP **1601** (2016) 007 doi:10.1007/JHEP01(2016)007 [arXiv:1509.06683 [hep-ph]].
- [40] E. Ma, Phys. Lett. B **752**, 198 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2015.11.049 [arXiv:1510.02501 [hep-ph]].
- [41] E. Ma, Phys. Lett. B **755**, 348 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.02.032 [arXiv:1601.00138 [hep-ph]].
- [42] C. Arbeláez, A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko and I. Schmidt, Eur. Phys. J. C **77**, no. 6, 422 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-4948-9 [arXiv:1602.03607 [hep-ph]].
- [43] P. Pasquini, S. C. Chuliá and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **95**, no. 9, 095030 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.095030 [arXiv:1610.05962 [hep-ph]].
- [44] B. Carballo-Perez, E. Peinado and S. Ramos-Sánchez, JHEP **1612**, 131 (2016) doi:10.1007/JHEP12(2016)131 [arXiv:1607.06812 [hep-ph]].
- [45] V. V. Vien and H. N. Long, arXiv:1609.03895 [hep-ph].
- [46] S. Centelles Chuliá, R. Srivastava and J. W. F. Valle, Phys. Lett. B **761**, 431 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.08.028 [arXiv:1606.06904 [hep-ph]].
- [47] J. T. Penedo, S. T. Petcov and A. V. Titov, JHEP **1712**, 022 (2017) doi:10.1007/JHEP12(2017)022 [arXiv:1705.00309 [hep-ph]].
- [48] A. A. Cruz and M. Mondragón, arXiv:1701.07929 [hep-ph].
- [49] V. V. Vien and H. N. Long, Int. J. Mod. Phys. A **28**, 1350159 (2013) doi:10.1142/S0217751X13501595 [arXiv:1312.5034 [hep-ph]].
- [50] A. E. Cárcamo Hernández, R. Martinez and F. Ochoa, Eur. Phys. J. C **76**, no. 11, 634 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-4480-3 [arXiv:1309.6567 [hep-ph]].

- [51] V. V. Vien and H. N. Long, Int. J. Mod. Phys. A **30**, no. 21, 1550117 (2015) doi:10.1142/S0217751X15501171 [arXiv:1405.4665 [hep-ph]].
- [52] V. V. Vien and H. N. Long, JHEP **1404**, 133 (2014) doi:10.1007/JHEP04(2014)133 [arXiv:1402.1256 [hep-ph]].
- [53] V. V. Vien and H. N. Long, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **145**, 991 (2014) [J. Exp. Theor. Phys. **118**, no. 6, 869 (2014)] doi:10.7868/S0044451014060044, 10.1134/S1063776114050173 [arXiv:1404.6119 [hep-ph]].
- [54] V. V. Vien and H. N. Long, J. Korean Phys. Soc. **66**, no. 12, 1809 (2015) doi:10.3938/jkps.66.1809 [arXiv:1408.4333 [hep-ph]].
- [55] A. E. Cárcamo Hernández, E. Cataño Mur and R. Martínez, Phys. Rev. D **90**, no. 7, 073001 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.073001 [arXiv:1407.5217 [hep-ph]].
- [56] A. E. Cárcamo Hernández, R. Martínez and J. Nisperuza, Eur. Phys. J. C **75**, no. 2, 72 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3278-z [arXiv:1401.0937 [hep-ph]].
- [57] A. E. Cárcamo Hernández and R. Martínez, Nucl. Phys. B **905**, 337 (2016) doi:10.1016/j.nuclphysb.2016.02.025 [arXiv:1501.05937 [hep-ph]].
- [58] A. E. Cárcamo Hernández and R. Martínez, J. Phys. G **43**, no. 4, 045003 (2016) doi:10.1088/0954-3899/43/4/045003 [arXiv:1501.07261 [hep-ph]].
- [59] V. V. Vien, H. N. Long and D. P. Khoi, Int. J. Mod. Phys. A **30**, no. 17, 1550102 (2015) doi:10.1142/S0217751X1550102X [arXiv:1506.06063 [hep-ph]].
- [60] V. V. Vien, A. E. Cárcamo Hernández and H. N. Long, Nucl. Phys. B **913**, 792 (2016) doi:10.1016/j.nuclphysb.2016.10.010 [arXiv:1601.03300 [hep-ph]].

- [61] A. E. Cárcamo Hernández, H. N. Long and V. V. Vien, Eur. Phys. J. C **76**, no. 5, 242 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-4074-0 [arXiv:1601.05062 [hep-ph]].
- [62] J. E. Camargo-Molina, A. P. Morais, A. Ordell, R. Pasechnik, M. O. P. Sampaio and J. Wessén, Phys. Rev. D **95**, no. 7, 075031 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.075031 [arXiv:1610.03642 [hep-ph]].
- [63] J. E. Camargo-Molina, A. P. Morais, R. Pasechnik and J. Wessén, JHEP **1609**, 129 (2016) doi:10.1007/JHEP09(2016)129 [arXiv:1606.03492 [hep-ph]].
- [64] J. C. Gómez-Izquierdo, Eur. Phys. J. C **77**, no. 8, 551 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-5094-0 [arXiv:1701.01747 [hep-ph]].
- [65] J. C. Gómez-Izquierdo, F. González-Canales and M. Mondragón, Int. J. Mod. Phys. A **32**, no. 28-29, 1750171 (2017) doi:10.1142/S0217751X17501718 [arXiv:1705.06324 [hep-ph]].
- [66] P. Chatopadhyay and K. M. Patel, Nucl. Phys. B **921**, 487 (2017) doi:10.1016/j.nuclphysb.2017.06.008 [arXiv:1703.09541 [hep-ph]].
- [67] A. E. Cárcamo Hernández and H. N. Long, J. Phys. G **45**, no. 4, 045001 (2018) doi:10.1088/1361-6471/aaace7 [arXiv:1705.05246 [hep-ph]].
- [68] A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko, J. W. F. Valle and C. A. Vaquera-Araujo, JHEP **1707**, 118 (2017) doi:10.1007/JHEP07(2017)118 [arXiv:1705.06320 [hep-ph]].
- [69] N. Bernal, A. E. Cárcamo Hernández, I. de Medeiros Varzielas and S. Kovalenko, JHEP **1805**, 053 (2018) doi:10.1007/JHEP05(2018)053 [arXiv:1712.02792 [hep-ph]].

- [70] A. E. Cárcamo Hernández, H. N. Long and V. V. Vien, Eur. Phys. J. C **78**, no. 10, 804 (2018) doi:10.1140/epjc/s10052-018-6284-0 [arXiv:1803.01636 [hep-ph]].
- [71] F. J. de Anda and S. F. King, JHEP **1807**, 057 (2018) doi:10.1007/JHEP07(2018)057 [arXiv:1803.04978 [hep-ph]].
- [72] A. E. Cárcamo Hernández and S. F. King, arXiv:1803.07367 [hep-ph].
- [73] G. Altarelli and F. Feruglio, Springer Tracts Mod. Phys. **190**, 169 (2003) doi:10.1007/978-3-540-44901-0-6 [hep-ph/0206077].
- [74] G. Altarelli and F. Feruglio, Rev. Mod. Phys. **82**, 2701 (2010) doi:10.1103/RevModPhys.82.2701 [arXiv:1002.0211 [hep-ph]].
- [75] H. Ishimori, T. Kobayashi, H. Ohki, Y. Shimizu, H. Okada and M. Tanimoto, Prog. Theor. Phys. Suppl. **183**, 1 (2010) doi:10.1143/PTPS.183.1 [arXiv:1003.3552 [hep-th]].
- [76] S. F. King and C. Luhn, Rept. Prog. Phys. **76**, 056201 (2013) doi:10.1088/0034-4885/76/5/056201 [arXiv:1301.1340 [hep-ph]].
- [77] S. F. King, A. Merle, S. Morisi, Y. Shimizu and M. Tanimoto, New J. Phys. **16**, 045018 (2014) doi:10.1088/1367-2630/16/4/045018 [arXiv:1402.4271 [hep-ph]].
- [78] S. F. King, Prog. Part. Nucl. Phys. **94**, 217 (2017) doi:10.1016/j.ppnp.2017.01.003 [arXiv:1701.04413 [hep-ph]].
- [79] H. Fritzsch, Phys. Lett. **70B**, 436 (1977). doi:10.1016/0370-2693(77)90408-7
- [80] T. Fukuyama and H. Nishiura, hep-ph/9702253.
- [81] D. s. Du and Z. z. Xing, Phys. Rev. D **48**, 2349 (1993). doi:10.1103/PhysRevD.48.2349

- [82] R. Barbieri, G. R. Dvali, A. Strumia, Z. Berezhiani and L. J. Hall, Nucl. Phys. B **432**, 49 (1994) doi:10.1016/0550-3213(94)90593-2 [hep-ph/9405428].
- [83] R. D. Peccei and K. Wang, Phys. Rev. D **53**, 2712 (1996) doi:10.1103/PhysRevD.53.2712 [hep-ph/9509242].
- [84] H. Fritzsch and Z. z. Xing, Prog. Part. Nucl. Phys. **45**, 1 (2000) doi:10.1016/S0146-6410(00)00102-2 [hep-ph/9912358].
- [85] R. G. Roberts, A. Romanino, G. G. Ross and L. Velasco-Sevilla, Nucl. Phys. B **615**, 358 (2001) doi:10.1016/S0550-3213(01)00408-4 [hep-ph/0104088].
- [86] H. Nishiura, K. Matsuda, T. Kikuchi and T. Fukuyama, Phys. Rev. D **65**, 097301 (2002) doi:10.1103/PhysRevD.65.097301 [hep-ph/0202189].
- [87] I. de Medeiros Varzielas and G. G. Ross, Nucl. Phys. B **733**, 31 (2006) doi:10.1016/j.nuclphysb.2005.10.039 [hep-ph/0507176].
- [88] A. E. Carcamo Hernandez, R. Martinez and J. A. Rodriguez, Eur. Phys. J. C **50**, 935 (2007) doi:10.1140/epjc/s10052-007-0264-0 [hep-ph/0606190].
- [89] Y. Kajiyama, M. Raidal and A. Strumia, Phys. Rev. D **76**, 117301 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.117301 [arXiv:0705.4559 [hep-ph]].
- [90] A. E. Carcamo Hernandez and R. Rahman, Rev. Mex. Fis. **62**, no. 2, 100 (2016) [arXiv:1007.0447 [hep-ph]].
- [91] G. C. Branco, D. Emmanuel-Costa and C. Simoes, Phys. Lett. B **690**, 62 (2010) doi:10.1016/j.physletb.2010.05.009 [arXiv:1001.5065 [hep-ph]].
- [92] P. Leser and H. Pas, Phys. Rev. D **84**, 017303 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.84.017303 [arXiv:1104.2448 [hep-ph]].

- [93] M. Gupta and G. Ahuja, Int. J. Mod. Phys. A **27**, 1230033 (2012) doi:10.1142/S0217751X12300335 [arXiv:1302.4823 [hep-ph]].
- [94] P. S. B. Dev and A. Pilaftsis, Phys. Rev. D **86**, 113001 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.113001 [arXiv:1209.4051 [hep-ph]].
- [95] A. E. Carcamo Hernandez, C. O. Dib, N. Neill H and A. R. Zerwekh, JHEP **1202**, 132 (2012) doi:10.1007/JHEP02(2012)132 [arXiv:1201.0878 [hep-ph]].
- [96] A. E. Carcamo Hernandez, R. Martinez and F. Ochoa, Phys. Rev. D **87**, no. 7, 075009 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.87.075009 [arXiv:1302.1757 [hep-ph]].
- [97] H. Päs and E. Schumacher, Phys. Rev. D **89**, no. 9, 096010 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.89.096010 [arXiv:1401.2328 [hep-ph]].
- [98] A. E. Cárcamo Hernández and I. de Medeiros Varzielas, J. Phys. G **42**, no. 6, 065002 (2015) doi:10.1088/0954-3899/42/6/065002 [arXiv:1410.2481 [hep-ph]].
- [99] H. Nishiura and T. Fukuyama, Mod. Phys. Lett. A **29**, 0147 (2014) doi:10.1142/S0217732314501478 [arXiv:1405.2416 [hep-ph]].
- [100] M. Frank, C. Hamzaoui, N. Pourtolami and M. Toharia, Phys. Lett. B **742**, 178 (2015) doi:10.1016/j.physletb.2015.01.025 [arXiv:1406.2331 [hep-ph]].
- [101] A. Ghosal and R. Samanta, JHEP **1505**, 077 (2015) doi:10.1007/JHEP05(2015)077 [arXiv:1501.00916 [hep-ph]].
- [102] R. Sinha, R. Samanta and A. Ghosal, Phys. Lett. B **759**, 206 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.05.080 [arXiv:1508.05227 [hep-ph]].
- [103] H. Nishiura and T. Fukuyama, Phys. Lett. B **753**, 57 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2015.11.080 [arXiv:1510.01035 [hep-ph]].

- [104] R. Samanta and A. Ghosal, Nucl. Phys. B **911**, 846 (2016) doi:10.1016/j.nuclphysb.2016.08.036 [arXiv:1507.02582 [hep-ph]].
- [105] R. R. Gautam, M. Singh and M. Gupta, Phys. Rev. D **92**, no. 1, 013006 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.013006 [arXiv:1506.04868 [hep-ph]].
- [106] H. Päs and E. Schumacher, Phys. Rev. D **92**, no. 11, 114025 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.114025 [arXiv:1510.08757 [hep-ph]].
- [107] W. Wang and Z. L. Han, Phys. Rev. D **92**, 095001 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.095001 [arXiv:1508.00706 [hep-ph]].
- [108] G. von Gersdorff, JHEP **1709**, 094 (2017) doi:10.1007/JHEP09(2017)094 [arXiv:1705.05430 [hep-ph]].
- [109] H. Georgi and A. Pais, Phys. Rev. D **19**, 2746 (1979). doi:10.1103/PhysRevD.19.2746
- [110] J. W. F. Valle and M. Singer, Phys. Rev. D **28**, 540 (1983). doi:10.1103/PhysRevD.28.540
- [111] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **46**, 410 (1992) doi:10.1103/PhysRevD.46.410 [hep-ph/9206242].
- [112] R. Foot, O. F. Hernandez, F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **47**, 4158 (1993) doi:10.1103/PhysRevD.47.4158 [hep-ph/9207264].
- [113] P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69**, 2889 (1992). doi:10.1103/PhysRevLett.69.2889
- [114] H. N. Long, Phys. Rev. D **54**, 4691 (1996) doi:10.1103/PhysRevD.54.4691 [hep-ph/9607439].
- [115] H. N. Long, Phys. Rev. D **53**, 437 (1996) doi:10.1103/PhysRevD.53.437 [hep-ph/9504274].

- [116] R. Foot, H. N. Long and T. A. Tran, Phys. Rev. D **50**, no. 1, R34 (1994) doi:10.1103/PhysRevD.50.R34 [hep-ph/9402243].
- [117] S. M. Boucenna, S. Morisi and A. Vicente, Phys. Rev. D **93**, no. 11, 115008 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.115008 [arXiv:1512.06878 [hep-ph]].
- [118] A. E. C. Hernández and I. Nišandžić, Eur. Phys. J. C **76**, no. 7, 380 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-4230-6 [arXiv:1512.07165 [hep-ph]].
- [119] R. M. Fonseca and M. Hirsch, JHEP **1608**, 003 (2016) doi:10.1007/JHEP08(2016)003 [arXiv:1606.01109 [hep-ph]].
- [120] C. Hati, S. Patra, M. Reig, J. W. F. Valle and C. A. Vaquera-Araujo, Phys. Rev. D **96**, no. 1, 015004 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.96.015004 [arXiv:1703.09647 [hep-ph]].
- [121] C. A. de Sousa Pires and O. P. Ravinez, Phys. Rev. D **58**, 035008 (1998) [Phys. Rev. D **58**, 35008 (1998)] doi:10.1103/PhysRevD.58.035008 [hep-ph/9803409].
- [122] P. V. Dong and H. N. Long, Int. J. Mod. Phys. A **21**, 6677 (2006) doi:10.1142/S0217751X06035191 [hep-ph/0507155].
- [123] J. C. Montero, V. Pleitez and O. Ravinez, Phys. Rev. D **60**, 076003 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.60.076003 [hep-ph/9811280].
- [124] J. C. Montero, C. C. Nishi, V. Pleitez, O. Ravinez and M. C. Rodriguez, Phys. Rev. D **73**, 016003 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.73.016003 [hep-ph/0511100].
- [125] P. B. Pal, Phys. Rev. D **52**, 1659 (1995) doi:10.1103/PhysRevD.52.1659 [hep-ph/9411406].
- [126] A. G. Dias, V. Pleitez and M. D. Tonasse, Phys. Rev. D **67**, 095008 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.67.095008 [hep-ph/0211107].

- [127] A. G. Dias and V. Pleitez, Phys. Rev. D **69**, 077702 (2004) doi:10.1103/PhysRevD.69.077702 [hep-ph/0308037].
- [128] A. G. Dias, C. A. de S. Pires and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Rev. D **68**, 115009 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.68.115009 [hep-ph/0309058].
- [129] J. K. Mizukoshi, C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Rev. D **83**, 065024 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.83.065024 [arXiv:1010.4097 [hep-ph]].
- [130] A. G. Dias, C. A. de S. Pires and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Rev. D **82**, 035013 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.82.035013 [arXiv:1003.3260 [hep-ph]].
- [131] J. D. Ruiz-Alvarez, C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz, D. Restrepo and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Rev. D **86**, 075011 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.075011 [arXiv:1206.5779 [hep-ph]].
- [132] D. Cogollo, A. X. Gonzalez-Morales, F. S. Queiroz and P. R. Teles, JCAP **1411**, no. 11, 002 (2014) doi:10.1088/1475-7516/2014/11/002 [arXiv:1402.3271 [hep-ph]].
- [133] P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Int. **7**, no. 1, 15 (2016) doi:10.3844/pisp.2016.15.27 [arXiv:1412.8633 [hep-ph]].
- [134] T. Kitabayashi and M. Yasue, Phys. Rev. D **67**, 015006 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.67.015006 [hep-ph/0209294].
- [135] S. Sen, Phys. Rev. D **76**, 115020 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.115020 [arXiv:0710.2734 [hep-ph]].
- [136] P. V. Dong, H. N. Long, D. V. Soa and V. V. Vien, Eur. Phys. J. C **71**, 1544 (2011) doi:10.1140/epjc/s10052-011-1544-2 [arXiv:1009.2328 [hep-ph]].
- [137] P. V. Dong, H. N. Long, C. H. Nam and V. V. Vien, Phys. Rev. D **85**, 053001 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.85.053001 [arXiv:1111.6360 [hep-ph]].

- [138] T. Kitabayashi and M. Yasue, hep-ph/0006040.
- [139] T. Kitabayashi and M. Yasue, Phys. Rev. D **63**, 095002 (2001) doi:10.1103/PhysRevD.63.095002 [hep-ph/0010087].
- [140] T. Kitabayashi and M. Yasue, Phys. Lett. B **508**, 85 (2001) doi:10.1016/S0370-2693(01)00397-5 [hep-ph/0102228].
- [141] D. Chang and H. N. Long, Phys. Rev. D **73**, 053006 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.73.053006 [hep-ph/0603098].
- [142] P. V. Dong, D. T. Huong, T. T. Huong and H. N. Long, Phys. Rev. D **74**, 053003 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.74.053003 [hep-ph/0607291].
- [143] P. V. Dong and H. N. Long, Phys. Rev. D **77**, 057302 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.77.057302 [arXiv:0801.4196 [hep-ph]].
- [144] D. T. Huong, L. T. Hue, M. C. Rodriguez and H. N. Long, Nucl. Phys. B **870**, 293 (2013) doi:10.1016/j.nuclphysb.2013.01.016 [arXiv:1210.6776 [hep-ph]].
- [145] R. Martinez, F. Ochoa and P. Fonseca, arXiv:1105.4623 [hep-ph].
- [146] S. M. Boucenna, S. Morisi and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **90**, no. 1, 013005 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.013005 [arXiv:1405.2332 [hep-ph]].
- [147] H. Okada, N. Okada and Y. Orikasa, Phys. Rev. D **93**, no. 7, 073006 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.073006 [arXiv:1504.01204 [hep-ph]].
- [148] C. A. d. S. Pires, doi:10.3844/pisp.2015.33.41 arXiv:1412.1002 [hep-ph].
- [149] M. E. Catano, R. Martinez and F. Ochoa, Phys. Rev. D **86**, 073015 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.073015 [arXiv:1206.1966 [hep-ph]].

- [150] M. Reig, J. W. F. Valle and C. A. Vaquera-Araujo, Phys. Rev. D **94**, no. 3, 033012 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.033012 [arXiv:1606.08499 [hep-ph]].
- [151] A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko and I. Schmidt, JHEP **1702**, 125 (2017) doi:10.1007/JHEP02(2017)125 [arXiv:1611.09797 [hep-ph]].
- [152] H. N. Long, N. V. Hop, L. T. Hue, N. H. Thao and A. E. Cárcamo Hernández, Phys. Rev. D **100**, 015004 (2019) doi: 10.1103/PhysRevD.100.015004 [arXiv:1810.00605 [hep-ph]].
- [153] H. N. Long, N. V. Hop, L. T. Hue and N. T. T. Van, Nucl. Phys. B **943**, 114629 (2019) doi:10.1016/j.nuclphysb.2019.114629 [arXiv:1812.08669 [hep-ph]].
- [154] D. T. Binh, D. T. Huong, L. T. Hue and H. N. Long, Commun. Phys. **25**, no. 1, 29 (2015). doi:10.15625/0868-3166/25/1/4582
- [155] L. T. Hue, A. B. Arbuzov, T. T. Hong, T. P. Nguyen, D. T. Si and H. N. Long, Eur. Phys. J. C **78**, no. 11, 885 (2018) doi:10.1140/epjc/s10052-018-6349-0 [arXiv:1712.05234 [hep-ph]].
- [156] H. T. Hung, L. T. Hue and H. N. Long, Commun. Phys. **23**, no. 1, 11 (2013). doi:10.15625/0868-3166/23/1/2604
- [157] L. T. Hue, A. B. Arbuzov, N. T. K. Ngan and H. N. Long, Eur. Phys. J. C **77**, no. 5, 346 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-4866-x [arXiv:1611.06801 [hep-ph]].
- [158] H. N. Long, L. T. Hue and D. V. Loi, Phys. Rev. D **94**, no. 1, 015007 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.015007 [arXiv:1605.07835 [hep-ph]].

- [159] T. T. Thuc, L. T. Hue, H. N. Long and T. P. Nguyen, Phys. Rev. D **93**, no. 11, 115026 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.115026 [arXiv:1604.03285 [hep-ph]].
- [160] L. T. Hue, H. N. Long, T. T. Thuc and T. Phong Nguyen, Nucl. Phys. B **907**, 37 (2016) doi:10.1016/j.nuclphysb.2016.03.034 [arXiv:1512.03266 [hep-ph]].
- [161] T. P. Nguyen, T. T. Le, T. T. Hong and L. T. Hue, Phys. Rev. D **97**, no. 7, 073003 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.073003 [arXiv:1802.00429 [hep-ph]].
- [162] T. T. Thuc, L. T. Hue, D. P. Khoi and N. T. Phong, Commun. Phys. **25**, no. 2, 113 (2015). doi:10.15625/0868-3166/25/2/5963
- [163] H. T. Hung, L. T. Hue, N. T. T. Hang and P. N. Thu, Commun. Phys. **24**, no. 3, 201 (2014). doi:10.15625/0868-3166/24/3/3817
- [164] N. H. Thao, L. T. M. Phuong and L. T. Hue, Commun. Phys. **23**, no. 3, 203 (2013). doi:10.15625/0868-3166/23/3/3237
- [165] T. P. Nguyen, L. T. Hue, D. T. Si and T. T. Thuc, arXiv:1711.05588 [hep-ph].
- [166] L. T. Hue, L. D. Ninh, T. T. Thuc and N. T. T. Dat, Eur. Phys. J. C **78**, no. 2, 128 (2018) doi:10.1140/epjc/s10052-018-5589-3 [arXiv:1708.09723 [hep-ph]].
- [167] N. H. Thao, L. T. Hue, H. T. Hung and N. T. Xuan, Nucl. Phys. B **921**, 159 (2017) doi:10.1016/j.nuclphysb.2017.05.014 [arXiv:1703.00896 [hep-ph]].
- [168] K. H. Phan, H. T. Hung and L. T. Hue, PTEP **2016**, no. 11, 113B03 (2016) doi:10.1093/ptep/ptw158 [arXiv:1605.07164 [hep-ph]].

- [169] L. T. Hue and L. D. Ninh, Mod. Phys. Lett. A **31**, no. 10, 1650062 (2016) doi:10.1142/S0217732316500620 [arXiv:1510.00302 [hep-ph]].
- [170] A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko, H. N. Long and I. Schmidt, “*A variant of 3-3-1 model for the generation of the SM fermion mass and mixing pattern,*” JHEP **1807** (2018) 144 [arXiv:1705.09169 [hep-ph]].
- [171] S. Homma, M. Kawaguchi and H. Miyazawa, *Proceeding of 19th International Conference on High Energy Physics*, Physical Society of Japan (1978).
- [172] P. Aurenche, *The standard model of particle physic*, [hep-ph/9712342] (1997)
- [173] A. J. Buras, F. De Fazio, J. Girrbach and M. V. Carlucci, “*The Anatomy of Quark Flavour Observables in 331 Models in the Flavour Precision Era,*” JHEP **1302**, 023 (2013) [arXiv:1211.1237 [hep-ph]].
- [174] H. N. Long and T. Inami, “*S, T, U parameters in  $SU(3)(C) \times SU(3)(L) \times U(1)$  model with right-handed neutrinos,*” Phys. Rev. D **61** (2000) 075002 [hep-ph/9902475].
- [175] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], “*Review of Particle Physics,*” Phys. Rev. D **98** (2018) no.3, 030001. doi:10.1103/PhysRevD.98.030001
- [176] C. Salazar, R. H. Benavides, W. A. Ponce and E. Rojas, “*LHC Constraints on 3-3-1 Models,*” JHEP **1507**, 096 (2015) [arXiv:1503.03519 [hep-ph]].
- [177] F. S. Queiroz, C. Siqueira and J. W. F. Valle, “*Constraining Flavor Changing Interactions from LHC Run-2 Dilepton Bounds with Vector Mediators,*” Phys. Lett. B **763** (2016) 269 doi:10.1016/j.physletb.2016.10.057 [arXiv:1608.07295 [hep-ph]].
- [178] A. E. Cárcamo Hernández, R. Martinez and F. Ochoa, “*Z and Z' decays with and without FCNC in 331 models,*” Phys. Rev. D **73**, 035007 (2006) [hep-ph/0510421].

- [179] R. Martinez and F. Ochoa, “*Mass-matrix ansatz and constraints on  $B0(s)$  - anti- $B0(s)$  mixing in 331 models*,” *Phys. Rev. D* **77**, 065012 (2008) [arXiv:0802.0309 [hep-ph]].
- [180] A. J. Buras, F. De Fazio and J. Girrbach, “*331 models facing new  $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$  data*,” *JHEP* **1402**, 112 (2014) [arXiv:1311.6729 [hep-ph]].
- [181] A. J. Buras, F. De Fazio and J. Girrbach-Noe, “ *$Z$ - $Z'$  mixing and  $Z$ -mediated FCNCs in  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  models*,” *JHEP* **1408**, 039 (2014) doi:10.1007/JHEP08(2014)039 [arXiv:1405.3850 [hep-ph]].
- [182] P. V. Dong, H. N. Long, D. T. Nhungh and D. V. Soa, “ *$SU(3)(C) \times SU(3)(L) \times U(1)(X)$  model with two Higgs triplets*,” *Phys. Rev. D* **73** (2006) 035004 [hep-ph/0601046].
- [183] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, “*Hierarchy of Quark Masses, Cabibbo Angles and CP Violation*”, *Nucl. Phys. B* **147** (1979) 277.
- [184] M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, “*Canonical Neutral Current Predictions From the Weak Electromagnetic Gauge Group  $SU(3) \times u(1)$* ,” *Phys. Rev. D* **22**, 738 (1980).
- [185] K. Huitu and N. Koivunen, “*Froggatt-Nielsen mechanism in a model with  $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_X$  gauge group*,” *Phys. Rev. D* **98** (2018) no.1, 011701 [arXiv:1706.09463 [hep-ph]].
- [186] V. T. N. Huyen, H. N. Long, T. T. Lam and V. Q. Phong, *Commun. Phys.* **24**, no. 2, 97 (2014) doi:10.15625/0868-3166/24/2/3774 [arXiv:1210.5833 [hep-ph]].
- [187] V. Q. Phong, N. T. Tuong, N. C. Thao and H. N. Long, “*Multiperiod structure of electroweak phase transition in the 3-3-1-1 model*,” *Phys. Rev. D* **99** (2019) no.1, 015035 [arXiv:1805.09610 [hep-ph]].

- [188] M. J. Baker, M. Breitbach, J. Kopp and L. Mittnacht, “Dynamic Freeze-In: Impact of Thermal Masses and Cosmological Phase Transitions on Dark Matter Production,” *JHEP* **1803** (2018) 114 [[arXiv:1712.03962 \[hep-ph\]](#)].
- [189] D. López-Val and T. Robens, “ $\Delta r$  and the W-boson mass in the singlet extension of the standard model,” *Phys. Rev. D* **90** (2014) 114018 [[arXiv:1406.1043 \[hep-ph\]](#)].
- [190] D. Lopez-Val and J. Sola, “Delta  $r$  in the Two-Higgs-Doublet Model at full one loop level – and beyond,” *Eur. Phys. J. C* **73** (2013) 2393 [[arXiv:1211.0311 \[hep-ph\]](#)].
- [191] M. Drees and K. Hagiwara, “Supersymmetric Contribution to the Electroweak  $\rho$  Parameter,” *Phys. Rev. D* **42** (1990) 1709.
- [192] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], *JHEP* **1801**, 055 (2018) [[arXiv:1709.07242 \[hep-ex\]](#)].
- [193] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for charged Higgs bosons decaying via  $H^\pm \rightarrow \tau^\pm \nu_\tau$  in the  $\tau + \text{jets}$  and  $\tau + \text{lepton}$  final states with  $36 \text{ fb}^{-1}$  of  $pp$  collision data recorded at  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$  with the ATLAS experiment,” *JHEP* **1809** (2018) 139 [[arXiv:1807.07915 \[hep-ex\]](#)].
- [194] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for heavy resonances decaying to a photon and a hadronically decaying  $Z/W/H$  boson in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$  with the ATLAS detector,” *Phys. Rev. D* **98** (2018) no.3, 032015 [[arXiv:1805.01908 \[hep-ex\]](#)].
- [195] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], “Search for high-mass diphoton resonances in proton–proton collisions at 13 TeV and combination with 8 TeV search,” *Phys. Lett. B* **767** (2017) 147 [[arXiv:1609.02507 \[hep-ex\]](#)].
- [196] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for new phenomena in high-mass diphoton final states using  $37 \text{ fb}^{-1}$  of proton–proton collisions

- collected at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector,” Phys. Lett. B **775** (2017) 105 [arXiv:1707.04147 [hep-ex]].
- [197] F. Deppisch and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **72**, 036001 (2005) [hep-ph/0406040].
- [198] A. Ilakovac and A. Pilaftsis, Nucl. Phys. B **437**, 491 (1995) [hep-ph/9403398].
- [199] M. Lindner, M. Platscher and F. S. Queiroz, Phys. Rept. **731**, 1 (2018) [arXiv:1610.06587 [hep-ph]].
- [200] M. A. Perez, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **69**, 115004 (2004) [hep-ph/0402156].
- [201] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, M. Sher and J. P. Silva, Phys. Rept. **516**, 1 (2012) doi:10.1016/j.physrep.2012.02.002 [arXiv:1106.0034 [hep-ph]].
- [202] J. Edsjo and P. Gondolo, “*Neutralino relic density including coannihilations*,” Phys. Rev. D **56**, 1879 (1997) [hep-ph/9704361].
- [203] S. Bhattacharya, P. Poulose and P. Ghosh, “*Multipartite Interacting Scalar Dark Matter in the light of updated LUX data*,” JCAP **1704**, no. 04, 043 (2017) [arXiv:1607.08461 [hep-ph]].
- [204] J. Elias-Miro, J. R. Espinosa, G. F. Giudice, H. M. Lee and A. Strumia, “*Stabilization of the Electroweak Vacuum by a Scalar Threshold Effect*,” JHEP **1206**, 031 (2012) [arXiv:1203.0237 [hep-ph]].
- [205] K. Kannike, “*Vacuum Stability of a General Scalar Potential of a Few Fields*,” Eur. Phys. J. C **76**, no. 6, 324 (2016) [arXiv:1603.02680 [hep-ph]].

- [206] G. Cynolter, E. Lendvai and G. Pocsik, “*Note on unitarity constraints in a model for a singlet scalar dark matter candidate*,” *Acta Phys. Polon. B* **36**, 827 (2005) [hep-ph/0410102].
- [207] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], “*Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters*,” *Astron. Astrophys.* **594**, A13 (2016) [arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO]].
- [208] M.-A. Bouchiat and C. Bouchiat, *Phys. Lett. B* **48** (1974) 111 and J. Physique(Paris), **35** (1974) 899; **36** (1975) 493.
- [209] M.-A. Bouchiat and L. Pottier, *J. Physique(Paris)*, **37** (1976) L79.
- [210] Proceedings of the International Workshop on Neutral Current Interactions in atoms, Carg‘ese, 10-14 September 1979, edited by W.L.Williams, Michigan University, Ann Arbor.
- [211] R. Conti, et al., *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 343; P. Bucksbaum, E. Commins and L. Hunter, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 640.
- [212] M.-A. Bouchiat et al., *Phys. Lett. B* **117** (1982) 358; **134** (1984) 463; *J. Physique(Paris)*, **46** (1985) 1897; **47** (1986) 1175; **47** (1986) 1709.
- [213] M.-A. Bouchiat and L. Pottier, *Science*, **234** (1986) 1203.
- [214] V. Barger and K. Cheung, “Atomic Parity Violation, Leptoquarks, and Contact Interactions,” (2000) [hep-ph/0002259]
- [215] J. L. Rosner, “Role of present and future atomic parity violation experiments in precision electroweak tests,” *Phys. Rev. D* **65**, 73026 (2002) [hep-ph/0109239]
- [216] J. Guéna, M. Lintz and M.-A. Bouchiat, “Atomic Parity Violation: Principles, Recent Results, Present Motivations,” (2005) [physics.atom-ph/0503143]

- [217] T. Hobbs and J. L. Rosner, "Electroweak Constraints from Atomic Parity Violation and Neutrino Scattering," Phys. Rev. D **82**, 013001 (2010) [hep-ph/1005.0797]
- [218] S. G. Porsev, K. Beloy and A. Derevianko, "Precision determination of weak charge of  $^{133}\text{Cs}$  from atomic parity violation," Phys. Rev. D **82**, 036008 (2010) [hep-ph/1006.4193]
- [219] M.-A. Bouchiat, "Atomic Parity Violation. Early days, present results, prospects," (2011) [physics.atom-ph/1111.2172]
- [220] G. Altarelli, R. Casalbuoni, S. De Curtis, N. Di Bartolomeo, F. Feruglio and R. Gatto, Phys. Lett. B **261** (1991) 146.
- [221] R. Diener, S. Godfrey and I. Turan, Phys. Rev. D **86** (2012) [hep-ph/1111.4566].
- [222] G. Altarelli, R. Casalbuoni, D. Dominici, F. Feruglio and R. Gatto, Nucl. Phys. B **342** (1990) 15.
- [223] G. Altarelli, N. Di Bartolomeo, F. Feruglio, R. Gatto and M. L. Mangano, Phys. Lett. B **375** (1996) 292 doi:10.1016/0370-2693(96)00237-7 [hep-ph/9601324].
- [224] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **51**, 3865 (1995) doi:10.1103/PhysRevD.51.3865 [hep-ph/9401272].
- [225] J. L. Nisperuza and L. A. Sanchez, Phys. Rev. D **80**, 035003 (2009) doi:10.1103/PhysRevD.80.035003 [arXiv:0907.2754 [hep-ph]].
- [226] F. F. Freitas, C. A. de S. Pires and P. Vasconcelos, Phys. Rev. D **98** (2018) no.3, 035005 [arXiv:1805.09082 [hep-ph]].
- [227] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], JHEP **1710** (2017) 182 [arXiv:1707.02424 [hep-ex]].

- [228] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1806** (2018) 120 [arXiv:1803.06292 [hep-ex]].
- [229] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for high-mass dilepton resonances using  $139 \text{ fb}^{-1}$  of  $pp$  collision data collected at  $\sqrt{s}=13 \text{ TeV}$  with the ATLAS detector,” arXiv:1903.06248 [hep-ex].
- [230] G. Corcella, C. Corianò, A. Costantini and P. H. Frampton, Phys. Lett. B **785** (2018) 73 [arXiv:1806.04536 [hep-ph]].
- [231] S. C. Bennett and C. E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 2484 Erratum: [Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 4153] Erratum: [Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 889] [hep-ex/9903022].
- [232] C. Bouchiat and P. Fayet, Phys. Lett. B **608** (2005) 87 [hep-ph/0410260].
- [233] H. Davoudiasl, H. S. Lee and W. J. Marciano, Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 031802 [arXiv:1205.2709 [hep-ph]].
- [234] J. L. Rosner, Phys. Rev. D **65** (2002) 073026 [hep-ph/0109239].
- [235] J. S. M. Ginges and V. V. Flambaum, Phys. Rept. **397** (2004) 63 [physics/0309054].
- [236] J. Guena, M. Lintz and M. A. Bouchiat, Mod. Phys. Lett. A **20** (2005) 375 [physics/0503143].
- [237] J. Erler, C. J. Horowitz, S. Mantry and P. A. Souder, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **64** (2014) 269 [arXiv:1401.6199 [hep-ph]].
- [238] V. A. Dzuba, J. C. Berengut, V. V. Flambaum and B. Roberts, Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 203003 [arXiv:1207.5864 [hep-ph]].
- [239] J. Erler and S. Su, Prog. Part. Nucl. Phys. **71** (2013) 119 [arXiv:1303.5522 [hep-ph]].

- [240] P. Souder and K. D. Paschke, Front. Phys. (Beijing) **11** (2016) no.1, 111301. doi:10.1007/s11467-015-0482-0
- [241] D. Androć *et al.* [Qweak Collaboration], Nature **557** (2018) no.7704, 207.
- [242] H. N. Long and L. P. Trung, Phys. Lett. B **502** (2001) 63 [hep-ph/0010204].
- [243] D. A. Gutierrez, W. A. Ponce and L. A. Sanchez, Int. J. Mod. Phys. A **21** (2006) 2217 [hep-ph/0511057].
- [244] P. V. Dong, H. N. Long and D. T. Nhung, Phys. Lett. B **639** (2006) 527 [hep-ph/0604199].
- [245] J. C. Salazar, W. A. Ponce and D. A. Gutierrez, Phys. Rev. D **75** (2007) 075016 [hep-ph/0703300 [HEP-PH]].
- [246] R. Gauld, F. Goertz and U. Haisch, JHEP **1401** (2014) 069 [arXiv:1310.1082 [hep-ph]].
- [247] R. Martinez and F. Ochoa, Phys. Rev. D **90** (2014) no.1, 015028 [arXiv:1405.4566 [hep-ph]].
- [248] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group], Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.
- [249] R. Martinez and F. Ochoa, Eur. Phys. J. C **51**, 701 (2007) [hep-ph/0606173].
- [250] F. Ochoa and R. Martinez, “Z-Z’ mixing in SU(3)(c) x SU(3)(L) x U(1)(X) models with beta arbitrary”, hep-ph/0508082.
- [251] M. E. Peskin and T. Takeuchi, Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 964.
- [252] L. T. Hue and L. D. Ninh, Eur. Phys. J. C **79** (2019) no.3, 221 [arXiv:1812.07225 [hep-ph]].
- [253] D. Ng, Phys. Rev. D **49** (1994) 4805 [hep-ph/9212284].

- [254] A. G. Dias, R. Martinez and V. Pleitez, Eur. Phys. J. C **39** (2005) 101 [hep-ph/0407141].
- [255] P. H. Frampton, Mod. Phys. Lett. A **18** (2003) 1377 [hep-ph/0208044].
- [256] A. J. Buras and F. De Fazio, JHEP **1608** (2016) 115 [arXiv:1604.02344 [hep-ph]].
- [257] Y. Y. Komachenko and M. Y. Khlopov, Sov. J. Nucl. Phys. **51** (1990) 692 [Yad. Fiz. **51** (1990) 1081].
- [258] S. M. Boucenna, A. Celis, J. Fuentes-Martin, A. Vicente and J. Virto, JHEP **1612** (2016) 059
- [259] X. G. He and G. Valencia, Phys. Lett. B **779** (2018) 52 [arXiv:1711.09525 [hep-ph]].
- [260] F. Richard, “A Z-prime interpretation of Bd $\rightarrow$ K<sup>\*</sup>mu+mu- data and consequences for high energy colliders,” arXiv:1312.2467 [hep-ph].
- [261] Y. A. Coutinho, V. Salustino Guimarães and A. A. Nepomuceno, Phys. Rev. D **87** (2013) no.11, 115014 [arXiv:1304.7907 [hep-ph]].
- [262] H. N. Long and V. T. Van, J. Phys. G **25**, 2319 (1999) [hep-ph/9909302].
- [263] M. D. Campos, D. Cogollo, M. Lindner, T. Melo, F. S. Queiroz and W. Rodejohann, JHEP **1708** (2017) 092 [arXiv:1705.05388 [hep-ph]].

## Phụ lục A: Đóng góp của tích yếu hạt nhân vào APV

Trong vật lý nguyên tử, tương tác electron-nucleon thông qua hạt  $Z^0$  đóng góp thêm vào Hamiltonian của nguyên tử một số hạng, trong giới hạn phi tương đối tính, như sau [219]:

$$V_{pv} = \frac{Q_W G_F}{4\sqrt{2}} \delta^3(r_e) \frac{\sigma_e \cdot p_e}{m_e c} + H.c \quad (28)$$

Trong biểu thức trên hệ số ở cuối là tích vector-trục của electron; hàm delta có nguyên nhân từ khối lượng nặng của  $Z^0$  nên phải có nó để đảm bảo tầm ngắn của tương tác này, gây hiệu ứng rất nhỏ trong nguyên tử;  $G_F$  là hằng số Fermi và  $Q_W$  đóng vai trò tương tự như điện tích hạt nhân trong tương tác Coulomb giữa electron-hạt nhân, nhưng ở đây là trong tương tác yếu (thông qua  $Z^0$ ) giữa electron-nucleon, vì thế nó được gọi là *tích yếu* của hạt nhân.

Tích yếu  $Q_W$  của hạt nhân là tổng tích yếu của tất cả các hạt cấu thành hạt nhân đó. Cần nhấn mạnh rằng tích yếu hạt nhân là một tham số điện yếu cần phải xác định trong tất cả các thực nghiệm về APV.

Ngày nay, trong nội dung hạt của nhiều mô hình mở rộng của Mô hình chuẩn có thêm các boson chuẩn trung hòa đến từ các vi tử dạng chéo mới như  $T_8, T_{15}$  hoặc từ các vi tử của các nhóm  $U(1)_N$  thêm. Boson chuẩn trung hòa trong các mô hình này cho đóng góp vào APV. Vì vậy dưới đây chúng tôi sẽ phân tích chi tiết về APV dựa trên các boson chuẩn mới.

## Phụ lục B: Thiết lập công thức tích yếu

### B.1 Lưu ý về ký hiệu

Để chắc chắn khi áp dụng công thức tích yếu hạt nhân  $\Delta Q_W(^A_Z X)$  vào các tính toán/biện luận về sau, đầu tiên chúng ta cần xem lại chi tiết các bước của quá trình rút ra công thức giải tích của đại lượng này. Tuy nhiên, khi đề cập cùng vấn đề, cùng đại lượng có thể các tác giả trong các công trình khác nhau dùng những ký hiệu, cơ sở không thống nhất, chẳng hạn như việc gán các ký hiệu và đặt dấu không thống nhất cho các hệ số gắn với phần trực ( $\gamma_5$ ,...) nên trước tiên chúng ta phải chỉ ra mối liên hệ giữa những cách ký hiệu khác nhau ấy. Đây là việc cần thiết đầu tiên để đảm bảo sự đối chiếu, so sánh chính xác các kết quả của các nhóm tác giả khác nhau.

Ở đây chúng tôi sẽ tính toán lại công thức tích yếu  $\Delta Q_W$  sau đó so sánh, đối chiếu các kết quả thu được với các kết quả tương ứng của nhóm G. Altarelli trong tài liệu [220]. Lưu ý rằng sự tương ứng giữa các ký hiệu của chúng ta với các ký hiệu trong tài liệu [220] như sau:

$$(Z, Z') \equiv (Z_0, Z'_0), \quad (Z_1, Z_2) \equiv (Z, Z'), \quad \xi_0 \equiv \phi, \quad \tilde{g} = g' = g t_W, \\ g_V^{f,Z} = 2v_f, \quad g_A^{f,Z} = -2a_f, \quad g_V^{f,Z'} = 2v'_f, \quad g_A^{f,Z'} = -2a'_f. \quad (29)$$

ở đây  $\xi_0$  là tham số trộn  $Z - Z'$ . Ma trận trộn  $O$  liên hệ hai cơ sở boson chuẩn trung hòa là

$$O = \begin{pmatrix} c_{\xi_0} & -s_{\xi_0} \\ s_{\xi_0} & c_{\xi_0} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} c_\phi & -s_\phi \\ s_\phi & c_\phi \end{pmatrix}, \quad (30)$$

đảm bảo  $(Z_1, Z_2)^T = O(Z, Z')^T$ . Lưu ý rằng ký hiệu  $\phi$  là đồng nhất với ký hiệu  $\zeta$  trong tài liệu [220].

### B.2 Tích yếu $Q_W^{\text{SM}}$ trong Mô hình chuẩn

Trong các mô hình mở rộng đang xét, khi xây dựng phần các boson chuẩn trung hòa, sau bước chéo hóa thứ nhất, ta thu được hai trạng thái  $Z$  và  $Z'$ , là các

trạng thái trộn để sinh ra các trạng thái vật lý ở bước chéo hóa cuối cùng.

Trong nguyên tử, tương tác yếu giữa electron và hạt nhân (tức là tương tác electron-nucleon, cũng là tương tác electron-quark) thông qua các boson chuẩn trung hòa  $Z$ ,  $Z'$  thể hiện bởi số hạng dòng (số hạng thứ hai) của Lagrangian (2.3) trong tài liệu [220]. Trong tài liệu [220]: dùng (2.4) và (2.5) để khai triển số hạng thứ hai trong (2.3), sau đó sử dụng ký hiệu tương đương ở (29) ta được

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Vff} &= J_\mu Z^\mu + J'_\mu Z'_\mu \\ &\equiv \frac{g}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g_V^{f,Z} - \gamma^5 g_A^{f,Z}) f Z_\mu + \frac{g}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g_V^{f,Z'} - \gamma^5 g_A^{f,Z'}) f Z'_\mu.\end{aligned}\quad (31)$$

với  $g = es_W$  và tổng lấy theo các trạng thái fermion  $f$  là các quark  $u, d$  và electron  $e$ .

Do các thành phần của hạt nhân là proton và nơ-tron chỉ chứa các quark nhẹ  $u$  và  $d$  nên Lagrangian (31) chứa số hạng hiệu dụng dưới đây đóng góp nêu các số hạng vi phạm tính chẵn lẻ (PV terms) [221]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{PV}^f &= + \frac{g^2}{4c_W^2 M_Z^2} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e) \sum_{q=u}^d (\bar{q} \gamma^\mu q) \left[ g_A(e) g_V(q) + g'_A(e) g'_V(q) \left( \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \right) \right] \\ &= \frac{g^2 m_W^2}{4c_W^2 m_W^2 M_Z^2} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e) \sum_{q=u}^d (\bar{q} \gamma^\mu q) \left[ g_A(e) g_V(q) + g'_A(e) g'_V(q) \left( \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \right) \right] \\ &= \frac{2\rho G_F}{\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e) \sum_{q=u}^d (\bar{q} \gamma^\mu q) \left[ g_A(e) g_V(q) + g'_A(e) g'_V(q) \left( \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \right) \right],\end{aligned}\quad (32)$$

ở đây ta đã dùng

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2}, \quad \rho \equiv \frac{m_W^2}{c_W^2 M_Z^2}.$$

Người ta định nghĩa tích yếu của các quark như sau

$$C_1(q) \equiv -4\rho \left[ g_A(e) g_V(q) + g'_A(e) g'_V(q) \left( \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \right) \right], \quad q = u, d.\quad (33)$$

Khi đó phương trình (32) được viết lại thành

$$\mathcal{L}_{PV}^f = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e) [C_1(u) (\bar{u} \gamma^\mu u) + C_1(d) (\bar{d} \gamma^\mu d)].\quad (34)$$

Ở đây ta đã dùng các ký hiệu (về dấu và hệ số) tương tự như ký hiệu trong [220].

Nhắc lại rằng trong Mô hình chuẩn chỉ có duy nhất boson trung hòa  $Z$  có khối lượng  $M_Z$ , hạt nhân nguyên tử  ${}_Z^AX$  gồm  $Z$  protons và  $N = A - Z$  nơ-tron tức là nó chứa  $(2Z + N)$  quark  $u$  và  $Z + 2N$  quark  $d$ , nên hạt nhân có tích yếu là

$$Q_W^{SM}({}_Z^AX) = [(2Z + N)C_1^{SM}(u) + (Z + 2N)C_1^{SM}(d)], \quad (35)$$

trong đó

$$C_1^{SM}(q) \equiv -4g_A(e)g_V(q), \quad q = u, d. \quad (36)$$

Trong công thức (36) ta đã dùng giá trị  $\rho = 1$  trong Mô hình chuẩn.

Thay (36) vào (35) và dùng thêm các hằng số tương tác trong bảng 12 ta thu được

$$Q_W^{SM}({}_{55}^{133}Cs) = -73.8684. \quad (37)$$

Bảng 12: Liên hệ giữa các hằng số tương tác của dòng vector-trục và của dòng vector đóng góp vào APV trong nguyên tử cesium xét trong Mô hình chuẩn và trong Mô hình 3-3-1 CKS.

Mô hình chuẩn	Mô hình 3-3-1 CKS
$g_A(e) = -\frac{1}{2}$	$g'_A(e) = +\frac{1}{2\sqrt{3-4s_W^2}}$
$g_V(u) = \frac{1}{2} - \frac{4s_W^2}{3}$	$g'_V(u) = \frac{-3+8s_W^2}{6\sqrt{3-4s_W^2}}$
$g_V(d) = -\frac{1}{2} + \frac{2s_W^2}{3}$	$g'_V(d) = \frac{-3+2s_W^2}{6\sqrt{3-4s_W^2}}$

### B.3 Tích yếu $Q_W^{\text{BSM}}$ trong các mô hình mở rộng

Bây giờ ta hãy mở rộng công thức trên cho các mô hình mở rộng từ Mô hình chuẩn, trong các mô hình này ngoài  $Z$  boson còn có thêm boson trung hòa nặng  $Z'$ . Vì  $Z$  và  $Z'$  trộn nhau góc  $\phi$  nên tạo ra cặp boson vật lý  $Z_1$  và  $Z_2$ .

Lagrangian hiệu dụng (2.1) của tài liệu [220] được viết theo các hạt truyền tương tác là các boson chuẩn trung hòa vật lý  $Z_1$  và  $Z_2$  với khối lượng  $M_{Z_{1,2}}$  là

được rút ra từ Lagrangian có dạng tương tự như (31), như sau đây

$$\mathcal{L}_{Vff}^{BSM} = \frac{g}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu [g_V^{(1)}(f) - \gamma_5 g_A^{(1)}(f)] f Z_{1\mu} + \frac{g}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu [g_V^{(2)}(f) - \gamma_5 g_A^{(2)}(f)] f Z_{2\mu}, \quad (38)$$

trong đó các hằng số tương tác  $g_V^{(1)}(f)$ ,  $g_V^{(2)}(f)$ ,  $g_A^{(1)}(f)$  and  $g_A^{(2)}(f)$  sẽ được xác định sau. Phương trình (38) cho ta Lagrangian hiệu dụng sau đây đối với các quark  $u$ ,  $d$ :

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^u = + \frac{g^2}{4c_W^2 M_{Z_1}^2} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e) (\bar{u} \gamma^\mu u) \left[ g_A^{(1)}(e) g_V^{(1)}(u) + g_A^{(2)}(e) g_V^{(2)}(u) \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right] \quad (39)$$

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^d = + \frac{g^2}{4c_W^2 M_{Z_1}^2} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e) (\bar{d} \gamma^\mu d) \left[ g_A^{(1)}(e) g_V^{(1)}(d) + g_A^{(2)}(e) g_V^{(2)}(d) \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right]. \quad (40)$$

Nhớ rằng, trong khuôn khổ các mô hình mở rộng đang xét, tham số  $\rho$  và tích yếu  $C_1^{BSM}(u, d)$  của các quark được định nghĩa là

$$\rho \equiv \frac{m_W^2}{c_W^2 M_{Z_1}^2}, \quad (41)$$

$$C_1^{BSM}(u, d) \equiv -4\rho \left[ g_A^{(1)}(e) g_V^{(1)}(u, d) + g_A^{(2)}(e) g_V^{(2)}(u, d) \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right], \quad (42)$$

Sử dụng (41), (42) và  $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2}$  ta viết lại (39) và (40) như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^u = - \frac{G_F}{2\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e) (\bar{u} \gamma^\mu u) \times C_1^{BSM}(u), \quad (43)$$

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^d = - \frac{G_F}{2\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e) (\bar{d} \gamma^\mu d) \times C_1^{BSM}(d), \quad (44)$$

Dựa vào ma trận trộn  $O$  ở (30) ta có thể diễn tả các trạng thái  $Z$  và  $Z'$  theo  $Z_{1,2}$ , sau đó thay các biểu thức này vào (31) rồi đồng nhất hai Lagrangian (31) và (38) ta thu được

$$\begin{aligned} g_A^{(1)}(f) &= c_\phi g_A(f) - s_\phi g'_A(f), & g_V^{(1)}(f) &= c_\phi g_V(f) - s_\phi g'_V(f), \\ g_A^{(2)}(f) &= s_\phi g_A(f) + c_\phi g'_A(f), & g_V^{(2)}(f) &= s_\phi g_V(f) + c_\phi g'_V(f). \end{aligned} \quad (45)$$

đồng thời viết lại (42) như sau:

$$\begin{aligned}
C_1^{BSM}(u, d) = & -4\rho \left\{ \left( c_\phi^2 + s_\phi^2 \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) g_A(e)g_V(u, d) \right. \\
& - \left[ g_A(e)g'_V(u, d) + g'_A(e)g_V(u, d) \right] \left( 1 - \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) s_\phi c_\phi \\
& \left. + \left( s_\phi^2 + c_\phi^2 \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) g'_A(e)g'_V(u, d) \right\}. \quad (46)
\end{aligned}$$

Lấy gần đúng đến bậc  $\mathcal{O}\left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right)$ , ta có  $c_\phi \simeq 1$ ,  $s_\phi^2 \simeq 0$  trong số hạng đầu tiên của biểu thức (46) do  $s_\phi \sim \mathcal{O}\left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right)$ . Do đó,  $g_A^{(1)}(e)g_V^{(1)}(u, d) \simeq g_A(e)g_V(u, d) - (g_A(e)g'_V(u, d) + g'_A(e)g_V(u, d)) \sin_\phi$ . Ngược lại, số hạng thứ hai của (42) đơn giản là  $g_A^{(2)}(e)g_V^{(2)}(u, d) \simeq g'_A(e)g'_V(u, d)$ . Áp dụng phép lấy gần đúng này, ta viết tiếp (46):

$$\begin{aligned}
C_1^{BSM}(u, d) = & -4\rho \left\{ g_A(e)g_V(u, d) - \left[ g_A(e)g'_V(u, d) + g'_A(e)g_V(u, d) \right] s_\phi \right. \\
& \left. + \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) g'_A(e)g'_V(u, d) \right\} + \mathcal{O}\left(\frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4}\right). \quad (47)
\end{aligned}$$

Từ tích yếu  $C_1^{BSM}(u, d)$  của quark chúng ta dễ dàng suy ra tích yếu hạt nhân trong khuôn khổ mô hình mở rộng, bằng công thức:

$$Q_W^{BSM}({}_Z^AX) = [(2Z + N)C_1^{BSM}(u) + (Z + 2N)C_1^{BSM}(d)]. \quad (48)$$

#### B.4 Bổ đính tích yếu $\Delta Q_W^{BSM}$ của mô hình mở rộng

Nếu tích yếu hạt nhân trong Mô hình chuẩn và trong mô hình mở rộng lần lượt là  $Q_W^{SM}({}_Z^AX)$  và  $\Delta Q_W^{BSM}({}_Z^AX)$  thì phần bổ đính tích yếu hạt nhân của mô hình

mở rộng là

$$\begin{aligned}
\Delta Q_W^{BSM}({}_Z^AX) &= Q_W^{BSM}({}_Z^AX) - Q_W^{SM}({}_Z^AX) \\
&= (2Z + N)C_1^{BSM}(u) + (Z + 2N)C_1^{BSM}(d) - (2Z + N)C_1^{SM}(u) - (Z + 2N)C_1^{SM}(d) \\
&= -4 \left\{ (2Z + N)\rho \left( g_A(e)g_V(u) - [g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] s_\phi \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right) g'_A(e)g'_V(u) \right) + (Z + 2N)\rho \left( g_A(e)g_V(d) - [g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)] s_\phi \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right) g'_A(e)g'_V(d) \right) - (2Z + N)g_A(e)g_V(u) - (Z + 2N)g_A(e)g_V(d) + \mathcal{O}\left(\frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4}\right) \right\} \\
&= -4\{(2Z + N)\Delta\rho g_A(e)g_V(u) + (Z + 2N)\Delta\rho g_A(e)g_V(d) \\
&\quad - \rho s_\phi ((2Z + N)[g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \\
&\quad + (Z + 2N)[g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)]) \\
&\quad + \rho \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right) [(2Z + N)g'_A(e)g'_V(u) + (Z + 2N)g'_A(e)g'_V(d)]\} + \mathcal{O}\left(\frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4}\right) \\
&= -4 \left\{ \left( \frac{N-Z}{4} + Zs_W^2 \right) \rho - \frac{N-Z}{4} + Zs_W^2 \right. \\
&\quad \left. - s_\phi ((2Z + N)[g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \right. \\
&\quad \left. + (Z + 2N)[g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)]) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right) [(2Z + N)g'_A(e)g'_V(u) + (Z + 2N)g'_A(e)g'_V(d)] \right\} + \mathcal{O}\left(\frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4}\right) \\
&\tag{49}
\end{aligned}$$

trong biểu thức trên ta đã dùng các hằng số tương tác của electron, quark  $u$  và  $d$  trong Mô hình chuẩn được cho trong bảng 12 và kết quả  $\rho s_\phi \simeq s_\phi$ ,  $\rho \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right) \simeq \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}\right)$ .

Đầu tiên, ta hãy kiểm tra lượng  $\delta(s_W^2)$  được giới thiệu trong tài liệu [220]. Sử dụng công thức

$$s_W^2 c_W^2 = \frac{\mu^2}{\rho M_Z^2}, \quad \mu \equiv \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F}, \tag{50}$$

ở đây  $\mu$  và  $M_Z$  được cố định như những tham số thực nghiệm đầu vào. Định nghĩa  $x = s_W^2$  (với  $c_W^2 = 1 - x$ ) như là biến số trong các bước trung gian sau đây,

ta có

$$(x - x^2)\rho = \text{const} \rightarrow 0 = \frac{\delta}{\delta x}[(x - x^2)\rho] = (1 - 2x)\rho + (x - x^2)\frac{\delta\rho}{\delta x}$$

$$\rightarrow \delta(s_W^2) = \delta x = -\frac{x - x^2}{(1 - 2x)\rho}\delta\rho \simeq -\frac{s_W^2 c_W^2}{c_{2W}}\Delta\rho. \quad (51)$$

Ở đây ta đã dùng  $\rho = 1 + \Delta\rho$  với  $\Delta\rho = \mathcal{O}(\epsilon^2)$ . Kết quả trong biểu thức (51) là phù hợp với biểu thức (2.13) trong tài liệu [220], nhưng khác một chút so với biểu thức tương ứng trong các công trình [181, 222, 223].

Để so sánh với trường hợp trong Mô hình chuẩn, ta phải tính toán để rút ra  $s_W^2$  và  $\rho$  trong khuôn khổ Mô hình chuẩn, tức là  $\rho \rightarrow 1 + \Delta\rho$  và  $s_W^2 \rightarrow s_W^2 + \delta(s_W^2)$ , với  $\delta(s_W^2)$  được cho ở (51).

Theo cách thức tương tự phần ở trên ta có

$$\begin{aligned} \Delta Q_W^{BSM}(Z^A X) &= (Z - N)(1 + \Delta\rho) - 4Z[s_W^2(1 + \Delta\rho) - \frac{s_W^2 c_W^2}{c_{2W}}\Delta\rho] - Z - N - 4Zs_W^2 \\ &\quad + 4s_\phi \left\{ (2Z + N) [g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \right. \\ &\quad \left. + (Z + 2N) [g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)] \right\} \\ &\quad - 4 \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) [(2Z + N)g'_A(e)g'_V(u) + (Z + 2N)g'_A(e)g'_V(d)] + \mathcal{O} \left( \frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4} \right) \\ &= (Z - N)\Delta\rho - 4Z \left( s_W^2 - \frac{s_W^2 c_W^2}{c_{2W}} \right) \Delta\rho \\ &\quad + 4s_\phi \left\{ (2Z + N) [g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \right. \\ &\quad \left. + (Z + 2N) [g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)] \right\} \\ &\quad - 4 \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) [(2Z + N)g'_A(e)g'_V(u) + (Z + 2N)g'_A(e)g'_V(d)] + \mathcal{O} \left( \frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4} \right) \\ &= \left[ Z - N + 4Z \left( \frac{s_W^4}{c_{2W}} \right) \right] \Delta\rho \\ &\quad + 4s_\phi \left\{ (2Z + N) [g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \right. \\ &\quad \left. + (Z + 2N) [g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)] \right\} \\ &\quad - 4 \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) [(2Z + N)g'_A(e)g'_V(u) + (Z + 2N)g'_A(e)g'_V(d)] + \mathcal{O} \left( \frac{M_{Z_1}^4}{M_{Z_2}^4} \right). \end{aligned} \quad (52)$$

Thay  $N = A - Z$  vào (52) ta được

$$\begin{aligned}
 \Delta Q_W^{BSM}({}_Z^AX) &\simeq \left[ 2Z - A + 4Z \left( \frac{s_W^4}{c_{2W}} \right) \right] \Delta\rho \\
 &+ 4s_\phi \left\{ (A + Z) [g_A(e)g'_V(u) + g'_A(e)g_V(u)] \right. \\
 &+ (2A - Z) [g_A(e)g'_V(d) + g'_A(e)g_V(d)] \left. \right\} \\
 &- 4 \left( \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \right) [(2Z + N)g'_A(e)g'_V(u) + (Z + 2N)g'_A(e)g'_V(d)] .
 \end{aligned} \tag{53}$$

## B.5 Sự độc lập pha của công thức tích yếu trong mô hình 3-3-1- $\beta$

Mặc dù hiện tượng APV có thể được xét trong từng mô hình cụ thể, chẳng hạn như trong Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS, nhưng hiện tượng này cũng có thể được phân tích một cách khái quát hơn trong lớp các mô hình 3-3-1 với tham số  $\beta$  bất kỳ ( $\beta$  được định nghĩa trong toán tử điện tích (1.1)). Ở đây chúng ta xét lớp các mô hình 3-3-1 thường gấp được xây dựng với ba tam tuyến Higgs mà ta gọi là mô hình 3-3-1- $\beta$ , trong đó yếu tố giải tích cần có để xét APV gồm góc trộn  $s_\phi$  và boson chuẩn trung hòa nặng phải được xét đến trước tiên [178, 181]. Từ đó, công thức APV trong nhóm mô hình này được thiết lập [178, 247], tuy nhiên công thức này cần được điều chỉnh, ít nhất là bởi góc trộn và sự phụ thuộc thang nặng lượng của các hằng số tương tác chuẩn như được bàn trong tài liệu [181]. Ngoài ra, nhiều mô hình với  $\beta \neq \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \sqrt{3}$  như  $\beta = 0, \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$  được bàn luận mới đây cũng nên được xét đến [169, 173, 181]. Hiện tượng APV có liên quan đến các mô hình này sẽ được phân tích như sau đây.

Ba tam tuyến Higgs được định nghĩa giống như được mô tả trong bảng 3 của tài liệu [178], chỉ có khác ở chỗ là trung bình chân không của các thành phần trung hòa được ký hiệu theo các ký hiệu trong tài liệu [181] để cho thống nhất với ký hiệu trong biểu thức  $t_v$  trong công thức (3.25). Định nghĩa chuẩn của đạo

hàm hiệp biến được nêu trong tài liệu [173] khớp với biểu thức (3.13) và

$$t \equiv \frac{g_X}{g} = \frac{\sqrt{6}s_W}{\sqrt{1 - (1 + \beta^2)s_W^2}}. \quad (54)$$

Khối lượng của các boson chuẩn mô hình chuẩn như  $W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp i W_\mu^2}{\sqrt{2}}$  và  $Z_\mu$  như sau

$$M_W^2 = \frac{g^2(v_\rho^2 + v_\eta^2)}{4}, \quad M_Z^2 = \frac{M_W^2}{c_W^2}. \quad (55)$$

Sau khi phá vỡ đối xứng  $SU(3)_L \otimes U(1)_X \rightarrow U(1)_Q$ , mô hình sẽ có ba boson chuẩn trung hòa gồm photon không khối lượng, một boson mô hình chuẩn  $Z_\mu$  và boson chuẩn nặng mới  $Z'_\mu$  [178]

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W W_\mu^3 + c_W \left( \beta t_W W_\mu^8 + \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} B_\mu \right), \\ Z_\mu &= c_W W_\mu^3 - s_W \left( \beta t_W W_\mu^8 + \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} B_\mu \right), \\ Z'_\mu &= \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} W_\mu^8 - \beta t_W B_\mu, \end{aligned} \quad (56)$$

ở đây trạng thái vật lý  $Z'_\mu$  có dấu ngược với trong tài liệu [178, 181, 247] để cho khớp với trường hợp trường hợp cụ thể là Mô hình 3-3-1 với cơ chế CKS được nói ở trên. Trong giới hạn  $v_\chi \ll v_\rho, v_\eta$ , góc trộn  $Z - Z'$  trong biểu thức (3.14) giống như ở (3.24). Cần nhấn mạnh rằng công thức này được đề xuất lần đầu tiên trong tài liệu [181], vốn là để điều chỉnh lại công thức trong [178].

Để ý rằng chúng ta đã chọn góc trộn này

$$C_{ZZ'} \equiv \begin{pmatrix} c_\phi & -s_\phi \\ s_\phi & c_\phi \end{pmatrix}, \quad (57)$$

để quy định mối liên hệ giữa hai cơ sở của các trạng thái boson chuẩn trung hòa:  $(Z_1, Z_2)^T = C_{ZZ'}(Z, Z')^T$ . Góc trộn  $\phi$  ở định nghĩa này khác một dấu trừ so với trong tài liệu [178, 181, 247]. Kết hợp với trạng thái  $Z'$  được định nghĩa trong luận án này, biểu thức (3.24) của  $\phi$  là phù hợp với trong tài liệu [181]. Từ đó, ta tính các hằng số tương tác cần thiết như kê ra ở bảng 6, với các ký hiệu

khớp với trong tài liệu [178]. Để thấy rằng góc trộn  $\phi$  và các hằng số tương tác phù hợp với trường hợp cụ thể khi  $\beta = 0$  và  $v_\rho = 0$ .

Khi đổi chiếu với kết quả trong bảng 4 của tài liệu [178], ta thấy hằng số tương tác với  $Z'$  bị ngược dấu, tình trạng này có thể được loại bỏ bằng cách chọn trạng thái  $Z'$  cùng dấu với định nghĩa như trong [178], lúc đó một dấu trừ cũng sẽ xuất hiện trong vế phải của biểu thức (3.24). Tóm lại, dấu của cả  $s_\phi$  và hằng số tương tác tương ứng với  $Z'$  sẽ đổi nếu ta đổi pha của trạng thái  $Z'$ , điều này dẫn đến kết quả là biểu thức (3.5) là độc lập đối với pha của  $Z'$ .

Một trong các mối quan tâm chính của luận án này được dành cho  $^{133}_{55}Cs$ , với  $(A - 2.39782 \times Z) \Delta\rho \simeq 1.12\Delta\rho = \mathcal{O}(10^{-4}) \ll |\Delta Q(Cs)|$  thu được từ các kết quả thực nghiệm mới đây. Vì thế, trong khuôn khổ mô hình 3-3-1- $\beta$ , từ biểu thức (3.8) mà trong đó ta có thể bỏ qua số hạng phụ thuộc vào tham số  $\rho$ , biểu thức APV đối với cesium được viết thành (3.20). Với  $s_\phi$  xác định bởi (3.24), các hằng số tương tác ứng tương ứng với  $Z'$  được tính và nêu trong bảng 6.