

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI 2



HOÀNG HẠNH PHƯƠNG

**BỔ ĐÍNH MỘT VÒNG VÀO CÁC KÊNH  
RÃ CỦA HIGGS VÀ LEPTON MANG  
ĐIỆN TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 ĐẢO VÀ  
3-3-1 VỚI  $\beta$  TÙY Ý**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ

Chuyên ngành : VẬT LÝ LÝ THUYẾT VÀ VẬT LÝ TOÁN

Mã ngành : 9 44 01 03

Người hướng dẫn khoa học:

PGS. TS. NGUYỄN THỊ HÀ LOAN

PGS. TS. HÀ THANH HÙNG

HÀ NỘI, 2020

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI 2

HOÀNG HẠNH PHƯƠNG

**BỔ ĐÍNH MỘT VÒNG VÀO CÁC KÊNH  
RÃ CỦA HIGGS VÀ LEPTON MANG  
ĐIỆN TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 ĐẢO VÀ  
3-3-1 VỚI  $\beta$  TÙY Ý**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ

Chuyên ngành : VẬT LÝ LÝ THUYẾT VÀ VẬT LÝ TOÁN

Mã ngành : 9 44 01 03

Người hướng dẫn khoa học:

PGS. TS. NGUYỄN THỊ HÀ LOAN

PGS. TS. HÀ THANH HÙNG

HÀ NỘI, 2020

# Lời cảm ơn

Lời đầu tiên, tôi xin gửi lời biết ơn chân thành và sâu sắc nhất đến **PGS.TS. Hà Thanh Hùng, PGS. TS. Nguyễn Thị Hà Loan và TS. Lê Thọ Huệ**. Những người thầy đã hướng dẫn, giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt thời gian tôi làm NCS. Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành đến **TS. Nguyễn Huy Thảo** vì đã giúp tôi rất nhiều trong các thủ tục hành chính.

Xin cảm ơn **Khoa Vật Lý, Phòng Đào tạo Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2** đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để tôi hoàn thành các thủ tục hành chính và bảo vệ luận án.

Tôi xin cảm ơn **đơn vị công tác** và các đồng nghiệp đã tạo điều kiện và động viên tôi trong quá trình học tập, nghiên cứu.

Cuối cùng, tôi gửi lời cảm ơn đến **tất cả người thân trong gia đình** đã ủng hộ, động viên tôi cả vật chất lẫn tinh thần trong suốt thời gian tôi học tập.

NCS HOÀNG HẠNH PHƯƠNG

# Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan luận án này gồm các kết quả chính mà bản thân tôi đã thực hiện trong thời gian làm nghiên cứu sinh. Cụ thể, phần Mở đầu và Chương 1 là phần tổng quan giới thiệu những vấn đề trước đó liên quan đến luận án. Trong Chương 2, Chương 3, Chương 4, Chương 5 và các phụ lục tôi sử dụng các kết quả đã thực hiện cùng với các thầy, cô hướng dẫn và các cộng sự. Cuối cùng, tôi xin khẳng định các kết quả có trong luận án "**Bổ đính một vòng vào các kênh rã của Higgs và lepton mang điện trong mô hình 3-3-1 đảo và 3-3-1 với  $\beta$  tùy ý**" là kết quả mới không trùng lặp với kết quả của các luận án và công trình đã có.

NCS HOÀNG HẠNH PHƯƠNG

# Mục lục

Lời cảm ơn	i
Lời cam đoan	ii
Các ký hiệu chung	vi
Danh sách bảng	viii
Danh sách hình vẽ	x
<b>PHẦN MỞ ĐẦU</b>	<b>1</b>
<b>Chương 1 TỔNG QUAN VỀ CÁC MÔ HÌNH 3-3-1</b>	<b>11</b>
1.1 Các hạn chế của mô hình chuẩn (SM)	11
1.2 Mô hình 3-3-1 đảo (331 Flipped Models)	17
1.3 Mô hình 3-3-1 với $\beta$ bất kỳ	34
1.4 Kết luận chương	45
<b>Chương 2 KẾT QUẢ GIẢI TÍCH CỦA QUÁ TRÌNH RÃ LFVHD TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 ĐẢO</b>	<b>46</b>
2.1 Nguồn vi phạm số lepton thế hệ và các tương tác liên quan đến quá trình rã LFVHD	46
2.2 Biểu thức giải tích của biên độ quá trình rã $h \rightarrow \mu\tau$	49
2.3 Kết luận chương	52

<b>Chương 3 KẾT QUẢ TÍNH SỐ VÀ BIỆN LUẬN QUÁ</b>	
<b>TRÌNH RÃ <math>h \rightarrow \mu\tau</math> TRONG MÔ HÌNH 331 ĐẢO</b>	<b>53</b>
3.1 Giới hạn vùng không gian tham số . . . . .	53
3.2 Kết quả giải số và biện luận . . . . .	55
3.3 Kết luận chương . . . . .	58
<b>Chương 4 KẾT QUẢ GIẢI TÍCH CỦA QUÁ TRÌNH RÃ</b>	
<b><math>h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma</math> TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI <math>\beta</math> BẤT</b>	
<b>KỲ</b>	<b>60</b>
4.1 Các tương tác liên quan đến quá trình rã $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ . . . . .	60
4.2 Biểu thức giải tích của biên độ của quá trình rã $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ . . . . .	64
4.3 Kết luận chương . . . . .	71
<b>Chương 5 KẾT QUẢ TÍNH SỐ VÀ BIỆN LUẬN QUÁ</b>	
<b>TRÌNH RÃ <math>h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma</math> TRONG MÔ HÌNH 3-</b>	
<b>3-1 VỚI <math>\beta</math> BẤT KỲ</b>	<b>72</b>
5.1 Vùng giới hạn của các tham số . . . . .	72
5.2 Kết quả khảo sát số và biện luận . . . . .	78
5.2.1 Trường hợp 1: $\tilde{\lambda}_{12} \geq 0$ . . . . .	78
5.2.2 Trường hợp 2: $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ . . . . .	88
5.2.3 Quá trình rã $h_3^0$ như một tín hiệu mới của mô hình 331 $\beta$ . . . . .	90
5.3 Kết luận chương . . . . .	92
<b>KẾT LUẬN</b>	<b>95</b>
<b>Danh sách các công bố của tác giả</b>	<b>99</b>
<b>PHỤ LỤC</b>	<b>119</b>

<b>Phụ lục A</b>	<b>Biên độ của quá trình rã bậc một vòng <math>e_b \rightarrow e_a \gamma</math> và phương trình cực tiểu thế Higgs trong mô hình 331 đảo.</b>	<b>120</b>
A.1	Biên độ của quá trình rã bậc một vòng $e_b \rightarrow e_a \gamma$ . . . . .	120
A.2	Phương trình cực tiểu của thế Higgs trong mô hình 331 đảo . . . . .	122
<b>Phụ lục B</b>	<b>Một số đỉnh tương tác của Higgs trung hòa trong mô hình 331 với <math>\beta</math> bất kỳ</b>	<b>124</b>
<b>Phụ lục C</b>	<b>Các đóng góp vào biên độ của kênh rã Higgs trung hòa <math>h, h_3^0 \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma</math> trong mô hình 331 với <math>\beta</math> bất kỳ</b>	<b>126</b>
<b>Phụ lục D</b>	<b>Một số minh họa giải số của vùng không gian tham số trong mô hình 331 với <math>\beta</math> bất kỳ</b>	<b>130</b>

## Các ký hiệu chung

Trong luận án này tôi sử dụng các ký hiệu sau:



<b>Viết tắt</b>	<b>Tên</b>
BSM	Beyond the Standard Model (Mô hình chuẩn mở rộng)
BR	Branching ratio (Tỷ lệ rẽ nhánh)
cLFV	Lepton flavor violating decays of the charged leptons (Rã vi phạm số lepton thế hệ của lepton mang điện)
GIM	Glashow-Iliopoulos-Maiani
DM	Dark matter (Vật chất tối)
LHN	The Left handed heavy neutral lepton or neutrinos Model (Mô hình với lepton hoặc neutrinos nặng phân cực trái)
HTM	Higgs Triplet Models (Mô hình chuẩn với tam tuyến Higgs)
2HDM	Mô hình 2 lưỡng tuyến Higgs
FCNC	Dòng trung hòa thay đổi số vị
LHC	Large Hadron Collider (Máy gia tốc lớn Hadron)
LFV	Lepton flavor violating (Vi phạm số lepton thế hệ)
331 Đảo	331 Flipped Models
LR	Left Right Model (Mô hình đối xứng trái-phải)
GWS	Glashow-Weinberg-Salam
PV	Passarino-Veltman (Hàm Passarino-Veltman)
QCD	Quantum chromodynamics (Sắc động học lượng tử)
SM	Standard Model (Mô hình chuẩn)
SM-like Higgs	Higgs tương tự Mô hình chuẩn
LFVHD	Lepton flavor violating of the SM-like Higgs (Vi phạm số lepton thế hệ của Higgs tựa SM)
SUSY	Supersymmetry (Siêu đối xứng)
VEV	Vacuum expectation value (Giá trị trung bình chân không)
$331\beta$	Mô hình 3-3-1 với $\beta$ bất kỳ

# Danh sách bảng

1.1	Biểu diễn số lượng tử của các hạt trong mô hình 331 đảo [112].	18
1.2	Quy tắc Feynman cho hằng số tự tương tác của Higgs đóng góp vào rã LFVHD. . . . .	34
4.1	Quy tắc Feynman cho đỉnh tự tương tác giữa các boson Higgs chứa SM-like boson Higgs với các boson Higgs mang điện. . .	61
4.2	Đỉnh tương tác Yukawa của SM-like Higgs boson. . . . .	61
4.3	Quy tắc Feynman cho đỉnh tương tác giữa boson Higgs tựa SM với Higgs mang điện và boson chuẩn. . . . .	62
4.4	Quy tắc Feynman cho đỉnh tương tác giữa $Z$ boson với Higgs boson và boson chuẩn. . . . .	63
4.5	Đỉnh của $Z$ boson với các fermion . . . . .	63
4.6	Quy tắc Feynman cho đỉnh 3 boson liên quan đến sự phân rã $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ . . . . .	64
4.7	Tỷ lệ rã nhánh của boson Higgs tựa SM ( $h \rightarrow XX$ ) tương ứng với khối lượng Higgs là 125.09 GeV. . . . .	67
5.1	Đóng góp của các hạt thuộc nhóm $SU(3)_L$ tới $F_{21}^{331}$ và $F_{\gamma\gamma}^{331}$ , xem phương trình (4.7) và (4.9), với $F_{21,sv}^{331} \equiv F_{21,svv}^{331} + F_{21,vss}^{331}$ .	85
5.2	Đóng góp của các hạt trong nhóm $SU(3)_L$ tới $F_{21}^{331}$ và $F_{\gamma\gamma}^{331}$ cho $\tilde{\lambda}_{12} = 5$ lớn và $m_{h_2^0} = 600$ GeV nhỏ. . . . .	85

5.3	Đóng góp của các hạt trong $SU(3)_L$ tới $F_{21}^{331}$ và $F_{\gamma\gamma}^{331}$ cho mô hình được cho trong [56]. Các ký hiệu được lấy từ chú thích ở bảng 5.1. . . . .	86
5.4	Ví dụ mô hình trong [56], đóng góp của các hạt trong nhóm $SU(3)_L$ tới $F_{21}^{331}$ và $F_{\gamma\gamma}^{331}$ với $m_{h_2^0} = 800$ GeV. Các ký hiệu được đưa ra từ chú thích của bảng 5.1. . . . .	87
5.5	Đóng góp của các hạt trong nhóm $SU(3)_L$ tới $F_{21}^{331}$ và $F_{\gamma\gamma}^{331}$ . Giá trị cố định của các tham số chưa biết là: $\beta = 2/\sqrt{3}$ , $t_{12} = 0.1$ , $\tilde{\lambda}_{12} = -1$ . . . . .	89
B.1	Đỉnh tương tác giữa Higgs $h_3^0$ với 2 Higgs mang điện đóng góp đến phân rã $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ . . . . .	124
B.2	Đỉnh tương tác giữa boson Higgs nặng với Higgs mang điện và boson chuẩn. . . . .	125
B.3	Đỉnh $h_i^0 ZZ$ trong giới hạn $s_\theta^2 = 0$ , $c_\theta^2 = 1$ . . . . .	125
B.4	Đỉnh của $Z$ với các fermion ngoại lai . . . . .	125

# Danh sách hình vẽ

2.1	Giản đồ đóng góp bậc một vòng của quá trình rã $h \rightarrow e_a e_b$ trong chuẩn unitary, với $s^0, s_1^0, s_2^0 = h_6, \sigma_1^0$ . . . . .	49
2.2	Giản đồ đóng góp bậc một vòng của quá trình rã $e_b \rightarrow e_a \gamma$ , với $s^0 = \sigma_1^0, h_6$ . . . . .	51
3.1	Đồ thị BR( $h \rightarrow \tau \mu$ ) và BR( $\tau \rightarrow \mu \gamma$ ) phụ thuộc vào $m_{E_1}$ trong trường hợp $s_{12}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$ and $s_{13}^E = s_{23}^E = 0$ . . . . .	55
3.2	Đồ thị BR( $h \rightarrow \mu e$ ) và BR( $\mu \rightarrow e \gamma$ ) phụ thuộc vào $m_{E_1}$ trong trường hợp $s_{13}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và $s_{12}^E = s_{13}^E = 0$ . . . . .	57
3.3	Đồ thị BR( $h \rightarrow \tau e$ ) và BR( $\tau \rightarrow e \gamma$ ) phụ thuộc vào $m_{E_1}$ trong trường hợp $s_{23}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và $s_{12}^E = s_{13}^E = 0$ . . . . .	57
4.1	Giản đồ Feynman ba điểm bậc một vòng cho đóng góp vào biên độ rã $h \rightarrow Z \gamma$ trong chuẩn unitary, với $f_{i,j}$ là các lepton trong SM, $s_{i,j} = H^\pm, H^{\pm A}, H^{\pm B}, v_{i,j} = W^\pm, Y^{\pm A}, V^{\pm B}$ . . . . .	65
5.1	Đồ thị $f_{ij}$ và hằng số tự tương tác của boson Higgs phụ thuộc vào $m_{h_2^0}$ với $s_\delta > 0$ và $t_{12} = 0.8$ . Các đường nằm ngang ở giá trị 10 tương ứng với giới hạn nhiễu loạn của hằng số tự tương tác của boson Higgs. . . . .	79
5.2	Đồ thị $f_{ij}$ và hằng số tự tương tác của boson Higgs phụ thuộc vào $m_{h_2^0}$ với $s_\delta < 0$ và $t_{12} = 0.1$ . . . . .	80

- 5.3 Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $f$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  phụ thuộc vào  $s_\theta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $f > 0$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$  và  $f_{12} > 0$  tương ứng. Đường cong màu đen thể hiện giá trị không đổi của  $f_{12}$ . . . . . 81
- 5.4 Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  như hàm của  $s_\delta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $f > 0$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$  và  $f_{12} > 0$  tương ứng. Đường cong màu đen nét đứt thể hiện giá trị không đổi của  $f_{12}$ . 82
- 5.5 Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  như là hàm của  $\lambda_1$  và  $t_{12}$  với một số giá trị cố định  $m_{h_2^0}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi bị loại trừ bởi các yêu cầu tương ứng  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $f > 0$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$ , and  $f_{12} > 0$ . Đường cong màu đen thể hiện giá trị không đổi của  $f_{12}$ . . . . . 83
- 5.6 Đồ thị đường bao hiển thị các vùng được phép  $s_\delta$  và  $t_{12}$  (trái) và  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma}$  như hàm của  $s_\delta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi và vàng được loại trừ bởi các điều kiện cần của các tham số  $\lambda_2$ ,  $f$ ,  $\lambda_{12}$ ,  $f_{12}$  và  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$  tương ứng. Các đường cong màu đen và chấm đen hiển thị giá trị không đổi của  $\delta\mu_{Z\gamma}$  và  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$ , tương ứng. Vùng không có màu trong bảng bên phải tương ứng với  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma} \geq 2$ . . . . . 84
- 5.7 Đường bao vùng được phép của  $s_\delta$  và  $t_{12}$  với  $v_3 = 3$  TeV cho trong [56]. Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi và vàng bị loại trừ bởi các điều kiện cần thiết tương ứng của  $\lambda_2$ ,  $f$ ,  $\lambda_{12}$ ,  $f_{12}$  và  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$ . Các đường màu đen và chấm đen hiển thị giá trị không đổi tương ứng với  $\delta\mu_{Z\gamma}$  và  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$ . . . . . 86
- 5.8 Các đóng góp khác nhau cho  $\tilde{r}_a h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$  phụ thuộc vào  $\beta$ . 91
- 5.9 Các tỷ lệ rẽ nhánh của  $\tilde{r}_a h_3^0 \rightarrow XX$  phụ thuộc vào  $\beta$ . . . . . 91

5.10 Bề rộng rã toàn phần của $h_3^0$ phụ thuộc vào $\beta$ , ở đây chưa bao gồm rã của các hạt ngoại lai. . . . .	92
D.1 Đồ thị đường bao của $\lambda_2$ , $ \lambda_{12} $ và $f_{12}$ như hàm của $s_\delta$ và $t_{12}$ . Các vùng màu lục, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu $0 < \lambda_2 < 10$ , $ \lambda_{12}  < 10$ và $f_{12} > 0$ , tương ứng . . . . .	130
D.2 Đồ thị đường bao của $\lambda_2$ , $ \lambda_{12} $ và $f_{12}$ như hàm của $\lambda_1$ và $t_{12}$ với một số điểm cố định $m_{h_2^0}$ . Các vùng màu lục, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu $0 < \lambda_2 < 10$ , $ \lambda_{12}  < 10$ và $f_{12} > 0$ tương ứng . . . . .	131

# PHẦN MỞ ĐẦU

## Tính cấp thiết của đề tài

Mô hình chuẩn (Standard model – SM) thống nhất ba tương tác điện - từ, yếu và mạnh dựa trên nguyên lý đối xứng chuẩn là một thành công của vật lý hiện đại vào cuối thế kỉ XX. Hạt vô hướng boson Higgs đóng vai trò rất quan trọng trong SM. boson Higgs được đưa ra nhằm giải thích khối lượng của tất cả các hạt cơ bản thông qua cơ chế Higgs. Điều này, một lần nữa khẳng định sự thành công và vai trò của SM. Tuy nhiên, các kết quả thực nghiệm gần đây đã chỉ ra các hạn chế mà SM không giải thích được như: khối lượng khác không của neutrino, số thế hệ fermion, vấn đề vật chất tối, sự bất đối xứng số baryon của vũ trụ,...

Chính vì những vấn đề đã nêu trên, SM cần được mở rộng để có thể giải thích được các hạn chế vừa nêu, chúng tôi gọi chung là mô hình mở rộng mô hình chuẩn (BSMoman- Beyond the Standard Model).

Mô hình 3-3-1 ra đời dựa trên việc mở rộng nhóm chuẩn  $SU(3)_C \otimes$

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  thành nhóm  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ . Đó chính là sự mở rộng nhóm chuẩn không giao hoán đơn giản nhất của mẫu Glashow-Weinberg-Salam. Mô hình này đã được kiểm chứng bằng nhiều kết quả lý thuyết dự đoán bởi mô hình phù hợp với kết quả của thực nghiệm và giải thích được một số vấn đề như số thế hệ fermion, sinh khối lượng neutrino,... Hầu hết các mô hình được xây dựng bằng cách mở rộng lưỡng tuyến fermion trong mô hình chuẩn thành (phản) tam tuyến  $SU(3)_L$  trong mô hình 3-3-1. Thành phần thứ 3 của các (phản) tam tuyến quark luôn là các quark mới, gọi là quark ngoại lai. Đối với (phản) tam tuyến lepton thì thành phần thứ 3 có thể là liên hợp điện tích của lepton mang điện phân cực phải thông thường (mô hình tối thiểu), neutrino phân cực phải, hoặc lepton mới. Qua đó, các mô hình khác nhau được phân biệt theo các lepton được thêm vào ở thành phần thứ 3 của (phản) tam tuyến lepton. Hiện nay, người ta còn phân biệt các mô hình 3-3-1 khác nhau theo hệ số  $\beta$ , được định nghĩa trong hệ thức toán tử điện tích được xây dựng để tính điện tích của các hạt trong mô hình. Tất cả các mô hình này đều dự đoán được một hạt Higgs trung hoà chẵn CP với khối lượng nhẹ, đã được thực nghiệm tìm thấy năm 2012, được gọi là boson Higgs tương tự SM (SM-like Higgs), do boson Higgs này mang nhiều đặc điểm tương đồng với boson Higgs dự đoán bởi SM. Tuy nhiên, các đặc điểm tương tác của nó vẫn chưa được nghiên cứu kỹ và so sánh với các số liệu thực nghiệm



mới được công bố. Cho nên, việc nghiên cứu các đặc điểm này và nghiên cứu sự phù hợp với dữ liệu thực nghiệm hiện nay là nhu cầu tất yếu, đặc biệt là mô hình 3-3-1 với  $\beta$  bất kỳ ( $331\beta$ ) có phỏ Higgs mới được xét đến gần đây. Hơn thế nữa, việc nghiên cứu đóng góp của các hạt mới vào các quá trình rã của SM-like Higgs ở các bậc bổ đính 1 vòng, như rã Higgs ra photon và Z boson cũng rất quan trọng. Nguyên nhân là tương tự như rã Higgs ra hai photon, biên độ rã chỉ nhận đóng góp bắt đầu từ bậc một vòng của lý thuyết nhiễu loạn, vì vậy tỉ số rã nhánh kênh rã này rất nhạy với các đóng góp bậc 1 vòng của các hạt mới.

Một trong các hướng nghiên cứu nữa cũng mang tính thời sự đó là nghiên cứu quá trình rã vi phạm số lepton thế hệ (Lepton flavor violating - LFV) của boson Higgs trong các BSM. Để nghiên cứu quá trình rã vi phạm số lepton thế hệ của boson Higgs chúng ta phải nghiên cứu các mô hình BSM đồng thời các mô hình này phải có chứa nguồn LFV. Một số các các mô hình thỏa mãn các điều kiện trên là mô hình 3-3-1 LHN (Left handed heavy neutral lepton or neutrinos - LHN) [66], mô hình 3-3-1 tiết kiệm [129],... Gần đây mô hình 3-3-1 với biểu diễn fermion mới (331 Flipped Models - chúng tôi gọi là các mô hình 331 đảo) đã được giới thiệu [112]. Điểm khác biệt với các mô hình 3-3-1 truyền thống là trong các mô hình 3-3-1 truyền thống các biểu diễn nhóm fermion phân cực

trái đều là các biểu diễn cơ bản tam tuyến hoặc phản tam tuyến. Một số mô hình 331 đảo được mở rộng dựa vào việc xây dựng biểu diễn nhóm fermion mới, trong đó một thế hệ lepton phân cực trái có thể được đưa vào lục tuyến, hoàn toàn khác biệt với các thế hệ quark và lepton còn lại [112]. Sự sai khác trong biểu diễn hạt gợi mở khả năng tồn tại các đặc điểm tương tác khác biệt nhau giữa các thế hệ lepton, từ đó sinh ra các quá trình rã LFV nhiều khác biệt so với dự đoán từ các mô hình 3-3-1 truyền thống. Tuy nhiên, các quá trình rã LFV trong các mô hình 3-3-1 mới này vẫn chưa được khảo sát chi tiết. Vì vậy, luận án tập trung một phần vào nghiên cứu rã LFV trong các mô hình loại này.

## **Tổng quan tình hình nghiên cứu**

Máy gia tốc hadron lớn (LHC) thông báo tìm ra hạt boson Higgs vào năm 2012 [3, 23]. Một số bằng chứng của thực nghiệm về sự tồn tại quá trình rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$  chỉ xuất hiện do đóng góp bậc một vòng cũng đã được công bố [24, 53]. Tuy nhiên, kênh rã  $h \rightarrow Z\gamma$  chỉ nhận đóng góp đỉnh cũng được dự đoán bởi SM nhưng vẫn chưa được thực nghiệm phát hiện cho tới thời điểm hiện nay. Tỷ lệ rã nhánh của kênh rã này được dự đoán là có cùng một bậc với quá trình rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$  trong mô hình chuẩn [116]. Bề rộng phân rã bậc một vòng của quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma$  đã được tính toán trong

trong khuôn khổ lý thuyết SM và mô hình chuẩn mở rộng siêu đối xứng của nó [6, 33, 70, 72, 90]. Từ những số liệu thực nghiệm, kênh rã này vẫn đang được tìm kiếm tại máy gia tốc LHC bởi CMS và ATLAS [7, 25, 26]. Nhiều thảo luận liên quan đến các nghiên cứu của kênh rã này cũng đang nằm trong các dự án thử nghiệm đã được lên kế hoạch như tại LHC cũng như trong tương lai gần cho các máy gia tốc  $e^+e^-$  và ngay cả va chạm 2 proton ở năng lượng 100 TeV [69, 128]. Trong các mô hình BSM, những đỉnh tương tác mới của  $Z$  boson với các hạt mới chắc chắn sẽ xuất hiện. Nghiên cứu quá trình rã chỉ nhận bổ đính từ bậc một vòng của boson Higgs tựa SM  $h \rightarrow Z\gamma$  bị ảnh hưởng bởi sự đóng góp của các fermion mới và các hạt vô hướng mang điện đã được nghiên cứu trong một số mô hình BSM [6, 27, 34, 105, 130]. Ở đóng góp bậc một vòng, biên độ của quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma$  cũng chứa đóng góp từ các hạt boson chuẩn mới của các mô hình BSM được xây dựng từ các nhóm lớn hơn như nhóm điện yếu trái-phải của mô hình 3-3-1 [73]- [92]. Gần đây, biểu thức tính giải tích tổng quát cho đóng góp bậc một vòng vào biên độ rã  $h \rightarrow Z\gamma$  trong các mô hình BSM đã được thực hiện [91]. Quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma$  mặc dù đã được thực hiện trong một số mô hình nói trên, nhưng chưa được khảo sát chi tiết trong mô hình 331 $\beta$ , có tính đến tất cả các đóng góp bậc một vòng của các hạt mới. Trong luận án này, chúng tôi dựa trên mô hình 331 $\beta$  và một số khảo sát được thảo luận gần đây [1, 2, 59, 60, 89, 109] để

thực hiện khảo sát quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma$  trong giới hạn mô hình  $331\beta$ .

Bên cạnh đó, các kênh rã LFV của các lepton mang điện thường gặp đã được thực nghiệm tìm kiếm, mặc dù lý thuyết SM dự đoán nguồn vi phạm này không tồn tại. Trong hầu hết các mô hình, các kênh rã như vậy chỉ xuất hiện khi xét đến đóng góp bậc cao, ví dụ như các quá trình rã LFV của  $\tau \rightarrow \mu\gamma$ ,  $\tau \rightarrow e\gamma$ ,  $\mu \rightarrow e\gamma$ .... Tuy thực nghiệm chưa phát hiện được các kênh rã này, các giới hạn trên của tỷ lệ rã nhánh (BR) đã được thực nghiệm xác định rất chặt chẽ [22, 49, 77, 78].

Tương tự như vậy, các kênh rã LFV của Higgs boson đang được tìm kiếm bởi thực nghiệm như  $h \rightarrow e\tau$ ,  $h \rightarrow e\mu$ ,  $h \rightarrow \mu\tau$ ,..., cũng là vật lý mới không có trong dự đoán của SM. Ngoài LHC, tất cả các máy gia tốc đã tồn tại trước đây đều chưa đủ năng lượng để tìm kiếm các kênh rã này. Đặc biệt năm 2015, giới hạn trên cho tỷ lệ rã nhánh của quá trình rã  $h^0 \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp$  đã được xác lập,  $\text{BR}(h^0 \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp) < 1.5 \times 10^{-2}$  với độ tin cậy 95% bởi CMS và  $\text{BR}(h^0 \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp) < 1.85 \times 10^{-2}$  với độ tin cậy 95% từ ATLAS [50, 134].

Song song với các nghiên cứu về thực nghiệm, có rất nhiều công trình đã nghiên cứu quá trình rã LFV về lý thuyết như [35, 42, 65, 75, 79, 127, 136], trong đó có một số mô hình đã dự đoán tỷ lệ rã nhánh lớn gần với giá trị giới hạn trên của thực nghiệm [4, 36, 43, 44, 76, 104]. Các giới hạn thực

nghiệm mới nhất liên quan đến rã LFV là

$$\begin{aligned}
 \text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) &< 4.4 \times 10^{-8}, \\
 \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma) &< 3.3 \times 10^{-8}, \\
 \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) &< 4.2 \times 10^{-13}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Từ những vấn đề đã đề cập ở trên, trong luận án này chúng tôi tập trung khảo sát hai quá trình rã: Thứ nhất, quá trình rã hiếm  $h \rightarrow Z\gamma$  trong mô hình 331 $\beta$ . Trong đó, chúng tôi sẽ khảo sát chi tiết trong một số trường hợp cụ thể của  $\beta$ . Các quá trình rã của boson Higgs trung hòa trong các mô hình đề xuất cũng sẽ được chúng tôi thực hiện. Thứ hai, chúng tôi khảo sát quá trình rã LFV trong mô hình 331 đảo, tập trung chủ yếu khai thác vào phần lepton với các biểu diễn mới để tìm ra sự khác biệt so với các mô hình trước đó.

### Mục đích nghiên cứu

- Nghiên cứu về mô hình 331 $\beta$ , 331 đảo
- Nguồn LFV trong mô hình 331 đảo.
- Xây dựng các công thức giải tích cho quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  trong mô hình 331 $\beta$ , rã  $h \rightarrow e_a e_b, e_b \rightarrow e_a \gamma$  trong mô hình 331 đảo.
- Khảo sát tỷ lệ rã nhánh của quá trình rã  $h \rightarrow \mu\tau, h \rightarrow Z\gamma$ .

## Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Đỉnh tương tác LFV, đỉnh tương tác liên quan đến rã  $h \rightarrow Z\gamma$ , giản đồ Feynman và biên độ rã tương ứng với các quá trình rã đã đề xuất.
- Hàm Passarino – Veltman (PV) ứng với 2 quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma$ ,  $h \rightarrow e_a e_b$ .
- Khảo sát số quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma$  và  $h \rightarrow \mu\tau$  trong 2 mô hình đề xuất.

## Phương pháp nghiên cứu

- Sử dụng phương pháp Lý thuyết trường lượng tử để xây dựng các công thức giải tích.
- Sử dụng phần mềm Mathematica để giải số, vẽ đồ thị.

## NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

Chương 1: Tổng quan về các mô hình 3-3-1.

1.1 Các hạn chế của mô hình chuẩn.

1.2 Mô hình 331 đảo.

1.3 Mô hình 3-3-1 với  $\beta$  bất kỳ.

1.4 Kết luận chương.

Chương 2: Kết quả giải tích của quá trình rã LFVHD trong mô hình 3-3-1 đảo.

2.1 Nguồn vi phạm số lepton thế hệ và các tương tác liên quan đến các quá trình LFVHD

2.2 Biểu thức giải tích của biên độ của quá trình rã  $h \rightarrow \mu\tau$ .

2.3 Kết luận chương.

Chương 3: Kết quả tính số và biện luận quá trình rã  $h \rightarrow \mu\tau$  trong mô hình 3-3-1 đảo

3.1 Vùng giới hạn của các tham số.

3.2 Kết quả khảo sát số và biện luận

3.3 Kết luận chương.

Chương 4: Kết quả giải tích của quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  trong mô hình 3-3-1 với  $\beta$  bất kỳ.

4.1 Các tương tác liên quan đến các quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$

4.2 Biểu thức giải tích của biên độ của quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ .

4.3 Kết luận chương.

Chương 5: Kết quả tính số và biện luận quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  trong mô hình 3-3-1 với  $\beta$  bất kỳ.

5.1 Vùng giới hạn của các tham số.

5.2 Kết quả khảo sát số và biện luận

5.3 Kết luận chương.

## **KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ**

Kết luận chung: Tóm tắt các kết quả chính thu được từ 5 chương và đề xuất hướng nghiên cứu có thể phát triển tốt tiếp theo từ đề tài luận án.

## **PHỤ LỤC**



## Chương 1

# TỔNG QUAN VỀ CÁC MÔ HÌNH

## 3-3-1

### 1.1 Các hạn chế của mô hình chuẩn (SM)

Mô hình chuẩn là lý thuyết tốt nhất vào những năm nửa cuối của thế kỉ XX. Mô hình chuẩn dựa trên nhóm đối xứng  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , trong đó  $SU(3)_C$  là nhóm đối xứng màu tác động lên các quark mang tích màu, mô tả tương tác mạnh, tương tác gần giữa các quark thông qua việc trao đổi 8 gluon không có khối lượng;  $SU(2)_L$  là nhóm tác động lên các fermion xoắn trái, nhằm xác định tương tác vạm năng V-A;  $U(1)_Y$  là nhóm chuẩn gắn với số lượng tử là siêu tích yếu  $Y$ , kết hợp với nhóm  $SU(2)_L$  mô tả tương tác điện từ và tương tác yếu lên các hạt cơ bản.

Mẫu chuẩn S.Glashow, S.Weinberg và A.Salam đã kết hợp tương tác điện-từ và tương tác yếu, dựa trên nhóm đối xứng chuẩn  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

với các hạt truyền tương tác yếu là  $W^+, W^-, Z$ . Trong mô hình này các fermion được tách thành thành phần xoắn trái, xoắn phải là cách đơn giản để có dòng V-A của tương tác yếu. Mô hình Glashow - Weinberg - Salam (GWS) giải thích sự tồn tại của các hạt cơ bản và các tương tác giữa chúng chỉ với 6 lepton ( $e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau$ ); 6 quark ( $u, c, d, s, t, b$ ); các hạt truyền tương tác ( $W^+, W^-, Z, \gamma$ ).

Tương tác điện từ là tương tác tầm xa giữa các hạt mang điện, được mô tả bằng đối xứng chuẩn  $U(1)_Q$  trong điện động lực học lượng tử. Hạt truyền tương tác điện từ là các photon không có khối lượng.

Tương tác mạnh là tương tác gần giữa các quark, được mô tả bằng các đối xứng chuẩn  $SU(3)_c$ . Mỗi quark có một trong ba tích nội tại gọi là màu (đỏ, xanh da trời, xanh lục). Các quark tương tác với nhau nhờ trao đổi gluon mang một màu và một phản màu. Có 8 gluon không có khối lượng.

Tương tác yếu là tương tác ngắn trong các quá trình rã, được mô tả bằng các đối xứng chuẩn  $SU(2)_L$ . Dòng tương tác yếu có dạng V-A

$$\begin{aligned}
 J_\mu &= J_\mu^{had} + J_\mu^{lep}, \\
 J_\mu^{lep} &= \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu l}; \quad J_\mu^{had} = J_\mu^V - J_\mu^A
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Trong đó dòng  $J_\mu^{lep}$  là dòng tương tác yếu của các lepton,  $J_\mu^{had}$  là dòng

tương tác với các hadron. Tương tác yếu có xuất hiện dòng  $V - A$  liên quan đến các fermion trái và phải được định nghĩa như sau:

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi, \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi. \quad (1.2)$$

Đặt:  $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ ,  $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$  là hai toán tử chiếu có tính chất:

$$\begin{aligned} P_L P_L &= P_L, & P_L P_R &= 0, & P_R P_L &= 0, \\ P_R P_R &= P_R, & P_L + P_R &= I. \end{aligned}$$

Tương tác điện từ và tương tác yếu được thống nhất thành tương tác điện yếu, mô tả bởi đối xứng chuẩn  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , gọi là mô hình Glashow-Weinberg-Salam.

Tương tác điện từ có dòng:

$$J_\mu^{em} = \bar{\psi}_l \gamma^\mu \psi_l.$$

Trong mô hình chuẩn các hạt fermion được chia làm 3 họ (thế hệ):

Họ thứ nhất:  $e^-, \nu_e, u, d$ ; họ thứ hai:  $\mu^-, \nu_\mu, c, s$ ; họ thứ ba:  $\tau^-, \nu_\tau, t, b$ .

Để có dòng tương tác yếu dạng V-A người ta xếp các hạt trái vào lưỡng tuyến của nhóm  $SU(2)_L$  (ký hiệu lưỡng tuyến trái là L) và các hạt phải vào đơn tuyến của nhóm  $SU(2)_L$  (ký hiệu đơn tuyến phải là R). Tính chất vật lý của các thế hệ (họ) là tương đương, chỉ khác nhau về mặt khối lượng của các hạt. Vì vậy, ta chỉ cần xét một thế hệ là có thể áp dụng cho các thế hệ còn lại. Ta xét thế hệ thứ nhất.

Trong một thế hệ việc sắp xếp các hạt phải thỏa mãn:

+ Không trộn lẫn giữa các quark và lepton.

+ Các hạt phân cực trái xếp vào lưỡng tuyến, các hạt phân cực phải xếp vào đơn tuyến, cụ thể là:

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} \sim (2, -1), \quad \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \sim (2, \frac{1}{3}),$$

$$e_R \sim (1, -2), u_R \sim (1, \frac{4}{3}), d_R \sim (1, -\frac{2}{3}) \quad (1.3)$$

Để có sự bảo toàn điện tích thì biểu diễn ma trận của toán tử điện tích phải có dạng chéo, với biểu thức qui ước trong SM là

$$Q = T_3 + Y, \quad (1.4)$$

trong đó  $T_3 = \frac{\sigma_3}{2}$  cho lưỡng tuyến và  $\sigma_a$  là ma trận Pauli;  $Y$  là siêu tích;  $\alpha, \beta$  là các hệ số.

Với phép biến đổi chuẩn định xứ của nhóm  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , các trường lưỡng tuyến trái  $L(x)$  và đơn tuyến phải  $R(x)$  biến đổi như sau:

$$L(x) \rightarrow L'(x) = e^{-i\omega_a(x)\frac{\sigma_a}{2}} e^{-i\omega'(x)Y_L} L(x),$$

$$R(x) \rightarrow R'(x) = e^{-i\omega'(x)Y_R} R(x),$$

trong đó  $g$  và  $g'$  tương ứng là hằng số tương tác của hai nhóm  $SU(2)_L$  và  $U(1)_Y$ .

Goldstone boson của trường chuẩn là các boson spin 0, là các trạng thái riêng khối lượng bằng không của các thành phần Higgs xuất hiện sau khi quá trình phá vỡ đối xứng. Chúng là các thành dục bị trường chuẩn hấp thụ để nhận trở thành trường chuẩn có khối lượng (cơ chế Higgs). Chúng ta có thể làm mất tác động của Goldstone boson trong qui tắc Feynman bằng cách dùng chuẩn unita.

Lagrangian toàn phần trong mô hình chuẩn bất biến dưới phép biến đổi Lorentz, biến đổi nhóm và thỏa mãn yêu cầu tái chuẩn hóa được và được xác định theo biểu thức:

$$L = L_{gauge} + L_{Higgs} + L_{fermion} + L_{Yukawa}, \quad (1.5)$$

trong đó  $L_{gauge}$ ,  $L_{Higgs}$ ,  $L_{fermion}$ ,  $L_{Yukawa}$  lần lượt là Lagrangian của trường chuẩn, trường Higgs, các trường fermion và Lagrangian tương tác Yukawa có biểu thức cụ thể như sau:

$$\begin{aligned} L_{gauge} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu a}F^{\mu\nu a} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \\ L_{Higgs} &= (D_\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi), \\ L_{fermion} &= L_{lepton} + L_{quark} \\ &= i\bar{L}_e\gamma^\mu D_\mu L_e + i\bar{e}_R\gamma^\mu D_\mu e_R + i\bar{q}_L\gamma^\mu D_\mu q_L + i\bar{u}_R\gamma^\mu D_\mu u_R + i\bar{d}_R\gamma^\mu D_\mu d_R \\ L_{Yukawa} &= -h^e(\bar{L}_e\phi e_R + \bar{e}_R\phi^* L_e) - h^u(\bar{q}_L\phi^c u_R + \bar{u}_R\phi^{c\dagger} q_L) \\ &\quad - h^d(\bar{q}_L\phi d_R + \bar{d}_R\phi^* q_L), \end{aligned} \quad (1.6)$$

trong đó  $L_e$ ,  $q_L$  là các lưỡng tuyến lepton và quark trái,  $\phi^c = i\sigma_2\phi^*$ , còn  $f_R(f = e, u)$  là các đơn tuyến phải. Như vậy, tuy SM đã rất thành công trong việc thống nhất các tương tác, mô tả đầy đủ đặc điểm về khối lượng

và tương tác các hạt và còn đưa ra các tiên đoán chính xác đã được thực nghiệm xác thực. Tuy nhiên SM vẫn còn những hạn chế cần được khắc phục:

Thứ nhất, SM mô tả được ba loại tương tác mạnh, điện từ và yếu nhưng chưa thống nhất tương tác hấp dẫn.

Thứ hai, trong SM, neutrino không có khối lượng. Nhưng phát hiện về sự chuyển hóa neutrino khí quyển trong thí nghiệm của nhóm Super Kamiokande (1998) [68,84] đã chỉ ra rằng neutrino có khối lượng khác không và có sự chuyển hóa giữa các thế hệ khác nhau của neutrino. Điều này chứng tỏ rằng có sự vi phạm số lepton thế hệ trong vùng lepton trung hòa, trong SM đại lượng này bảo toàn tuyệt đối.

Thứ ba, mặc dù hạt boson Higgs đã được LHC quan sát với khối lượng khoảng 125 GeV, nhưng chưa khẳng định nó có phải là boson Higgs của SM hay nó đến từ một mô hình nào khác, do nhiều đặc điểm tương tác của nó vẫn chưa được thực nghiệm xác định cụ thể để có thể so sánh được với các dự đoán bởi SM.

Thứ tư, trong SM, chưa có cơ sở lý thuyết hay điều kiện nào buộc số thế hệ của các fermion phải là 3. Ngoài ra, SM chưa giải thích được sự sai khác khối lượng của top quark giữa lý thuyết (khoảng 10 GeV) và thực nghiệm (175 GeV). Bên cạnh đó, một số vấn đề chưa có câu trả lời thỏa

đáng như vi phạm tích liên hợp điện tích-chẵn lẻ (CP) mạnh với đối xứng Peccei-Quinn, lượng tử hóa điện tích, vật chất tối,...

Ngoài ra, SM được xem chỉ đúng ở miền năng lượng thấp, khoảng 200 GeV, là miền năng lượng góc Weinberg có thể đo được. Việc mở rộng SM, đồng nghĩa với việc mô tả các tính chất vật lý ở miền năng lượng cao hơn. Điều này thật sự cần thiết vì nó có thể giải quyết các vấn đề mà lý thuyết SM không thể giải thích, đồng thời chứa đựng nhiều tín hiệu vật lý mới.

## 1.2 Mô hình 3-3-1 đảo (331 Flipped Models)

Cấu trúc của các hạt của mô hình được trình bày trong bảng 1.1.

Toán tử điện tích có dạng:

$$Q = T^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}T^8 + X, \quad (1.7)$$

với  $T^{3,8}$  là các vi tử của nhóm  $SU(3)$ . Các boson Higgs có trung bình chân không (VEV) được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \sigma_i^0 &= n_i + \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\sigma_i} + iI_{\sigma_i}), & \langle \sigma_i^0 \rangle &= n_i, \quad i = 1, 2, S, \\ H_\alpha^0 &= k_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\alpha + iI_\alpha), & \langle H_\alpha^0 \rangle &= k_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3, S, \\ \Delta^0 &= \epsilon_S + \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\Delta + iI_\Delta), & \langle \Delta^0 \rangle &= \epsilon_S, \end{aligned} \quad (1.8)$$

với  $\epsilon_S \ll k_{1,2,3,S} \ll n_{1,2,S}$  là tổng quát [112]. Thêm vào đó,  $\epsilon_S$  và  $k_S$

Hạt	Biểu diễn theo nhóm 3-3-1	biểu diễn theo nhóm SM	Các thành phần	# Số vị
$L_e$	$(\mathbf{1}, \mathbf{6}, -\frac{1}{3})$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{3}}, 0) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, -1)$	$\begin{pmatrix} (\Sigma^-)^c & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\nu_e \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 & \Sigma^- & \frac{1}{\sqrt{2}}e \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\nu_e & \frac{1}{\sqrt{2}}e & E_e \end{pmatrix}_L$	1
$L_{\alpha=\mu,\tau}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -\frac{2}{3})$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, -1)$	$(\nu_\alpha, e_\alpha, E_\alpha)_L^T$	2
$e_{\alpha R}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1)$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, -1)$	$e_{\alpha R}$	6
$Q_\alpha$	$(\mathbf{3}, \overline{\mathbf{3}}, \frac{1}{3})$	$(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{1}{6}) + (\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{2}{3})$	$(d_\alpha, -u_\alpha, U_\alpha)_L^T$	3
$u_{\alpha R}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3})$	$(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{2}{3})$	$u_{\alpha R}$	6
$d_{\alpha R}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3})$	$(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{1}}, -\frac{1}{3})$	$d_{\alpha R}$	3
$\phi_{i=1,2}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \frac{1}{3})$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, 0)$	$(H_i^+, H_i^0, \sigma_i^0)^T$	2
$\phi_3$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -\frac{2}{3})$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, -1)$	$(H_3^0, H_3^-, \sigma_3^-)^T$	1
$S$	$(\mathbf{1}, \mathbf{6}, \frac{2}{3})$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{3}}, 1) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, 0)$	$\begin{pmatrix} \Delta^{++} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}H_S^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta^+ & \Delta^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}H_S^0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}H_S^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}H_S^0 & \sigma_S^0 \end{pmatrix}$	1

**Bảng 1.1:** Biểu diễn số lượng tử của các hạt trong mô hình 331 đảo [112].

phải nhỏ để sinh khối neutrino phù hợp với dữ liệu thực nghiệm. Do đó, chúng tôi chọn  $k_s = \epsilon_S \simeq 0$  khi tìm trạng thái riêng khối lượng và trạng thái vật lý của các Higgs và boson chuẩn.

Lagrangian Yukawa cho phần lepton được viết như sau:

$$-\mathcal{L}_{\text{lepton}}^Y = \sum_{i=1}^2 \sum_{\alpha=\mu,\tau} \sum_{\beta=1}^6 y_{\alpha\beta}^{\ell(i)} \overline{e_{\beta R}} L_\alpha \phi_i^* + \sum_{\beta=1}^6 y_\beta^{\ell'} \overline{e_{\beta R}} L_e S^* + y^{\ell''} \overline{(L_e)^c} L_e S + \text{H.c.}, \quad (1.9)$$

trong đó số hạng tensor bất biến của tích ba lực tuyến được khai triển như sau:  $\overline{(L_e)^c} L_e S = \epsilon_{abc} \epsilon_{ijk} \overline{(L_e)^c}_{ai} (L_e)_{bj} S_{ck}$  [54, 71]. Lưu ý rằng  $\phi_3$  chỉ xuất hiện trong phần Lagrangian Yukawa của quark.



Các fermion được trình bày dưới dạng spinor hai thành phần trong phiên bản gốc, xem bảng 1.1. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sẽ sử dụng ký hiệu spinor Dirac bốn thành phần, dựa trên sự tương đương được đưa ra chi tiết trong [63]. Đặc biệt, spinor Dirac  $f = (f_L, f_R)^T$ , với  $f_{L,R}$  là thành phần trái (phải) tương ứng của fermion, cụ thể:  $f_L = P_L f$  và  $f_R = P_R f$ . Liên hợp Dirac được viết như sau  $\bar{f} = f^\dagger \gamma^0 = (\bar{f}_R, \bar{f}_L)$ . Liên hợp điện tích:  $f^C \equiv C \bar{f}^T = ((f_R)^c, (f_L)^c)^T$ , tương ứng với hệ thức  $(f_{R,L})^c = P_{L,R} f^C$ . Các lepton Majorana thỏa mãn  $f^C = f$  kết quả là  $f_{L,R} = (f_{R,L})^c$ . Theo kết quả nghiên cứu trong [112], dựa trên cơ sở  $\Psi_{L,R}^\ell = (e_\alpha, E_\alpha, E_e, e, \Sigma^-)_{L,R}^T$  ma trận khối lượng của các lepton mang điện tích luôn có một trạng thái riêng không có khối lượng ở bậc cây, tương ứng với khối lượng electron thông thường  $m_e = 0$ . Tuy nhiên khối lượng này phù hợp với thực nghiệm khi bỏ đỉnh bậc một vòng được tính đến. Để đơn giản trong các tính toán tiếp theo, chúng tôi sẽ giả sử chỉ những lepton mang điện ngoại lai  $E_e, E_\mu, E_\tau$  trộn lẫn với nhau để đảm bảo các đỉnh tương tác cho đóng góp vào biên độ bậc một vòng của phân rã LFV. Mặt khác, tất cả các trạng thái ban đầu của lepton mang điện trong SM và  $\Sigma^-$  là trạng thái vật lý. Điều này tương ứng với điều kiện  $\epsilon, k_S, n_1, k_2 \simeq 0$ . Đỉnh tương tác Yukawa lớn của trạng thái vật lý  $\mu, \tau$  và

$\Sigma^-$  được viết theo các biểu thức sau

$$y_{11}^{\ell(1)} = \frac{m_\mu}{k_1}, \quad y_{22}^{\ell(1)} = \frac{m_\tau}{k_1}, \quad y^{\ell''} = \frac{m_{\Sigma^-}}{2n_S}. \quad (1.10)$$

Lưu ý rằng khối lượng khác không của electron thu được từ bỏ đỉnh bậc một vòng [112].

Cơ sở ban đầu  $(E_\mu, E_\tau, E_e)$  tương ứng với số hạng khối lượng sau,

$$-\mathcal{L}_{mass}^E = \begin{pmatrix} \overline{E_{\mu R}} & \overline{E_{\tau R}} & \overline{E_{e R}} \end{pmatrix} \mathcal{M}_{E_{\mu,\tau,e}} \begin{pmatrix} E_{\tau L} & E_{\mu L} & E_{e L} \end{pmatrix}^T + H.c.,$$

$$\mathcal{M}_{E_{\mu,\tau,e}} = n_2 \begin{pmatrix} y_{13}^{\ell(2)} & y_{14}^{\ell(2)} & y_{15}^{\ell(2)} \\ y_{23}^{\ell(2)} & y_{24}^{\ell(2)} & y_{25}^{\ell(2)} \\ \frac{n_S}{n_2} y_3^{\ell'} & \frac{n_S}{n_2} y_4^{\ell'} & \frac{n_S}{n_2} y_5^{\ell'} \end{pmatrix} \equiv n_2 Y^\ell, \quad (1.11)$$

ở đây chúng tôi đã sử dụng giả thiết một số đỉnh tương tác Yukawa trong Lagrangian (1.9) bằng 0. Ma trận khối lượng lepton trong phương trình (1.11) là tùy ý, do đó, nó được chéo hóa bởi phép chuyển cơ sở sau đây:

$$V_R^{E\dagger} \mathcal{M}_{E_{\mu,\tau,e}} V_L^E = \text{diag}(m_{E_1}, m_{E_2}, m_{E_3}),$$

$$\begin{pmatrix} E_\mu \\ E_\tau \\ E_e \end{pmatrix}_{R,L} = V_{R,L}^E \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}_{R,L}, \quad (1.12)$$

với  $m_{E_i}$  là khối lượng của các trạng thái vật lý  $E_{i,L(R)}$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Để đơn giản trong nghiên cứu này, chúng tôi sẽ chọn  $V_R^E = I_3$ , còn  $V_L^E$  được

tham số hóa theo ba góc trộn tự do  $\theta_{ij}^E$ ;  $i, j = 1, 2, 3$  ( $i < j$ ), cụ thể:

$$\begin{aligned}
V_L^E &\equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23}^E & s_{23}^E \\ 0 & -s_{23}^E & c_{23}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13}^E & 0 & s_{13}^E \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}^E & 0 & c_{13}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12}^E & s_{12}^E & 0 \\ -s_{12}^E & c_{12}^E & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} c_{12}^E c_{13}^E & c_{13}^E s_{12} & s_{13}^E \\ -c_{23}^E s_{12}^E - c_{12}^E s_{13}^E s_{23}^E & c_{12}^E c_{23}^E - s_{12}^E s_{13}^E s_{23}^E & c_{13}^E s_{23}^E \\ s_{12}^E s_{23}^E - c_{12}^E c_{23}^E s_{13}^E & -c_{12}^E s_{23}^E - c_{23}^E s_{12}^E s_{13}^E & c_{13}^E c_{23}^E \end{pmatrix}, \quad (1.13)
\end{aligned}$$

với  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}^E$ ,  $c_{ij}^E \equiv \cos \theta_{ij}^E$ , toàn bộ pha Dirac và Majorana được chọn bằng 0. Ma trận này đáp ứng chính xác tính chất unitary. Chúng tôi sẽ sử dụng  $s_{ij}^E$  như tham số tự do.

Các đỉnh Yukawa còn lại là khác không để tạo ra khối lượng neutrino hoạt động và góc trộn phù hợp với các thí nghiệm, xem các thảo luận trong tài liệu tham khảo [112], nhưng chúng rất nhỏ và không được xét đến trong nghiên cứu này. Chúng tôi cũng lưu ý rằng các điều kiện trong phương trình (1.10) vẫn cho phép quark phải trong SM có khối lượng và trộn. Tương tự như vậy, có một neutrino Majorana nặng  $\Sigma_M = (\Sigma^0, \Sigma^{0\dagger})^T$  với số hạng khối lượng  $-1/2(-2y^{\ell''} n_S) \Sigma^0 \Sigma^0 + \text{H.c.}$ . Ba neutrino hoạt động khác có khối lượng phù hợp và trộn từ các bổ đỉnh bậc một vòng, trong đó phù hợp với trường hợp phân bậc nghịch của dữ liệu dao động neutrino, với ba trạng thái vật lý  $n_1, n_2, n_3$  [112]. Các trạng thái riêng khối lượng và khối lượng của lepton trung hòa nặng là

$$n_4 = i\Sigma_M, \quad m_{n_4} = m_{\Sigma^-} = 2n_S y^{\ell''}. \quad (1.14)$$

Đỉnh tương tác suy ra từ Lagrangian (1.9) chứa lepton mang điện tích thông thường có biểu thức sau:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\ell^Y = & -\frac{m_\mu}{k_1} \left[ H_1^{0*} \overline{\mu}_R \mu_L + \sigma_1^{0*} \overline{\mu}_R E_{\mu L} + H_1^- \overline{\mu}_R \nu_{\mu L} \right] \\
& -\frac{H_2^{0*}}{\sqrt{2}} \left[ \overline{E}_{\mu R} y_{13}^{\ell(2)} + \overline{E}_{\tau R} y_{14}^{\ell(2)} + \overline{E}_{e R} y_{15}^{\ell(2)} \right] \mu_L \\
& -\frac{m_\tau}{k_1} \left[ H_1^{0*} \overline{\tau}_R \tau_L + \sigma_1^{0*} \overline{\tau}_R E_{\tau, L} + H_1^- \overline{\tau}_R \nu_{\tau, L} \right] \\
& -\frac{H_2^{0*}}{\sqrt{2}} \left[ \overline{E}_{\mu, R} y_{23}^{\ell(2)} + \overline{E}_{\tau, R} y_{24}^{\ell(2)} + \overline{E}_{e, R} y_{25}^{\ell(2)} \right] \tau_L \\
& -\frac{H_S^{0*}}{\sqrt{2}} \left[ \overline{E}_{\mu R} y_3^{\ell'} + \overline{E}_{\tau R} y_4^{\ell'} + \overline{E}_{e R} y_5^{\ell'} \right] e_L + \frac{m_{\Sigma^-}}{n_S} H_S^{0*} \overline{\Sigma}_R^- e_L \\
& -\frac{m_{\Sigma^-}}{\sqrt{2} n_S} \Delta^+ \nu_{e, L} e_L + \frac{m_{\Sigma^-}}{n_S} \Delta^{++} (\overline{e_L})^c e_L + \frac{i m_{\Sigma^-}}{\sqrt{2} n_S} H_S^+ n_{4, L} e_L \\
& + \text{H.c.} \tag{1.15}
\end{aligned}$$

Tương ứng với giả định trên rằng ma trận khối lượng của tất cả các lepton mang điện thông thường là chéo (trạng thái ban đầu trùng trạng thái vật lý), đỉnh tương tác Yukawa liên quan đến bổ đỉnh bậc một vòng phải đảm bảo rằng sự tồn tại đỉnh tương tác của các boson Higgs mới với các lepton tích điện trong SM khác thế hệ. Như chúng tôi sẽ trình bày sau đây, trong trường hợp chúng tôi xem xét boson Higgs tựa SM sẽ là  $h \simeq R_3$  khi chúng tôi cho rằng  $k_1 \ll k_3$ . Kết hợp với Lagrangian (1.15), chúng ta có thể thấy rằng các đỉnh tương tác ở bậc cây của SM-like Higgs  $h \overline{e}_i e_j$  không xuất hiện. Lepton trung hòa nặng  $n_4$  không kết hợp với lepton tích điện thông thường. Đối với các đỉnh tương tác của  $h \overline{e}_i e_i$  xuất hiện từ sự

pha trộn nhỏ của  $R_3$  và  $R_1$  cho  $e_i = \mu, \tau$  và bổ đính bậc một vòng cho electron. Các đỉnh tương tác này cho các đóng góp nhỏ đối với các phân rã LFV vì vậy chúng tôi bỏ qua.

Đạo hàm hiệp biến của nhóm  $SU(3)_L \times U(1)_X$  được định nghĩa như sau:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig_X T^9 X X_\mu, \quad (1.16)$$

với  $T^a$  ( $a = 1, 2, \dots, 8$ ) là các vi tử của nhóm  $SU(3)$  tương ứng với các boson chuẩn  $W_\mu^a$ ,  $T^9 = \frac{I}{\sqrt{6}}$  là vi tử của nhóm  $U(1)_X$  tương ứng với gauge boson  $X_\mu$  và  $X$  là tích chuẩn của nhóm chuẩn  $U(1)_X$ . Các trường hợp cụ thể:

- Với đơn tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ :  $T^a = 0 \forall a = 1, 2, \dots, 8$ ; vi tử nhóm  $U(1)_X$  thì  $T^9 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ .
- Với tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ :  $T^a = \frac{1}{2}\lambda_a \forall a = 1, 2, \dots, 8$ ,  $T^9 = \frac{1}{\sqrt{6}}I_3$ , với  $\lambda_a$  là các ma trận Gell-Mann. Các thành phần hiệp biến có thể viết lại:

$$\mathcal{W}_\mu \equiv W^a T^a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 & \sqrt{2}W_\mu'^+ & \sqrt{2}Y_\mu'^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 & \sqrt{2}V_\mu'^0 \\ \sqrt{2}Y_\mu^- & \sqrt{2}V_\mu'^{0*} & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

trong đó trạng thái khối lượng của các boson chuẩn:

$$W_\mu'^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Y_\mu'^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^4 \mp iW_\mu^5), \quad V_\mu'^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^6 - iW_\mu^7). \quad (1.18)$$

- Với phần tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ :  $T^a = -\frac{1}{2}\lambda_a^* = -\frac{1}{2}\lambda_a^T \quad \forall a = 1, 2, \dots, 8, T^9 = \frac{1}{\sqrt{6}}I_3$ .
- Với lục tuyến của nhóm  $SU(3)_L$  ký hiệu là  $S \sim (6, 2/3)$ , cho trong bảng 1.1, trong biểu diễn tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$  chúng ta có thể viết toán tử điện tích,  $T^a S = S\lambda_a/2 + \lambda_a/2S^T$  [13]. Do đó các vi tử trong đạo hàm hiệp biến có thể viết theo dạng biểu diễn tam tuyến nhóm  $SU(3)$  [13, 135], cụ thể:

$$D_\mu S = \partial_\mu S - ig [SW_\mu + SW_\mu^T] - ig_X \frac{X}{\sqrt{6}} X_\mu S. \quad (1.19)$$

Mô hình phá vỡ đối xứng theo các bước sau  $SU(3)_L \times U(1)_X \xrightarrow{\langle \sigma_i^0 \rangle} SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle H_\alpha^0 \rangle} U(1)_Q$ , với  $i = 1, 2, S$  và  $\alpha = 1, 2, 3, S$ .

Động năng hiệp biến của boson Higgs viết như sau

$$L_{kin}^H = \sum_{i=1}^3 (D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i) + (D_\mu S)^\dagger (D^\mu S). \quad (1.20)$$

Từ đó, ma trận bình phương khối lượng của các boson chuẩn tích điện trong cơ sở  $(W_\mu'^{\pm}, Y_\mu'^{\pm})$  được viết như sau

$$M_{V^\pm}^2 = \frac{g^2}{2} \begin{pmatrix} k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_S^2 + 2\varepsilon_S^2 & k_1 n_1 + k_2 n_2 + \sqrt{2}k_S n_S + \sqrt{2}k_S \varepsilon_S \\ k_1 n_1 + k_2 n_2 + \sqrt{2}k_S n_S + \sqrt{2}k_S \varepsilon_S & k_3^2 + k_S^2 + n_1^2 + n_2^2 + 2n_S^2 \end{pmatrix}. \quad (1.21)$$

Với điều kiện giả thiết đã thảo luận ở trên là đủ để giả định rằng  $k_i/n_i \ll 1$  cho  $i = 2, S$ . Do đó, những số hạng không chéo trong ma trận bình phương khối lượng (1.21) có thể bỏ qua. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sẽ chấp nhận rằng:

$$n_1 = 0, \quad \frac{k_2}{n_2} = \frac{k_S}{n_S} \ll 1. \quad (1.22)$$

Cụ thể, chúng tôi sẽ chọn  $k_{1,2,S} \sim \mathcal{O}(10)$  GeV và  $n_{2,s} \sim \mathcal{O}(10^3)$  GeV, dẫn đến kết quả sau:  $k_i n_i \text{GeV}^2 / (246 \text{GeV})^2 \ll 1$ . Các giá trị khác không của  $k_1$  vẫn cho phép các đỉnh tương tác Yukawa của các lepton mang điện tích thông thường nhận giá trị hợp lý được đưa ra ở Lagrangian (1.15). Chúng tôi lưu ý rằng việc lựa chọn giá trị trung bình chân không VEV này vẫn cho phép tạo ra khối lượng quark phù hợp như đã thảo luận trước đây [112]. Khối lượng và trạng thái riêng vật lý của boson chuẩn mang điện  $\{W^\pm, Y^\pm\}$  được viết như sau:

$$\begin{aligned} W^\pm &\simeq W'^\pm, \quad m_W^2 = \frac{g^2}{2} v^2, \quad v^2 \equiv (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_S^2), \\ Y^\pm &\simeq Y'^\pm, \quad m_Y^2 = \frac{g^2}{2} u^2, \quad u^2 \equiv (k_3^2 + k_S^2 + n_1^2 + n_2^2 + n_S^2). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Đồng nhất  $W^\pm$  với boson chuẩn trong SM, chúng tôi suy ra  $v \simeq 174$  GeV. Nếu sử dụng điều kiện  $k_{1,2,S} = \mathcal{O}(1)$  GeV thì chúng tôi suy ra  $k_3 \simeq v$ . Sử dụng giả thiết nêu ra trong phương trình (1.22) khối lượng boson chuẩn trung hòa có thể được xác định.

Các boson  $V^0$  và  $V^{0*}$  không trộn với các boson trung hòa khác. Khối

lượng và trạng thái vật lý của các boson này được viết như sau

$$V^0 \simeq V'^0, \quad m_V^2 = \frac{g^2}{2} (u^2 + n_S^2). \quad (1.24)$$

Để đơn giản trong tính toán khối lượng và trạng thái riêng vật lý của các boson chuẩn trung hòa, chúng tôi sẽ giới hạn rằng  $k_1, k_2, k_S, \epsilon_S \ll k_3$ . Do đó, các boson chuẩn trung hòa này sẽ không trộn với  $\text{Re}V^0$ . Trong cơ sở  $(X_\mu, W_\mu^3, W_\mu^8)$ , bình phương ma trận khối lượng có dạng:

$$\mathcal{M}_{X38}^2 = \frac{g^2}{2} \begin{pmatrix} \frac{2}{27}t^2 (3n_S^2 + u^2 + 4v^2) & -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}tv^2 & -\frac{2}{9}\sqrt{2}t (3n_S^2 + u^2 + v^2) \\ -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}tv^2 & v^2 & \frac{v^2}{\sqrt{3}} \\ -\frac{2}{9}\sqrt{2}t (3n_S^2 + u^2 + v^2) & \frac{v^2}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3} (12n_S^2 + 4u^2 + v^2) \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

với  $t = g_X/g$ . Các ma trận này sẽ được chéo hoá bởi một ma trận trộn  $C$  được xác định bởi hệ thức:

$$M_d^2 = C^T \mathcal{M}_{X38}^2 C = M_d^2 = \text{diag}(0, M_{Z_1}^2, M_{Z_2}^2). \quad (1.26)$$

Có thể tóm tắt ba bước phá vỡ như sau:  $X_\mu, W_\mu^3, W_\mu^8 \xrightarrow{\theta_{331}} B_\mu, W_\mu^3, Z'_\mu \xrightarrow{\theta_W} A_\mu, Z_\mu, Z'_\mu \xrightarrow{\theta} A_\mu, Z_{1\mu}, Z_{2\mu}$ , tương ứng ba trạng thái vật lý của boson chuẩn. Hai trong số chúng được đồng nhất với photon  $A_\mu$  không có khối lượng và boson chuẩn  $Z_1$  trong SM được thực nghiệm tìm ra. Sau bước phá vỡ thứ nhất:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{3}}T^8 + X, \quad t = \frac{g_X}{g} = \frac{3\sqrt{2}s_W}{\sqrt{3 - 4s_W^2}}, \quad (1.27)$$

với  $g$  và  $s_W$  là các tham số đã biết được định nghĩa trong SM. Cụ thể là hằng số tương tác của nhóm  $SU(2)_L$  và sin góc Weinberg. Trong bước



bước phá vỡ thứ nhất, hai boson chuẩn trung hòa  $W_\mu^8$  và  $X_\mu$  trộn với nhau, sinh ra hai boson  $B_\mu$  và  $Z'_\mu$ . Góc trộn được xác định là góc  $\theta_{331}$  và đã được đưa ra trong [13]:

$$\begin{aligned} s_{331} &\equiv \sin \theta_{331} = \frac{\sqrt{6}g}{\sqrt{6g^2 + g_X^2/3}} = \sqrt{1 - t_W^2/3}, \\ c_{331} &\equiv \cos \theta_{331} = \frac{t_W}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Mối quan hệ giữa trạng thái ban đầu và trạng thái riêng vật lý của boson chuẩn trung hòa được xác định theo hệ thức sau:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X_\mu \\ W_\mu^3 \\ W_\mu^8 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} s_{331} & 0 & c_{331} \\ 0 & 1 & 0 \\ c_{331} & 0 & -s_{331} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_W & -s_W & 0 \\ s_W & c_W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -s_\theta \\ 0 & s_\theta & c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix}, \\ C &= \begin{pmatrix} s_{331}c_W, & (-s_{331}s_Wc_\theta + c_{331}s_\theta), & (s_{331}s_Ws_\theta + c_{331}c_\theta) \\ s_W, & c_Wc_\theta, & -s_\theta c_w \\ c_{331}c_W, & -(c_{331}s_Wc_\theta + s_{331}s_\theta), & (c_{331}s_Ws_\theta - s_{331}c_\theta) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.29)$$

Sử dụng giới hạn  $\epsilon_S^2 \ll k_\alpha^2 \ll n_{2,S}^2$ , góc trộn  $\theta$  được xác định như trong [16]:

$$s_\theta \equiv \sin \theta \simeq \frac{\sqrt{3 - 4s_W^2v^2}}{4c_W^4(3n_S^2 + u^2) + 2(2s_W^2 - 1)v^2}. \quad (1.30)$$

Khối lượng của các boson chuẩn trung hòa trong giới hạn trên được viết như sau:

$$\begin{aligned} m_A^2 &= 0, \quad m_{Z_1}^2 \simeq m_Z^2 = \frac{g^2v^2}{2c_W^2}, \\ m_{Z_2}^2 &\simeq m_{Z'}^2 = \frac{4g^2c_W^2(u^2 + 3n_S^2)}{3 - 4s_W^2}. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Để đồng nhất được hạt Higgs tựa SM dựa trên tương tác của nó với các boson chuẩn  $W^\pm$  và  $Z$ , chúng tôi liệt kê các số hạng tương tác của các Higgs với boson chuẩn như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{VS} = & \frac{g^2}{2} (W^+ \cdot W^-) \left[ \sum_{i=1}^3 2k_i R_i + 2k_S R_S + 4\epsilon_S R_\Delta + \sum_{i=1}^3 R_i^2 + R_S^2 + 2R_\Delta^2 \right] \\ & + \frac{g^2}{4c_W^2} Z^2 \left[ \sum_{i=1}^3 2k_i R_i + 2k_S R_S + 8\epsilon_S R_\Delta + \sum_{i=1}^3 R_i^2 + R_S^2 + 4R_\Delta^2 \right]. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Trong giới hạn  $k_{1,2,S}, \epsilon_S \ll k_3$ , chúng tôi có  $k_3 \simeq v = \sqrt{2}m_W/g$ . Có thể thấy  $R_3$  đồng nhất được với SM-like boson Higgs bởi vì có đỉnh tương tác đồng nhất với đỉnh tương tác của boson Higgs trong SM.

Trong các nghiên cứu trước  $m_{Z_2}^2 \gg m_Z^2$ , ta có  $s_\theta \ll 1$  dựa trên phương trình (1.65), do vậy góc trộn  $Z - Z'$  sẽ được bỏ qua trong nghiên cứu về LFV. Do đó chúng tôi sẽ không trình bày vấn đề này ở đây.

Thế Higgs có dạng:

$$\begin{aligned} V_h = & V(\phi_1, \phi_2, \phi_3) + V(S) + V(S, \phi), \\ V(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = & \sum_{i=1}^3 \left[ \mu_i^2 \phi_i^\dagger \phi_i + \lambda_i^\phi (\phi_i^\dagger \phi_i)^2 \right] + \left( \mu_{12}^2 \phi_1^\dagger \phi_2 + \text{H.c.} \right) \\ & + \sum_{i<j, i,j=1}^3 \left[ \lambda_{ij}^\phi (\phi_i^\dagger \phi_i) (\phi_j^\dagger \phi_j) + \tilde{\lambda}_{ij}^\phi (\phi_i^\dagger \phi_j) (\phi_j^\dagger \phi_i) \right] \\ & - \sum_{i<j<k, i,j,k=1}^3 \sqrt{2} f^\phi (\epsilon_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \text{H.c.}), \\ V(S) = & \text{Tr} \left[ \mu_S^2 (S^\dagger S) + \lambda_1^S (S^\dagger S)^2 \right] + \lambda_2^S \left[ \text{Tr}(S^\dagger S) \right]^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V(S, \phi) = & \text{Tr}(S^\dagger S) \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{\phi S} \phi_i^\dagger \phi_i + \text{Tr}(S^\dagger S) \left( \lambda_{12}^{\phi S} \phi_1^\dagger \phi_2 + \text{H.c.} \right) \\
& + \sum_{i=1}^3 \tilde{\lambda}_i^{\phi S} \left[ \phi_i^\dagger S S^* \phi_i \right] + \left( \tilde{\lambda}_{12}^{\phi S} \phi_1^\dagger S S^* \phi_2 + \text{H.c.} \right) \\
& + \sum_{i < j, i, j=1}^2 f_{ij}^{\phi S} \left( \phi_i^T S^* \phi_j + \text{H.c.} \right) + \lambda'^{\phi S} \left[ (\phi_2^*)_l S_{li} (\phi_1)_j (\phi_3)_k \epsilon_{ijk} + \text{H.c.} \right],
\end{aligned} \tag{1.33}$$

trong đó, các số hạng bất biến trong lục tuyến Higgs được lấy dựa trên [115],  $\epsilon_{ijk}$  là tensor phản xứng toàn phần.

Có tất cả 8 Higgs trung hòa, tương ứng với 8 phương trình cực tiểu của thế Higgs. Mô hình yêu cầu tất cả chúng đều phải có VEV khác không. Chúng tôi thấy rằng 8 điều kiện cực tiểu của thế Higgs cho tương ứng 8 phương trình độc lập được liệt kê trong phụ lục A.2, với giả thiết  $\epsilon = 0$  để cho đơn giản.

Đối với các đóng góp một vòng của Higgs boson cho phân rã LFV của boson Higgs và lepton mang điện, chúng tôi chú ý đến các thành phần Higgs xuất hiện trong các số hạng tương tác Yukawa được đưa ra trong Eq. (1.15). Hơn thế nữa, nếu  $\Sigma^-$  hoặc  $E_e$  không trộn với  $E_\mu$ , rã LFV có chứa  $e$  ở trạng thái cuối bị triệt tiêu, vì chúng nhận đóng góp từ giản đồ chứa các neutrino nhẹ và Higgs mang điện đơn. Ở đây, chúng tôi đã chọn trường hợp đơn giản  $k_1 \ll k_3$ , nên có thể chọn  $k_1 \simeq 0$  trong ma trận bình phương khối lượng của tất cả boson Higgs. Chúng tôi lưu ý  $k_1 \neq 0$  vẫn

cần thiết để sinh khối lượng quark phải cũng như các đỉnh tương tác của SM-like boson Higgs với lepton mang điện thông thường. Các thảo luận chi tiết về khối lượng quark đã được trình bày trong tài liệu [112].

Để đơn giản trong việc tìm kiếm trạng thái vật lý và khối lượng của các hạt Higgs trung hòa, chúng tôi sử dụng các giới hạn sau:

$$\begin{aligned}\lambda'^{\phi S} &\rightarrow 0, \lambda_{23}^{\phi} \rightarrow 0, \lambda_3^{\phi S} \rightarrow 0, \\ \tilde{\lambda}_{12}^{\phi S} &\rightarrow -2\lambda_{12}^{\phi S}, \lambda_2^{\phi S} \rightarrow -\frac{f_{22}^{\phi S}}{n_S} - \tilde{\lambda}_2^{\phi S}.\end{aligned}\quad (1.34)$$

Cần nhắc lại rằng các giả thiết khác mà chúng tôi đã đề cập ở trên có thể được áp dụng để tìm kiếm các trạng thái riêng vật lý của boson Higgs:  $k_2, n_1, k_s, k_1 \simeq 0$ . Có 6 trạng thái vật lý của Higgs trung hòa CP chẵn:

$$R_1 \equiv h_1^0, R_3 \equiv h, R_{\sigma_1} \equiv h_2^0, R_{\sigma_2} \equiv h_3^0, R_{\sigma_S} \equiv h_4^0, R_{\Delta} \equiv h_5^0, \quad (1.35)$$

tương ứng với khối lượng:

$$\begin{aligned}m_{R_1}^2 &= \mu_1^2 = 2k_1^2\lambda_1^{\phi} + k_3^2\lambda_{13}^{\phi} + n_2^2\lambda_{12}^{\phi} + n_S^2\lambda_2^{\phi S}, \\ m_{R_3}^2 &= 4\lambda_3 k_3^2, \quad m_{\sigma_1}^2 = \mu_1^2 + \tilde{\lambda}_{12}n_2^2 + \tilde{\lambda}_1^{\phi S}n_S^2, \quad m_{\sigma_2}^2 = 4\lambda_2 n_2^2, \\ m_{\sigma_S}^2 &= 4n_S^2(\lambda_1^S + \lambda_2^S) - \frac{n_2^2 f_{22}^{\phi S}}{n_S}, \\ m_{\Delta}^2 &= -\frac{n_2^2(n_S\tilde{\lambda}_2^{\phi S} + f_{22}^{\phi})}{n_S} - 2n_S^2\lambda_1^S.\end{aligned}\quad (1.36)$$

Ma trận bình phương khối lượng của hai trạng thái ( $R_2, R_S$ ) là:

$$M_{2S}^2 = \begin{pmatrix} -n_S(n_S\tilde{\lambda}_2^{\phi S} + 2f_{22}^{\phi S}) & \frac{n_2(n_S\tilde{\lambda}_2^{\phi S} + 2f_{22}^{\phi S})}{\sqrt{2}} \\ \frac{n_2(n_S\tilde{\lambda}_2^{\phi S} + 2f_{22}^{\phi S})}{\sqrt{2}} & -\frac{n_2^2(n_S\tilde{\lambda}_2^{\phi S} + 2f_{22}^{\phi S})}{2n_S} \end{pmatrix}. \quad (1.37)$$

Từ đây chúng tôi tìm được hai trạng thái riêng khối lượng tương ứng một goldstone boson của  $V^0$ , ký hiệu là  $G_V$ , và một trạng thái riêng vật lý ký hiệu là  $a_6$ . Khối lượng và hệ thức liên hệ của chúng với các trạng thái đầu là:

$$m_{G_V}^2 = 0, \quad m_{h_6^0}^2 = - (n_2^2 + 2n_S^2) \left( \frac{f_{22}^{\phi S}}{n_S} + \frac{\tilde{\lambda}_2^{\phi S}}{2} \right),$$

$$\begin{pmatrix} R_2 \\ R_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{2s} & -s_{2s} \\ s_{2s} & c_{2s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_V \\ h_6^0 \end{pmatrix}, \quad c_{2s} = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2 + 2n_S^2}}, \quad s_{2s} = \frac{\sqrt{2}n_S}{\sqrt{n_2^2 + 2n_S^2}}.$$
(1.38)

Như các giả định ở trên thì có một goldstone boson  $G_V$  của boson chuẩn không hermitian  $V$  và Higgs trung hòa nhẹ CP chẵn  $h \equiv R_3$ . Hạt Higgs này có thể được đồng nhất với boson Higgs tựa SM được tìm thấy bởi LHC thông qua đỉnh tương tác với fermion và boson chuẩn, chúng tôi sẽ trình bày chi tiết ở phần sau.

Mô hình chỉ chứa một cặp boson Higgs mang điện đôi  $\Delta^{\pm\pm}$  với khối lượng:

$$m_{\Delta^{++}}^2 = k_3^2 \tilde{\lambda}_3^{\phi S} + n_2^2 \left( -\frac{f_{22}^{\phi S}}{n_S} - \tilde{\lambda}_2^{\phi S} \right) - 2n_S^2 \lambda_1^S. \quad (1.39)$$

Xét các vô hướng tích điện đơn, chúng tôi tìm thấy 2 trạng thái riêng khối lượng bằng 0 tương ứng với 2 goldstone bosons của  $W^\pm$  và  $Y^\pm$ . Có ba trạng thái ban đầu cũng là trạng thái riêng khối lượng của chúng:

$$G_W^\pm \equiv H_3^\pm, \quad m_{G_W} = 0,$$

$$m_{H_1^\pm}^2 = \mu_1'^2 + k_3^2 \tilde{\lambda}_{13}^\phi,$$

$$m_{\Delta^+}^2 = \frac{1}{2} \left( k_3^2 \tilde{\lambda}_3^{\phi S} - \frac{2n_2^2(n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S} + f_{22}^{\phi S})}{n_S} - 4n_S^2 \lambda_1^S \right). \quad (1.40)$$

Còn 3 trạng thái còn lại  $(H_3^\pm, \sigma^\pm, H_S^\pm)$ , bình phương ma trận khối lượng có dạng như sau:

$$M_{3\sigma S}^2 = \begin{pmatrix} k_3^2 \tilde{\lambda}_{23}^\phi - n_S(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S}) & k_3 n_2 \tilde{\lambda}_{23}^\phi & \frac{n_2(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S})}{\sqrt{2}} \\ k_3 n_2 \tilde{\lambda}_{23}^\phi & \tilde{\lambda}_{23}^\phi n_2^2 + n_S^2 \tilde{\lambda}_3^{\phi S} & \frac{k_3 n_S \tilde{\lambda}_3^{\phi S}}{\sqrt{2}} \\ \frac{n_2(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S})}{\sqrt{2}} & \frac{k_3 n_S \tilde{\lambda}_3^{\phi S}}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \left( k_3^2 \tilde{\lambda}_3^{\phi S} - \frac{n_2^2(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S})}{n_S} \right) \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

Đễ dàng thấy rằng  $\text{Det}[M_{3\sigma S}^2] = 0$ , dẫn đến một trạng thái riêng khối lượng bằng 0 có thể là goldstone boson của  $V^\pm$ .

Xét phổ Higgs trung hòa CP lẻ, có 3 trạng thái riêng khối lượng bằng 0 tương ứng với các goldstone boson của các boson chuẩn  $Z, Z'$  và  $V^0$ . Cụ thể, biểu thức khối lượng và trạng thái riêng khối lượng là :

$$m_{I_1}^2 = \mu_1'^2, \quad m_{I_\Delta}^2 = -\frac{n_2^2(n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S} + f_{22}^{\phi S})}{n_S} - 2n_S^2 \lambda_1^S, \\ m_{G_Z}^2 = 0, \quad G_Z \equiv I_3, \quad (1.42)$$

với  $G_Z$  là goldstone boson bị ăn bởi  $Z$ . Năm trạng thái còn lại chia thành hai ma trận khối lượng bình phương, tương ứng với cơ sở  $(I_2, I_S)$  và  $(I_{\sigma_1}, I_{\sigma_2}, I_{\sigma_S})$ , cụ thể:

$$M_{I_2 S}^2 = \begin{pmatrix} -n_S(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S}) & \frac{n_2(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S})}{\sqrt{2}} \\ \frac{n_2(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S})}{\sqrt{2}} & -\frac{n_2^2(2f_{22}^{\phi S} + n_S \tilde{\lambda}_2^{\phi S})}{2n_S} \end{pmatrix},$$

$$M_{\sigma_{1,2}\Delta}^2 = \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_{12}^\phi n_2^2 + n_S^2 \tilde{\lambda}_1^{\phi S} + \mu_1^2 & -4n_S^2 \lambda_{12}^{\phi S} & 2n_2 n_S \lambda_{12}^{\phi S} \\ -4n_S^2 \lambda_{12}^{\phi S} & -4n_S f_{22}^{\phi S} & 2n_2 f_{22}^{\phi S} \\ 2n_2 n_S \lambda_{12}^{\phi S} & 2n_2 f_{22}^{\phi S} & -\frac{n_2^2 f_{22}^{\phi S}}{n_S} \end{pmatrix}. \quad (1.43)$$

Đầu tiên ma trận  $2 \times 2$  cho một goldstone boson của  $V^0$  ký hiệu là  $G'_V$ ,  $m_{G'_V} = 0$  và trạng thái riêng vật lý của Higgs trung hòa CP lẻ  $a_6$ . Khối lượng và ma trận trộn của chúng:

$$m_{G'_V} = 0, \quad m_{a_6}^2 = (-n_2^2 - 2n_S^2) \left( \frac{f_{22}^{\phi S}}{n_S} + \frac{\tilde{\lambda}_2^{\phi S}}{2} \right),$$

$$\begin{pmatrix} I_2 \\ I_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{2s} & -s_{2s} \\ s_{2s} & c_{2s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G'_V \\ a_6 \end{pmatrix}. \quad (1.44)$$

Liên quan đến ma trận thứ hai trong phương trình (1.43), dễ dàng kiểm tra thấy  $\text{Det}[M_{\sigma_{1,2}\Delta}^2] = 0$ , tương ứng tồn tại một trạng thái không có khối lượng có thể được xác định Goldstone boson của  $Z'$ . Bởi vì  $I_{\sigma_2}$  và  $I_\Delta$  không liên quan với các đỉnh tương tác trong biểu thức (1.15), nó đóng góp vào biên độ rẽ bậc một vòng của rẽ LFV. Chúng tôi chọn trường hợp đơn giản  $\lambda_{12}^{\phi S} = 0$ , dẫn đến  $I_{\sigma_1}$  chính là trạng thái riêng khối lượng. Các Higgs trung hòa CP lẻ liên quan đến đóng góp bậc một vòng của quá trình rẽ LFV là  $I_{\sigma_1}$  và  $a_6$ .

Như thảo luận ở phần boson Higgs đã đề cập ở trên, chúng ta có thể thấy rằng  $R_{\sigma_1}$  và  $I_{\sigma_1}$  là những phần thực và ảo của cùng một Higgs boson vật lý  $\sigma_1$  với khối lượng  $m_{\sigma_1}^2 = \mu_1^2 + \tilde{\lambda}_{12} n_2^2 + \tilde{\lambda}_1^{\phi S} n_S^2$ . Tương tự, có boson

Higgs ký hiệu  $h_6 = (h_6^0 + ia_6)/\sqrt{2}$  với khối lượng  $m_{h_6}^2 = m_{a_6}^2 = m_{h_6^0}^2$  cho trong phương trình (1.38) và(1.44).

Từ thế Higgs đơn giản được trình bày ở trên, quy tắc Feynman cho các đỉnh tự tương tác của các boson Higgs đóng góp vào biên độ rã LFVHD cho trong bảng 1.2. Chú ý rằng hệ số đỉnh tương tác  $hh_6h_6$  bằng 0.

Đỉnh	Hệ số đỉnh	Đỉnh	Hệ số đỉnh
$h\sigma_1^0\sigma_1^{0*}$	$-i\lambda_{13}m_W/g$	$h\sigma_1^0h_6$	$if^\phi s_{2s}/2$

**Bảng 1.2:** Quy tắc Feynman cho hằng số tự tương tác của Higgs đóng góp vào rã LFVHD.

### 1.3 Mô hình 3-3-1 với $\beta$ bất kỳ

Trong phần này, đầu tiên chúng tôi sẽ tóm tắt cấu trúc hạt trong mô hình 331 $\beta$ . Các lepton phân cực trái và phải được xếp vào phản tam tuyến trái của nhóm  $SU(3)_L$  và các đơn tuyến phải:

$$L'_{aL} = \begin{pmatrix} e'_a \\ -\nu'_a \\ E'_a \end{pmatrix}_L \sim \left( 1, 3^*, -\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \right), \quad a = 1, 2, 3,$$

$$e'_{aR} \sim (1, 1, -1), \quad \nu'_{aR} \sim (1, 1, 0), \quad E'_{aR} \sim \left( 1, 1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2} \right),$$

(1.45)

trong đó các đại lượng trong ngoặc đơn tương ứng là các đại lượng đặc trưng các biểu diễn của nhóm  $SU(3)_C$ ,  $SU(3)_L$  và siêu tích  $X$  của nhóm  $U(1)_X$ . Mô hình gồm ba neutrino phân cực phải (RH)  $\nu'_{aR}$  và lepton ngoại



lai nặng  $E'_{L,R}$ .

Các quark được sắp xếp để đảm bảo điều kiện khử dị thường, cụ thể là

$$Q'_{iL} = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \\ J'_i \end{pmatrix}_L \sim \left( 3, 3, \frac{1}{6} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \right), \quad (1.46)$$

$$Q'_{3L} = \begin{pmatrix} d'_3 \\ -u'_3 \\ J'_3 \end{pmatrix}_L \sim \left( 3, 3^*, \frac{1}{6} + \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \right), \quad (1.47)$$

$$\begin{aligned} u'_{aR} &\sim \left( 3, 1, \frac{2}{3} \right), \quad d'_{aR} \sim \left( 3, 1, \frac{-1}{3} \right), \\ J'_{iR} &\sim \left( 3, 1, \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}\beta}{2} \right), \quad J'_{3R} \sim \left( 3, 1, \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2} \right), \end{aligned} \quad (1.48)$$

ở đây  $i = 1, 2$ ,  $a = 1, 2, 3$  và  $J_{aL,R}$  là những quark ngoại lai được dự đoán bởi mô hình 331  $\beta$ . Các lepton cũng có thể sắp xếp theo mô hình chứa ba tam tuyến lepton phân cực trái, một thế hệ tam tuyến quark và hai thế hệ phản tam tuyến quark khác. Nhưng hai sự sắp xếp là tương đương theo ý nghĩa là chúng dự đoán cùng một hiện tượng vật lý [86,121].

Để sinh khối lượng cho boson chuẩn và fermion, cần 3 tam tuyến Higgs

như sau:

$$\begin{aligned}
\chi &= \begin{pmatrix} \chi^{+A} \\ \chi^{+B} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim \left( 1, 3, \frac{\beta}{\sqrt{3}} \right), \\
\rho &= \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{-B} \end{pmatrix} \sim \left( 1, 3, \frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \right), \\
\eta &= \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta^{-A} \end{pmatrix} \sim \left( 1, 3, -\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \right), \tag{1.49}
\end{aligned}$$

với,  $A, B$  là các điện tích tương ứng:  $A = \frac{1+\beta\sqrt{3}}{2}$  và  $B = \frac{-1+\beta\sqrt{3}}{2}$ .

Các thành phần trung hòa có trung bình chân không như sau:  $\langle \chi^0 \rangle = \frac{v_3}{\sqrt{2}}$ ,  $\langle \rho^0 \rangle = \frac{v_2}{\sqrt{2}}$ ,  $\langle \eta^0 \rangle = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$ , dẫn đến:

$$\chi^0 = \frac{v_3 + r_3 + ia_3}{\sqrt{2}}, \quad \langle \rho^0 \rangle = \frac{v_2 + r_2 + ia_2}{\sqrt{2}}, \quad \langle \eta^0 \rangle = \frac{v_1 + r_1 + ia_1}{\sqrt{2}}. \tag{1.50}$$

Sự phá vỡ đối xứng xảy ra theo hai bước:  $SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{v_3} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{v_1, v_2} U(1)_Q$ . Do đó, suy ra điều kiện phá vỡ tương ứng là  $v_3 > v_1, v_2$ . Ở bước phá vỡ thứ hai,  $\rho$  và  $\eta$  đóng vai trò của hai lưỡng tuyến  $SU(2)_L$  giống mô hình với hai lưỡng tuyến Higgs (2HDM), ngoại trừ sự khác biệt trong đỉnh tương tác với các fermion.

Khối lượng và trạng thái vật lý của các fermion thu được từ Lagrangian Yukawa:

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^Y = -Y_{ab}^e \bar{L}'_{aL} \eta^* e'_{bR} - Y_{ab}^\nu \bar{L}'_{aL} \rho^* \nu'_{bR} - Y_{ab}^E \bar{L}'_{aL} \chi^* E'_{bR} + \text{h.c.}, \quad (1.51)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{quark}}^Y = & -Y_{ia}^d \bar{Q}'_{iL} \rho d'_{aR} - Y_{3a}^d \bar{Q}'_{3L} \eta^* d'_{aR} - Y_{ia}^u \bar{Q}'_{iL} \eta u_{aR} - Y_{3a}^u \bar{Q}'_{3L} \rho^* u'_{aR} \\ & - Y_{ij}^J \bar{Q}'_{iL} \chi J'_{jR} - Y_{33}^J \bar{Q}'_{3L} \chi^* J'_{3R} + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (1.52)$$

Chúng tôi lưu ý rằng tùy thuộc vào các giá trị cụ thể của  $\beta$ , các số hạng Yukawa mới có thể xuất hiện nhưng có thể áp dụng đối xứng  $Z_2$  để loại trừ chúng, xem một ví dụ được nêu trong công bố [64].

Như được đề cập ở trên, các fermion thông thường nhận khối lượng từ tương tác của chúng với hai tam tuyến boson Higgs  $\eta$  và  $\rho$ , tương tự trong DM. Mặt khác, các quark trên (dưới) đều tương tác với cả hai ba tam tuyến Higgs, dẫn đến một đặc tính khác với bốn loại 2HDM phổ biến, trong đó tất cả các quark trên (dưới) chỉ tương tác với cùng một lưỡng tuyến Higgs để tránh dòng trung hòa thay đổi số vị (FCNC), xem ví dụ [106]. Kết quả là nhiều đặc tính thú vị liên quan đến đỉnh tương tác của các fermion thông thường trong mô hình  $331\beta$  đã được chỉ ra để phân biệt các mô hình 3-3-1 và mô hình 2HDM [64].

Các fermion ngoại lai chỉ tương tác với tam tuyến Higgs  $\chi$ . Do đó, trường boson Higgs trung hòa trong [64] có đặc tính là  $\chi^0$  không cho

đóng góp vào đỉnh tương tác của boson Higgs tựa SM, do đó boson Higgs tựa SM không tương tác với tất cả các fermion ngoại lai. Vì vậy, fermion ngoại lai không đóng góp vào biên độ đóng góp bậc một vòng của quá trình  $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ .

Khối lượng của fermion thông thường được xác định dựa trên thảo luận trong [13, 64, 85], ở đây chúng tôi bỏ qua góc trộn giữa các quark thông thường, do chúng ảnh hưởng không đáng kể đến các tính toán đề cập trong luận án này. Vì vậy, tất cả các ma trận khối lượng fermion thông thường là có dạng chéo. Để đơn giản chúng tôi cũng giả thiết ma trận khối lượng các fermion mới có dạng chéo. Tương ứng, các trạng thái fermion ban đầu cũng là trạng thái vật lý, do đó chúng sẽ được ký hiệu là  $e_{aL,R}, u_{aL,R}$  và  $d_{aL,R}$ . Khối lượng các fermion được xác định như sau:

$$\begin{aligned} m_{e_a} &= \frac{Y_{aa}^e v_1}{\sqrt{2}}, \quad m_{u_i} = \frac{Y_{ii}^u v_1}{\sqrt{2}}, \quad m_{d_i} = \frac{Y_{ii}^d v_2}{\sqrt{2}}, \quad m_{u_3} = -\frac{Y_{33}^u v_2}{\sqrt{2}}, \\ m_{d_3} &= \frac{Y_{33}^d v_1}{\sqrt{2}}, \quad m_{F_a} = \frac{Y_{aa}^F v_3}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (1.53)$$

ở đây  $Y_{ab}^f = 0 \forall a \neq b, f = e, u, d, F$  và  $F = J, E$ . Các liên hệ (1.53) sẽ được sử dụng để xác định quy tắc Feynman của các tương tác Yukawa trong các Lagrangian (1.51) và (1.52).

Mô hình chứa chín boson chuẩn mang điện yếu (EW) tương ứng với chín 9 trạng thái EW của nhóm  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ . Đạo hàm hiệp biến

được xác định như sau [13, 85, 110]:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - igT^a W_\mu^a - ig_X X T^9 X_\mu, \quad (1.54)$$

ở đây  $T^9 = 1/\sqrt{6}$ ,  $g$  và  $g_X$  là hằng số tương tác của nhóm  $SU(3)_L$  và  $U(1)_X$  tương ứng. Ma trận  $W^a T^a$ , với  $T^a = \lambda_a/2$  tương ứng:

$$W_\mu^a T^a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & \sqrt{2} W_\mu^+ & \sqrt{2} Y_\mu^{+A} \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & \sqrt{2} V_\mu^{+B} \\ \sqrt{2} Y_\mu^{-A} & \sqrt{2} V_\mu^{-B} & -\frac{2}{\sqrt{3}} W_\mu^8 \end{pmatrix}, \quad (1.55)$$

ở đây chúng tôi đã xác định trạng thái riêng khối lượng của boson:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Y_\mu^{\pm A} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^4 \mp iW_\mu^5), \quad V_\mu^{\pm B} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^6 \mp iW_\mu^7), \quad (1.56)$$

và  $A, B$  là điện tích của boson chuẩn tương ứng trong phương trình:

$$A = \frac{1}{2} + \beta \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad B = -\frac{1}{2} + \beta \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (1.57)$$

Chúng tôi lưu ý  $B$  cũng là điện tích của các lepton mới  $E_a$ .

Phá vỡ đối xứng được thực hiện qua hai bước:  $SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{v_3} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{v_1, v_2} U(1)_Q$ , tương ứng với sự biến đổi sau đây của các boson trung hòa tạo thành cơ sở ban đầu cho cơ sở vật lý cuối cùng:  $X_\mu, W_\mu^3, W_\mu^8 \xrightarrow{\theta_{331}} B_\mu, W_\mu^3, Z'_\mu \xrightarrow{\theta_W} A_\mu, Z_\mu, Z'_\mu \xrightarrow{\theta} A_\mu, Z_{1\mu}, Z_{2\mu}$ . Sau bước phá vỡ thứ nhất, năm boson chuẩn sẽ nhận khối lượng và bốn boson chuẩn không khối lượng còn lại được đồng nhất với các boson chuẩn của SM trước khi có phá vỡ đối xứng về  $U(1)_Q$ . Hai trạng thái vật lý  $Z_{1,2}$

được trộn lẫn từ các boson chuẩn trong SM và boson chuẩn nặng  $Z_\mu$  và  $Z'_\mu$ . Các hằng số tương tác chuẩn được xác định như sau:

$$g_2 = g, \quad g_1 = g_X \frac{g}{\sqrt{6g^2 + \beta^2 g_X^2}}, \quad (1.58)$$

với  $g_2$  và  $g_1$  là hằng số tương tác của các nhóm tương ứng trong SM là  $SU(2)_L$  và  $U(1)_Y$ . Sử dụng góc trộn yếu được định nghĩa theo  $t_W = \tan \theta_W = g_1/g_2$  và  $s_W = \sin \theta_W$  và  $c_W = \cos \theta_W$ , và hệ thức đã biết:

$$\frac{g_X^2}{g^2} = \frac{6s_W^2}{1 - (1 + \beta^2)s_W^2} = \frac{6s_W^2}{c_W^2(1 - \beta^2 t_W^2)}, \quad (1.59)$$

dẫn đến điều kiện  $|\beta| \leq \sqrt{3}$  được sử dụng trong giải số. Khối lượng của các boson thu được đưa ra trong (1.56):

$$m_Y^2 \equiv m_{Y^{\pm A}}^2 = \frac{g^2}{4}(v_3^2 + v_1^2), \quad m_V^2 \equiv m_{V^{\pm B}}^2 = \frac{g^2}{4}(v_3^2 + v_2^2), \quad (1.60)$$

$$m_W^2 \equiv m_{W^\pm}^2 = \frac{g^2}{4}(v_1^2 + v_2^2). \quad (1.61)$$

Điều kiện để boson chuẩn  $W$  phù hợp với SM cho hệ quả  $v^2 \equiv v_1^2 + v_2^2 \simeq 246^2 [\text{GeV}^2]$ . Dựa trên các công bố [13, 16], các tỷ lệ giữa các VEV được sử dụng để xác định ba tham số trộn như sau:

$$s_{ij} \equiv \frac{v_i}{\sqrt{v_i^2 + v_j^2}}, \quad c_{ij} \equiv \sqrt{1 - s_{ij}^2}, \quad t_{ij} \equiv \tan \beta_{ij} = \frac{s_{ij}}{c_{ij}}, \quad (1.62)$$

với  $i < j$  và  $i, j = 1, 2, 3$ .

Mô hình dự đoán ba boson chuẩn trung hòa bao gồm cả photon không

khối lượng. Các góc trộn boson chuẩn ở bước phá vỡ thứ nhất là [13]:

$$s_{331} \equiv \sin \theta_{331} = \frac{\sqrt{6}g}{\sqrt{6g^2 + \beta^2 g_X^2}} = \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2},$$

$$c_{331} \equiv \cos \theta_{331} = \beta t_W. \quad (1.63)$$

Mối quan hệ giữa cơ sở ban đầu và cơ sở vật lý của các boson chuẩn trung hòa là

$$\begin{pmatrix} X_\mu \\ W_\mu^3 \\ W_\mu^8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{331} & 0 & c_{331} \\ 0 & 1 & 0 \\ c_{331} & 0 & -s_{331} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_W & -s_W & 0 \\ s_W & c_W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -s_\theta \\ 0 & s_\theta & c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} s_{331}c_W, & (-s_{331}s_Wc_\theta + c_{331}s_\theta), & (s_{331}s_Ws_\theta + c_{331}c_\theta) \\ s_W, & c_Wc_\theta, & -s_\theta c_w \\ c_{331}c_W, & -(c_{331}s_Wc_\theta + s_{331}s_\theta), & (c_{331}s_Ws_\theta - s_{331}c_\theta) \end{pmatrix}, \quad (1.64)$$

ở đây giới hạn  $v^2 \ll v_3^2$ , góc trộn  $\theta$  được xác định như [16]:

$$s_\theta \equiv \sin \theta = \left( 3\beta \frac{s_W^2}{c_W^2} + \frac{\sqrt{3}(t_{21}^2 - 1)}{t_{21}^2 + 1} \right) \frac{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} v^2}{4c_W v_3^3}, \quad (1.65)$$

và  $M_{Z'}^2 = g^2 v_3^2 / (3s_{331}^2) + \mathcal{O}(v^2)$ .

Tiếp theo, chúng tôi sẽ xét gần đúng các hệ thức biểu diễn trạng thái vật lý cho các boson chuẩn trung hòa  $Z_1 \equiv Z$  và  $Z_2 \equiv Z'$ , trong đó  $Z$  là hạt được tìm thấy bằng thực nghiệm.

Thế Higgs trong mô hình có dạng:

$$\begin{aligned} V_h &= \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 \\ &+ \lambda_{12} (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{13} (\eta^\dagger \eta) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{23} (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) \\ &+ \tilde{\lambda}_{12} (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) + \tilde{\lambda}_{13} (\eta^\dagger \chi) (\chi^\dagger \eta) + \tilde{\lambda}_{23} (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) \end{aligned}$$

$$- \sqrt{2}f (\epsilon_{ijk}\eta^i\rho^j\chi^k + \text{H.c.}). \quad (1.66)$$

Điều kiện cực tiểu của thế Higgs có thể tham khảo [13, 85]. Sau đó, chúng ta có thể biểu diễn  $\mu_i^2$  là hàm của các tham số tự do được chọn cụ thể trong phần tiếp theo. Thay vào phương trình thế Higgs (1.66) suy ra phương trình được sử dụng để xác định khối lượng và trạng thái vật lý của tất cả các boson Higgs.

Mối quan hệ giữa trạng thái đầu và trạng thái riêng khối lượng của boson Higgs mang điện [13, 85]:

$$\begin{pmatrix} \phi_W^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = R(\beta_{12}) \begin{pmatrix} \rho^\pm \\ \eta^\pm \end{pmatrix}, \quad m_{H^\pm}^2 = \frac{\tilde{\lambda}_{12}v^2}{2} + \frac{fv_3}{2s_{12}c_{12}}, \quad (1.67)$$

$$\begin{pmatrix} \phi_Y^{\pm A} \\ H^{\pm A} \end{pmatrix} = R(\beta_{13}) \begin{pmatrix} \chi^{\pm A} \\ \eta^{\pm A} \end{pmatrix}, \quad m_{H^{\pm A}}^2 = \left( \frac{\tilde{\lambda}_{13}}{2} + \frac{f}{t_{12}v_3} \right) (v_1^2 + v_3^2), \quad (1.68)$$

$$\begin{pmatrix} \phi_V^{\pm B} \\ H^{\pm B} \end{pmatrix} = R(\beta_{23}) \begin{pmatrix} \chi^{\pm B} \\ \rho^{\pm B} \end{pmatrix}, \quad m_{H^{\pm B}}^2 = \left( \frac{\tilde{\lambda}_{23}}{2} + \frac{t_{12}f}{v_3} \right) (v_2^2 + v_3^2), \quad (1.69)$$

trong đó các trạng thái  $m_{\phi_W}, m_{\phi_V}, m_{\phi_Y} = 0$ , . Các trạng thái riêng khối lượng  $\phi_W^\pm, \phi_Y^{\pm A}$  và  $\phi_V^{\pm B}$  là các Goldstone được ăn bởi các boson chuẩn vật lý. Ở đây chúng tôi qui ước viết ma trận trộn  $R(x)$  như sau:

$$R(x) \equiv \begin{pmatrix} c_x & -s_x \\ s_x & c_x \end{pmatrix}. \quad (1.70)$$

Xét phần Higgs boson trung hòa, để tránh sự đóng góp ở cấp độ cây của SM-like Higgs boson vào dòng trung hòa thay đổi số vị (FCNC) trong



phần quark, chúng tôi sử dụng giới hạn được giới thiệu trong [64], cụ thể là

$$f = \lambda_{13} t_{12} v_3 = \frac{\lambda_{23} v_3}{t_{12}}. \quad (1.71)$$

Từ đây, chúng tôi chọn  $f$  và  $\lambda_{23}$  như là các hàm của phần còn lại, dẫn đến dạng sau của ma trận khối bình phương tương ứng với cơ sở  $(r_1, r_2, r_3)$ :

$$M_r^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 s_{12}^2 v^2 + \lambda_{13} v_3^2 & t_{12} (\lambda_{12} c_{12}^2 v^2 - \lambda_{13} v_3^2) & 0 \\ t_{12} (\lambda_{12} c_{12}^2 v^2 - \lambda_{13} v_3^2) & 2c_{12}^2 \lambda_2 v^2 + t_{12}^2 \lambda_{13} v_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & s_{12}^2 \lambda_{13} v^2 + 2\lambda_3 v_3^2 \end{pmatrix}. \quad (1.72)$$

Kết quả là,  $r_3 \equiv h_3^0$  là trạng thái vật lý của boson Higgs trung hòa  $CP$  chẵn với khối lượng  $m_{h_3^0}^2 = \lambda_{13} s_{12}^2 v^2 + 2\lambda_3 v_3^2$ . Ma trận bình phương khối lượng  $2 \times 2$  trong phương trình (1.72) được ký hiệu là  $M_r'^2$ , được chéo hóa theo [64]:

$$R(\alpha) M_r'^2 R^T(\alpha) = \text{diag}(m_{h_1^0}^2, m_{h_2^0}^2), \quad (1.73)$$

với:

$$\alpha \equiv \beta_{12} - \frac{\pi}{2} + \delta, \quad (1.74)$$

$$\tan 2\delta = \frac{2M_{12}^2}{M_{22}^2 - M_{11}^2} \sim \mathcal{O}\left(\frac{v^2}{v_3^2}\right), \quad (1.75)$$

$$m_{h_1^0}^2 = M_{11}^2 \cos^2 \delta + M_{22}^2 \sin^2 \delta - M_{12}^2 \sin 2\delta, \quad (1.76)$$

$$m_{h_2^0}^2 = M_{11}^2 \sin^2 \delta + M_{22}^2 \cos^2 \delta + M_{12}^2 \sin 2\delta, \quad (1.77)$$

$$M_{11}^2 = 2 (s_{12}^4 \lambda_1 + c_{12}^4 \lambda_2 + s_{12}^2 c_{12}^2 \lambda_{12}) v^2 = \mathcal{O}(v^2),$$

$$M_{12}^2 = [-\lambda_1 s_{12}^2 + \lambda_2 c_{12}^2 + \lambda_{12}(s_{12}^2 - c_{12}^2)] s_{12} c_{12} v^2 = \mathcal{O}(v^2),$$

$$M_{22}^2 = 2s_{12}^2 c_{12}^2 [\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_{12}] v^2 + \frac{\lambda_{13} v_3^2}{c_{12}^2}.$$

Tương tự:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = R^T(\alpha) \begin{pmatrix} h_1^0 \\ h_2^0 \end{pmatrix}. \quad (1.78)$$

Để xác định boson Higgs tựa SM, đầu tiên chúng tôi xét phương trình (1.75), dẫn đến  $\delta = \mathcal{O}(\frac{v^2}{v_3^2}) \simeq 0$  khi  $v^2 \ll v_3^2$ . Trong giới hạn,  $m_h^2 = M_{11}^2 + v^2 \times \mathcal{O}(\frac{v^2}{v_3^2}) \sim M_{11}^2$  trong khi  $m_{h_2^0}^2 = M_{22}^2 + v^2 \times \mathcal{O}(\frac{v^2}{v_3^2}) \simeq M_{22}^2$ . Do vậy,  $h_1^0 \equiv h$  được đồng nhất với boson Higgs trong SM được LHC tìm ra. Hơn thế nữa, trong tính toán sau này chúng tôi sẽ thấy rõ hơn rằng các đỉnh tương tác của Higgs boson đang xét giống như đỉnh tương tác được đưa ra trong SM trong giới hạn  $\delta \rightarrow 0$ .

Bởi vì ma trận  $M_r'^2$  cho trong (1.72) và trong (1.73) chỉ khác nhau bởi phép biến đổi unitary  $R(\alpha)$ , nên vết của chúng bằng nhau:  $\text{Tr}[M_r'^2] = \text{Tr}[R(\alpha)M_r'^2 R^T(\alpha)] = m_{h_1^0}^2 + m_{h_2^0}^2$ . Theo đó,  $\lambda_{13}$  có thể tính theo biểu thức

$$\lambda_{13} = \frac{c_{12}^2}{v_3^2} \left[ m_{h_1^0}^2 + m_{h_2^0}^2 - 2v^2 (s_{12}^2 \lambda_1 + c_{12}^2 \lambda_2) \right]. \quad (1.79)$$

Vì vậy chúng tôi chọn  $\delta$ ,  $m_{h_1^0} \equiv m_h$  và  $m_{h_2^0}$  như tham số tự do đầu vào.

Khi đó, các tham số  $\lambda_{13}$ ,  $\lambda_{12}$  và  $\lambda_2$  là các tham số phụ thuộc, tính được

theo các biểu thức sau:

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= t_{12}^4 \lambda_1 + \frac{-[c_\delta^2(t_{12}^2 - 1) + t_{12}s_{2\delta}] m_h^2 + [s_\delta^2(1 - t_{12}^2) + s_{2\delta}t_{12}] m_{h_2^0}^2}{2c_{12}^2 v^2}, \\ \lambda_{12} &= -2t_{12}^2 \lambda_1 + \frac{(s_{2\delta} + 2t_{12}c_\delta^2) m_h^2 + (-s_{2\delta} + 2t_{12}s_\delta^2) m_{h_2^0}^2}{2s_{12}c_{12} v^2},\end{aligned}\quad (1.80)$$

và  $\lambda_{13}$  cho trong (1.79).

Hằng số tự tương tác của boson Higgs phải đảm bảo rằng buộc về điều kiện ổn định trung bình chân không của thế Higgs [20], các giới hạn nhiễu loạn và điều kiện dương của ma trận bình phương khối lượng các boson Higgs. Chúng tôi lưu ý rằng trong trường hợp không áp đặt các mối quan hệ trong (1.71), sự trộn giữa Higgs boson tựa SM với các Higgs boson trung hòa nặng khác vẫn bị triệt tiêu do điều kiện  $v_3 > 5$  TeV đủ lớn để khử FCNCs trong mô hình 3-3-1 [80].

## 1.4 Kết luận chương

Trong chương này, chúng tôi đã trình bày phổ hạt, các trạng thái vật lý của các lepton và boson trong mô hình 331 $\beta$ . Tất cả các tham số trộn giữa các boson, các Higgs... cũng đã được chúng tôi trình bày. Đây là cơ sở để chúng tôi tính các đỉnh tương tác và khảo sát các quá trình đã đề cập.

## Chương 2

# KẾT QUẢ GIẢI TÍCH CỦA QUÁ TRÌNH RÃ LFVHD TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 ĐẢO

### 2.1 Nguồn vi phạm số lepton thế hệ và các tương tác liên quan đến quá trình rã LFVHD

Nguồn LFV trong mô hình đến từ tương tác của các lepton, các hạt Higgs mới... Trong phần này, chúng tôi chỉ chú ý đến các đỉnh góp phần vào biên độ phân rã của LFV rã  $h \rightarrow e_b e_a$  và  $e_b \rightarrow e_a \gamma$  ở bậc đỉnh bậc một vòng. Chúng tôi cũng áp dụng các kết quả được giới thiệu trong [83] để tính toán biên độ rã  $h \rightarrow e_a e_b$ . Trong mô hình này, đỉnh tương tác của lepton mang điện với neutrino cho đóng góp không đáng kể vào các biên độ rã LFV, tương tự như trường hợp của neutrino nhẹ trong SM. Do đó

những đỉnh tương tác của các lepton thông thường cho đóng góp đáng kể vào biên độ rã LFV chỉ liên quan đến các lepton ngoại lai nặng  $E_i$ , dẫn đến kết quả là các tương tác LFV xét trong trường hợp này chỉ là  $V^0 \overline{E}_i e_a$  hoặc  $s^0 \overline{E}_i e_a$  và liên hợp Dirac của chúng.

Đỉnh  $\overline{f} f V$  được suy ra từ Lagrangian của lepton:

$$\mathcal{L}_{ffV} = \sum_{i=1}^7 i \overline{e_{iR}} \gamma^\mu D_\mu e_{iR} + \sum_{i=e,\mu,\tau} i \overline{L}_i \gamma^\mu D_\mu L_i, \quad (2.1)$$

với  $P_R \psi_{e_i} \equiv e_{iR} \simeq (1, 1, -1)$  được sử dụng thay vì  $e_i^c = (e_{iR})^c$  được cho trong bảng 1.1, mối quan hệ chi tiết giữa các đại lượng này xem trong [63]. Các số hạng sau có liên quan đến đỉnh tương tác của LFVHD:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ffV}^{\text{LFV}} &= g \left[ \overline{E}_{eL} \gamma^\mu e_L + \frac{1}{\sqrt{2}} (\overline{E}_{\mu L} \gamma^\mu \mu_L + \overline{E}_{\tau L} \gamma^\mu \tau_L) \right] V_\mu^0 + \text{h.c.} \\ &= g \left[ (V_L^{E*})_{3i} \overline{E}_i \gamma^\mu P_L e + \frac{1}{\sqrt{2}} [(V_L^{E*})_{1i} \overline{E}_i \gamma^\mu P_L \mu + (V_L^{E*})_{2i} \overline{E}_i \gamma^\mu P_L \tau] \right] V_\mu^0 \\ &+ \text{H.c.} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dựa trên quy tắc Feynman để tính biên độ ở đóng góp bậc một vòng của quá trình rã  $h \rightarrow e_a e_b$ , các giản đồ cần chứa đỉnh  $h V^0 V^{0*}$ , hoặc  $h s^0 V^{0*}$  khác không, ở đây  $s^0$  là boson Higgs trung hòa. Trong mô hình đang xét các loại tương tác này không xuất hiện trong mô hình. Ngược lại, các đỉnh tương tác được đưa ra trong (2.2) lại đóng góp vào biên độ phân rã  $e_b \rightarrow e_a \gamma$ .

Đỉnh  $\overline{f} f s^0$  được suy ra từ Lagrangian Yukawa (1.15). Trong cơ sở vật lý, đỉnh Yukawa đóng góp tới LFVHD như sau:

$$\mathcal{L}_{s^0 ff} = -\frac{H_1^{0*}}{k_1} [m_\mu \overline{\mu}_R \mu_L + m_\tau \overline{\tau}_R \tau_L]$$

$$\begin{aligned}
& -\sigma_1^0 \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{m_\mu}{k_1} (V_L^{E*})_{1i} \bar{E}_i P_{R\mu} + \frac{m_\tau}{k_1} (V_L^{E*})_{2i} \bar{E}_i P_{R\tau} \right] \\
& - h_6^* \sum_{i=1}^3 \left[ s_{2s} (Y_{1i}^\ell \bar{E}_i P_{L\mu} + Y_{2i}^\ell \bar{E}_i P_{L\tau}) + \frac{c_{2s} n_S}{n_2} Y_{3i}^\ell \bar{E}_i P_{Le} \right] + \text{H.c.}, \quad (2.3)
\end{aligned}$$

ở đây ma trận  $Y^\ell$  cho trong phương trình (1.11), có thể được viết theo số hạng khối lượng lepton mang điện nặng và các tham số trộn dựa trên phương trình (1.12):

$$Y^\ell = \frac{1}{n_2} \text{diag}(m_{E_1}, m_{E_2}, m_{E_3}) V_L^{E\dagger}. \quad (2.4)$$

Để thuận tiện trong việc tính toán các đóng góp một vòng vào biên độ của quá trình rải boson Higgs trung hòa, Lagrangian (2.3) được viết dưới dạng sau:

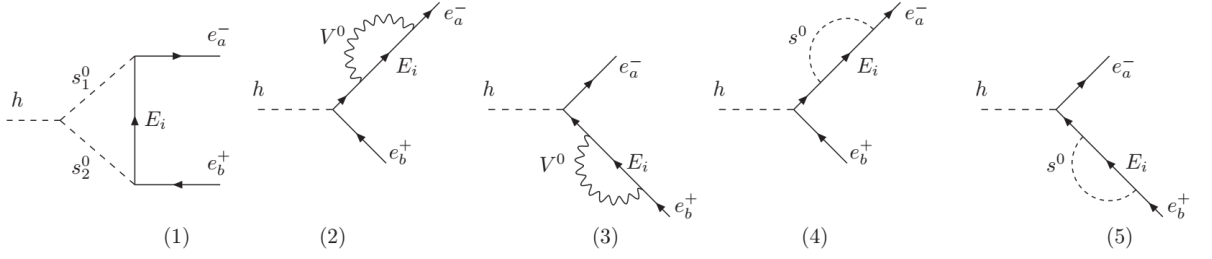
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{sff} = & -\frac{H_1^{0*}}{k_1} [m_\mu \bar{\mu}_R \mu_L + m_\tau \bar{\tau}_R \tau_L] - \sigma_1^0 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1,2} Y_{ji}^{\sigma_1^0} \bar{E}_i P_{Re(j+1)} \\
& - h_6^* \sum_i^3 \left[ \sum_{j=1}^2 Y_{ji}^{h_6} \bar{E}_i P_{Le(j+1)} + Y_{3i}^{h_6} \bar{E}_i P_{Le} \right] + \text{H.c.}, \quad (2.5)
\end{aligned}$$

ở đây hằng số  $Y_{ji}^s$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , được xác định như sau:

$$Y_{ji}^{\sigma_1^0} = \begin{cases} \frac{m_{e(j+1)}}{k_1} (V_L^{E*})_{ji}, & j = 1, 2, \\ 0, & j = 3 \end{cases}, \quad Y_{ji}^{h_6} = s_{2s} Y_{ji}^\ell; \quad j = 1, 2, 3, \quad (2.6)$$

ở đây đã sử dụng  $s_{2s} = \frac{c_{2s} n_S}{n_2}$ .

Các giản đồ Feynman bậc một vòng đóng góp vào biên độ rải LFVHD được biểu thị trong hình 2.1.



**Hình 2.1:** Giải đồ đóng góp bậc một vòng của quá trình rã  $h \rightarrow e_a e_b$  trong chuẩn unitary, với  $s^0, s_1^0, s_2^0 = h_6, \sigma_1^0$ .

## 2.2 Biểu thức giải tích của biên độ quá trình rã $h \rightarrow \mu\tau$

Bề rộng rã của quá trình rã  $h \rightarrow e_a e_b$  được xác định như sau:

$$\Gamma(h \rightarrow e_a e_b) \equiv \Gamma(h \rightarrow e_a^- e_b^+) + \Gamma(h \rightarrow e_a^+ e_b^-) = \frac{m_h}{8\pi} (|\Delta_{(ba)L}|^2 + |\Delta_{(ba)R}|^2), \quad (2.7)$$

với điều kiện  $m_h \gg m_{a,b}$  và  $m_{a,b}$  là khối lượng các lepton mang điện,  $a, b = 1, 2, 3$  tương ứng với  $e, \mu, \tau$ . Điều kiện về xung lượng cho các hạt bên ngoài  $p_{a,b}^2 = m_{a,b}^2$  và  $p_h^2 \equiv (p_a + p_b)^2 = m_h^2$ . Tỷ lệ rã nhánh của quá trình LFBVD là  $\text{BR}(h \rightarrow e_a e_b) = \Gamma(h \rightarrow e_a e_b) / \Gamma_h^{\text{total}}$  với  $\Gamma_h^{\text{total}} = 4.1 \times 10^{-3}$  GeV. Các các qui ước trong [83], hàm  $\Delta_{(ba)L,R}$  được viết như sau:

$$\Delta_{(ba)L,R} = \sum_{i=1}^5 \Delta_{(ba)L,R}^{(i)}, \quad (2.8)$$

các tính toán chi tiết các đại lượng  $\Delta_{(ba)L,R}^{(i)}$  được cho trong [83]. Trong một số nghiên cứu trước [84,85], có thể thấy  $\Delta_{(ba)L,R}^{(2+3)}$  và  $\Delta_{(ba)L,R}^{(4+5)}$  cho đóng góp rất nhỏ, do đó chúng tôi chỉ tập trung vào các biểu thức  $\Delta_{(ba)L,R}^{(1)} =$

$\Delta_{(ba)L,R}$  với các đóng góp sau khác không:

$$\begin{aligned}\Delta_{(32)L,R} &= \Delta_{(32)L,R}^{\sigma_1^0\sigma_1^0} + \Delta_{(32)L,R}^{\sigma_1^0h_6} + \Delta_{(32)L,R}^{h_6\sigma_1^0}, \\ \Delta_{(b1)L,R} &= \Delta_{(b1)L,R}^{\sigma_1^0h_6},\end{aligned}\tag{2.9}$$

với  $b = 2, 3$  và:

$$\Delta_{(32)L}^{\sigma_1^0\sigma_1^0} = \frac{m_\tau \lambda_{13} m_W}{16\pi^2 g} \times \sum_{i=1}^3 Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{\sigma_1^0} \left[ -C_2(0, 0; m_{E_i}^2, m_{\sigma_1^0}^2, m_{\sigma_1^0}^2) \right],$$

$$\Delta_{(32)R}^{\sigma_1^0\sigma_1^0} = \frac{m_\mu \lambda_{13} m_W}{16\pi^2 g} \times \sum_{i=1}^3 Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{\sigma_1^0} \left[ C_1(0, 0; m_{E_i}^2, m_{\sigma_1^0}^2, m_{\sigma_1^0}^2) \right],$$

$$\Delta_{(32)L}^{\sigma_1^0h_6} = -\frac{f^\phi s_{2s}}{32\pi^2} \times \sum_{i=1}^3 Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{h_6} \left[ m_{E_i} C_0(0, 0; m_{E_i}^2, m_{\sigma_1^0}^2, m_{h_6}^2) \right],$$

$$\Delta_{(32)R}^{\sigma_1^0h_6} = 0,$$

$$\Delta_{(32)L}^{h_6\sigma_1^0} = 0,$$

$$\Delta_{(32)R}^{h_6\sigma_1^0} = -\frac{f^\phi s_{2s}}{32\pi^2} \times \sum_{i=1}^3 Y_{1i}^{\sigma_1^0} Y_{2i}^{h_6*} \left[ m_{E_i} C_0(0, 0; m_{E_i}^2, m_{h_6}^2, m_{\sigma_1^0}^2) \right],$$

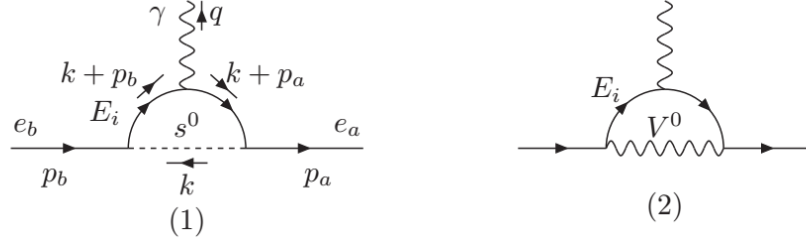
$$\Delta_{(b1)L}^{\sigma_1^0h_6} = 0,$$

$$\Delta_{(b1)R}^{\sigma_1^0h_6} = -\frac{f^\phi s_{2s}}{32\pi^2} \times \sum_{i=1}^3 Y_{3i}^{\sigma_1^0} Y_{(b-1)i}^{h_6*} \left[ m_{E_i} C_0(0, 0; m_{E_i}^2, m_{h_6}^2, m_{\sigma_1^0}^2) \right].$$

Hàm  $C_{0,1,2} \equiv C_{1,2}(0, 0; m_{E_i}^2, m_{s_1^0}^2, m_{s_2^0}^2)$  là các hàm Passarino-Veltman (PV) ba điểm bậc một vòng cho trong [83].

Trong chuẩn unitary, giản đồ Feynman cho đóng góp bậc một vòng vào biên độ của quá trình rã  $e_b \rightarrow e_a \gamma$  ( $a < b$ ) được cho trong 2.2. Trong giới hạn năng lượng thấp, tỷ lệ rã nhánh của quá trình rã cLFV có thể viết ở





**Hình 2.2:** Giản đồ đóng góp bậc một vòng của quá trình rã  $e_b \rightarrow e_a \gamma$ , với  $s^0 = \sigma_1^0, h_6$ .

dạng thuận tiện như sau:

$$\text{BR}(e_b \rightarrow e_a \gamma) = \left(1 - \frac{m_a^2}{m_b^2}\right)^3 \times \frac{3\alpha_e}{2\pi} \left(|F_{(ba)L}|^2 + |F_{(ba)R}|^2\right) \times \text{BR}(e_b \rightarrow e_a \bar{\nu}_a \nu_b), \quad (2.10)$$

với  $\alpha_e \simeq 1/137$ ,  $F_{(ba)L,R} = \frac{C_{(ba)L,R}}{m_b} \times \left(\frac{g^2 e}{32\pi^2 m_W^2}\right)^{-1}$  và  $C_{(ba)L,R}$  là đóng góp bậc một vòng vào biên độ rã trong 2.2. Các giá trị thực nghiệm đã biết cho  $\text{BR}(e_b \rightarrow e_a \bar{\nu}_a \nu_b)$  là  $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) \simeq 17.41\%$ ,  $\text{BR}(\tau \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau) \simeq 17.83\%$  và  $\text{BR}(\mu \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\mu) \simeq 100\%$  [94]. Công thức tính  $C_{(ba)L,R}$  thu được dựa trên kết quả [84, 85]. Do vậy, chúng tôi có thể sử dụng giới hạn  $m_a^2, m_b^2 \simeq 0$ , kết quả như sau:

$$\begin{aligned} F_{(ba)L,R} &= F_{(ba)L,R}^{(1)} + F_{(ba)L,R}^{(2)}, \\ F_{(32)L}^{(1)} &= \sum_{i=1}^3 \frac{2m_W^2 Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{\sigma_1^0}}{g^2 m_{\sigma_1^0}^2} g_s(t_{\sigma_1^0, i}) + \sum_{i=1}^3 \frac{2m_\mu m_W^2 Y_{1i}^{h_6*} Y_{2i}^{h_6}}{m_\tau g^2 m_{h_6}^2} g_s(t_{h_6, i}), \\ F_{(32)R}^{(1)} &= \sum_{i=1}^3 \frac{2m_\mu m_W^2 Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{\sigma_1^0}}{m_\tau g^2 m_{\sigma_1^0}^2} g_s(t_{\sigma_1^0, i}) + \sum_{i=1}^3 \frac{2m_W^2 Y_{1i}^{h_6*} Y_{2i}^{h_6}}{g^2 m_{h_6}^2} g_s(t_{h_6, i}), \\ F_{(b1)L}^{(1)} &= \frac{m_e}{m_b} F_{(b1)R}^{(1)} = \sum_{i=1}^3 \frac{2m_e m_W^2 Y_{3i}^{h_6*} Y_{(b-1)i}^{h_6}}{m_b g^2 m_{h_6}^2} g_s(t_{h_6, i}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{(32)L}^{(2)} &= \frac{m_\mu}{m_\tau} F_{(32)R}^{(2)} = \frac{2m_W^2}{m_{V^0}^2} \sum_{i=1}^3 V_{1i}'^E V_{2i}'^{E*} g_v(t_{v,i}), \\
F_{(b1)L}^{(2)} &= \frac{m_e}{m_b} F_{(b1)R}^{(2)} = \frac{2m_W^2}{m_{V^0}^2} \sum_{i=1}^3 V_{3i}'^E V_{(b-1)i}'^{E*} g_v(t_{v,i}),
\end{aligned} \tag{2.11}$$

với  $t_{x,i} = m_{E_i}^2/m_x^2$  ( $x = \sigma_1^0, h_6, V^0$ ),

$$V_{ai}'^E = \begin{cases} (V_L^E)_{ai}, & a = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(V_L^E)_{ai}, & a = 1, 2 \end{cases}, \tag{2.12}$$

và hàm  $g_s(t_{s,i})$ ,  $g_v(t_{v,i})$  được cho trong phụ lục A.

Chúng tôi lưu ý rằng  $\sigma_1^0$  chỉ cho đóng góp vào ã LFV  $t \rightarrow \mu\gamma$  và  $h \rightarrow \mu\tau$ .

### 2.3 Kết luận chương

Trong chương này, chúng tôi đã tính được các đỉnh tương tác liên quan đến quá trình LFVHD trong mô hình 331 đảo. Chúng tôi cũng đã xây dựng được công thức giải tích tính tỷ lệ ã nhánh (BR) cho quá trình ã  $h \rightarrow e_a e_b$ ,  $e_a \rightarrow e_b \gamma$ . Phần phân kỳ cũng được chúng tôi chỉ ra là đã bị khử trong công thức tính biên độ cuối cùng.

## Chương 3

# KẾT QUẢ TÍNH SỐ VÀ BIÊN LUẬN QUÁ TRÌNH RÃ $h \rightarrow \mu\tau$ TRONG MÔ HÌNH 331 ĐẢO

### 3.1 Giới hạn vùng không gian tham số

Trong phần giải số dưới đây, các tham số tự do đầu vào là: khối lượng và tham số trộn của lepton mang điện nặng  $m_{E_i}$  và  $s_{ij}^E$ ; khối lượng Higgs trung hòa nặng và tham số trộn  $m_{\sigma_1^0}$ ,  $m_{h_6}$  và  $s_{2s}$ . Thêm vào đó, trung bình chân không của mô hình chưa được xác định là  $k_1$  và  $n_2$ . Từ phương trình (1.38) và (1.31), chúng tôi có:

$$n_S = \frac{s_{2s}n_2}{c_{2s}\sqrt{2}}, \quad n_2^2(1 + 2t_{2s}^2) = \frac{(3 - 4s_W^2)m_{Z'}^2}{4g^2c_W^2}, \quad (3.1)$$

ở đây  $t_{2s} \equiv s_{2s}/c_{2s}$ . điều đó có nghĩa rằng  $n_2^2 + 4n_S^2 \simeq (2.15m_{Z'})^2$ . Đối với giới hạn dưới mới nhất của  $m_{Z'}^2 \geq 4 \text{ TeV}$  được lấy từ [100], chúng tôi có

$\sqrt{n_2^2 + 4n_S^2} \geq 8.3 \text{ TeV}$ . Trong khảo sát này chúng tôi chọn  $\sqrt{n_2^2 + 4n_S^2} = 8.3 \text{ TeV}$ ,  $n_2 = 1 \text{ TeV}$ ,  $n_S \geq 4 \text{ TeV}$ , dẫn đến  $t_{2s} = \sqrt{2}n_S/n_2 = 4\sqrt{2}$ , tương đương  $s_{2s} \simeq 0.985$ . Giá trị lớn của  $s_{2s}$  tương ứng hằng số Yukawa  $Y^{h_6}$  lớn trong phương trình (2.6). Bởi vì  $k_1$  sinh khối lượng cho lepton  $\tau$  ở mức cây. Thêm vào đó,  $\mu_{12}^2$  cho trong phương trình (A.5) cũng nhận giá trị lớn nếu  $k_1$  nhận giá trị nhỏ. Do đó chúng tôi sẽ chọn  $10 \text{ GeV} \leq k_1 \leq 50 \text{ GeV}$ . Sự lựa chọn  $m_{E_i}$  nhận giá trị cụ thể như trên là một minh họa cho trường hợp tổng quát có thể cho phép  $\text{BR}(h \rightarrow e_b e_a)$  nhận giá trị lớn với điều kiện cần là  $m_{E_i} - m_{E_j} = \mathcal{O}(10^2) \text{ GeV}$  khi  $m_{E_i} = \mathcal{O}(1) \text{ TeV}$  được áp dụng trong thảo luận này của chúng tôi.

Trong trường hợp giải số đầu tiên, các giá trị mặc định đầu vào được chọn là  $k_1 = 20 \text{ GeV}$ ,  $\lambda_{13} = 1$ ,  $f^\phi = 2 \text{ TeV}$ ,  $m_{E_1} = 1 \text{ TeV}$ ,  $m_{E_k} = m_{E_1} - k \times 100 \text{ GeV}$ ,  $n_2 = 1 \text{ TeV}$ ,  $s_{2s} = 0.985$ ,  $m_{\sigma_1^0} = m_{h_6} = 1 \text{ TeV}$ . Giới hạn nhiễu loạn của hằng số tương tác Yukawa liên quan đến khối lượng lepton nặng  $m_{E_1} \leq n_2 \sqrt{4\pi} = 3.5 \text{ TeV}$  khi  $n_2 = 1 \text{ TeV}$ . Giá trị của  $m_{E_{2,3}}$  được chọn để tránh trường hợp khối lượng của ba lepton nặng mang điện suy biến dẫn đến  $\text{BR}(e_b \rightarrow e_a \gamma) = 0$ .

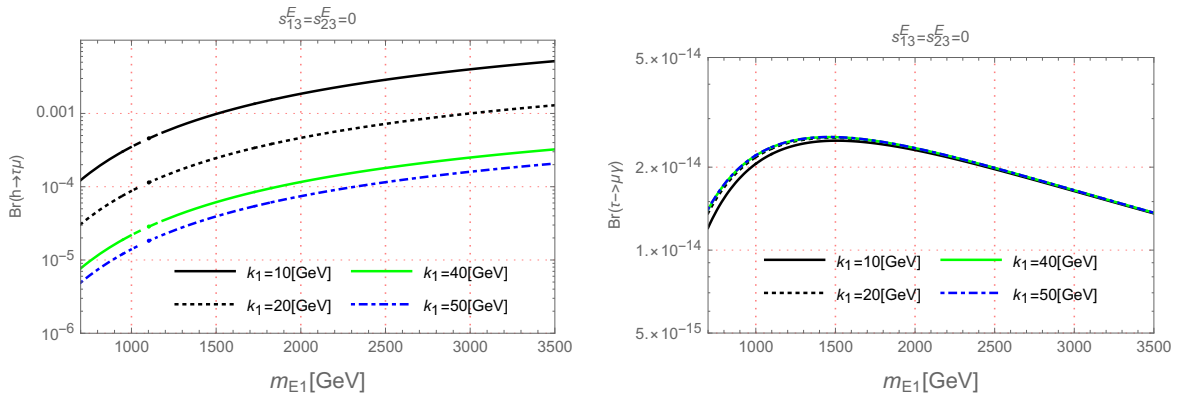
Tất cả các tham số đã biết khác được lấy từ tài liệu [94] như khối lượng SM-like Higg boson  $m_h = 125.01 \text{ GeV}$  và bề rộng phân rã toàn phần  $\Gamma_h = 4.07 \times 10^{-3} \text{ GeV}$ ; khối lượng của  $W$  boson, khối lượng của

lepton thông thường  $m_e$ ,  $m_\mu$ ,  $m_\tau$ , hằng số tương tác  $\alpha_e$ .

Về ma trận trộn  $V_L^E$ , xét 3 trường hợp ứng với duy nhất một trong các góc trộn thỏa mãn  $s_{ij}^E = 1/\sqrt{2}$ , tương ứng với sự trộn cực đại của chỉ hai lepton mang điện nặng. Hệ quả là một số tỷ lệ rẽ nhánh LFV nhận giá trị lớn trong khi những trường hợp còn lại bị triệt tiêu. Điều này giúp chúng tôi ước tính được giá trị lớn nhất của tỷ lệ rẽ LFVHD.

### 3.2 Kết quả giải số và biện luận

Trong trường hợp  $s_{12} = 1/\sqrt{2}$  và  $s_{13} = s_{23} = 0$ , chúng tôi luôn có  $\text{BR}(h \rightarrow \mu e) = \text{BR}(h \rightarrow \tau e) = \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) = \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma) = 0$ . Ngược lại, tỷ lệ rẽ  $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$  và  $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$  có thể nhận giá trị lớn và được vẽ theo của  $m_{E_1}$  với các giá trị khác nhau của  $k_1$ . Kết quả giải số được vẽ trên hình 3.1. Có thể thấy rằng  $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$  nhỏ hơn nhiều so với giới

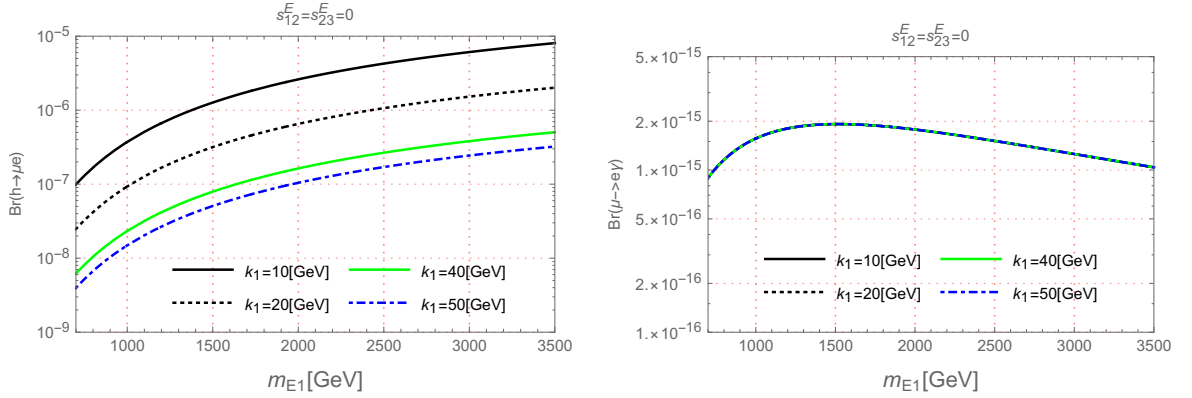


**Hình 3.1:** Đồ thị  $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$  và  $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$  phụ thuộc vào  $m_{E_1}$  trong trường hợp  $s_{12}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$  and  $s_{13}^E = s_{23}^E = 0$ .

hạn thực nghiệm hiện tại được đưa ra trong phương trình (1). Mặc dù  $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu) \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  gần với giới hạn thực nghiệm hiện tại bị ràng buộc trong (1), các giới hạn thấp hơn thu được từ các thí nghiệm trong tương lai gần có thể được sử dụng để giới hạn không gian tham số của mô hình. Hai tham số  $k_1$  và  $m_{E_1}$  ảnh hưởng mạnh đến  $\text{BR}(h \rightarrow \tau\mu)$  nhưng  $\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$  lại phụ thuộc yếu vào những tham số này. Kết quả này có thể được giải thích như sau: đóng góp vào biên độ rã  $h \rightarrow \tau\mu$  là  $\Delta_{32}^{h_6\sigma_1^0}$  tỷ lệ thuận với  $f^\phi m_\tau m_{E_i}^2/k_1$  và  $C_0 \sim 1/m_{E_i}^2$  cho  $m_{E_i}^2 \gg m^2 h_6, m_{\sigma_1^0}^2$ , đóng góp cho biên độ của quá trình rã  $\tau \rightarrow \mu\gamma$  liên quan đến đóng góp của  $\sigma_1^0$  nhỏ hơn nhiều so với sự đóng góp của  $h_6$ .

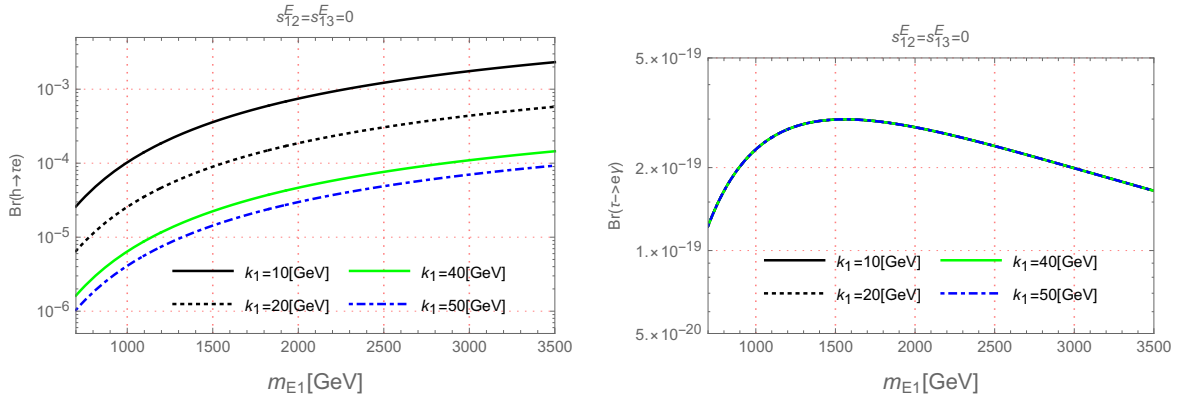
Tương tự như vậy, với  $s_{12}^E = s_{23}^E = 0$  và  $s_{13}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , chúng tôi thu được chỉ có 2 đóng góp khác không  $\text{BR}(h \rightarrow \mu e)$  và  $\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)$ . Minh họa các tỷ lệ rã nhánh này theo các hàm của  $m_{E_1}$  với các giá trị khác nhau của  $k_1$  được cho trên hình 3.2. Theo đó,  $\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \leq \mathcal{O}(10^{-15})$ , vẫn thỏa mãn giới hạn dưới trong (1). Cần lưu ý rằng mặc dù  $\text{BR}(h \rightarrow \mu e)$  phụ thuộc mạnh vào  $k_1$ , còn  $\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)$  thì ngược lại, bởi vì chúng không nhận đóng góp từ hằng số Yukawa của  $\sigma_1^0$ .

Trong trường hợp  $s_{12}^E = s_{13}^E = 0$  và  $s_{23}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$  tương ứng với 2 tỷ lệ rã khác không là  $\text{BR}(h \rightarrow \tau e)$  và  $\text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma)$ . Minh họa tỷ lệ rã nhánh của hai quá trình rã này như là hàm của  $m_{E_1}$  với các giá trị khác nhau của  $k_1$



**Hình 3.2:** Đồ thị  $BR(h \rightarrow \mu e)$  và  $BR(\mu \rightarrow e \gamma)$  phụ thuộc vào  $m_{E_1}$  trong trường hợp  $s_{13}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$  và  $s_{12}^E = s_{23}^E = 0$ .

được cho trên hình 3.3. Trong trường hợp,  $BR(h \rightarrow \tau e)$  có cùng bậc với



**Hình 3.3:** Đồ thị  $BR(h \rightarrow \tau e)$  và  $BR(\tau \rightarrow e \gamma)$  phụ thuộc vào  $m_{E_1}$  trong trường hợp  $s_{23}^E = \frac{1}{\sqrt{2}}$  và  $s_{12}^E = s_{13}^E = 0$ .

$BR(h \rightarrow \tau \mu)$ , bởi vì cả hai BR đều nhận đóng góp từ  $\Delta_{(ba)R}^{\sigma_1^0 h_6}$ . Các đóng góp khác  $\Delta_{(ba)}$  đã được kiểm tra bằng giải số với kết quả là chúng có giá trị rất bé. Tương tự như trường hợp của  $BR(\tau \rightarrow \mu \gamma)$ ,  $BR(\tau \rightarrow e \gamma)$  nhỏ hơn nhiều so với độ nhạy của thực nghiệm hiện tại và trong thời gian sắp tới.

### 3.3 Kết luận chương

Chúng tôi đã khảo sát quá trình rã LFV của boson Higgs tựa SM  $h \rightarrow \mu\tau$  và rã của lepton mang điện  $e_a \rightarrow e_b\gamma$  trong mô hình 331 đảo. Thế Higgs được chọn trong trường hợp đơn giản nhất, trong đó chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình có chứa boson Higgs tựa SM đã được tìm thấy bởi thực nghiệm. Các nguồn chính của LFV bắt nguồn từ các lepton mang điện nặng. Vì lepton được xếp trong lục tuyến khác với hai thế hệ muon và tau, đóng góp bậc một vòng vào các biên độ rã LFV  $h \rightarrow \mu\tau$  và  $\tau \rightarrow \mu\gamma$  lớn hơn so với rã  $h \rightarrow \tau e, \mu e$  và  $\tau, \mu \rightarrow e\gamma$ . Giả sử rằng tất cả các hạt nặng mới đều ở thang TeV, tỷ lệ rã nhánh  $BR(h \rightarrow \tau\mu, \tau e)$  và  $h \rightarrow \mu e$  có thể được tìm thấy ở bậc  $\mathcal{O}(10^{-3} - 10^{-4})$  và  $\mathcal{O}(10^{-6})$  tương ứng. Các giá trị này rất gần với giới hạn dưới mới nhất được tìm ra bởi thực nghiệm và chúng cần được xem xét để hạn chế không gian tham số của mô hình nếu trong thời gian tới giới hạn dưới được cải thiện so với số liệu hiện nay về các quá trình rã LFV. Các giá trị lớn BR của rã LFVHD vẫn xuất hiện ngay cả khi khối lượng của  $m_{Z'} \sim \mathcal{O}(10)$  TeV. Mặt khác,  $BR(e_b \rightarrow e_a\gamma)$  luôn thỏa mãn giới hạn của thực nghiệm. Hơn thế nữa, kết quả khảo sát số của chúng tôi cho thấy  $BR(\tau \rightarrow \mu\gamma, e\gamma) \leq \mathcal{O}(10^{-14})$ , có thể còn nhỏ hơn so với độ nhạy hiện tại của các máy gia tốc. Tương tự như vậy,  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  có thể tìm ra có bậc cỡ  $\mathcal{O}(10^{-15})$  hứa hẹn sẽ được



tìm ra bởi thực nghiệm.

## Chương 4

# KẾT QUẢ GIẢI TÍCH CỦA QUÁ TRÌNH RÃ $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI $\beta$ BẤT KỲ

### 4.1 Các tương tác liên quan đến quá trình rã $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$

Từ các thảo luận ở Chương 1, chúng tôi tìm được tất cả các đỉnh tự tương tác của SM-like Higgs boson với các boson Higgs khác có liên quan đến sự phân rã  $h \rightarrow Z\gamma$  và  $h \rightarrow \gamma\gamma$ , sử dụng Lagrangian  $\mathcal{L}_{hHH} = -V_h$ . Quy tắc Feynman tương ứng được cho trong bảng 4.1, ở đây mỗi số hạng  $-i\lambda_{hss}$  tương ứng với đỉnh  $hss$ , với  $s = H^\pm, H^{\pm A}, H^{\pm B}$ .

Dựa trên Lagrangians Yukawa (1.51) và (1.52), đỉnh tương tác của boson Higgs tựa SM với các fermion trong SM có thể được xác định như bảng 4.2, ở đây chúng tôi sử dụng liên hệ (1.74). Ký hiệu của quy tắc

Đỉnh	Hệ số đỉnh: $-i\lambda_{hss}$
$-i\lambda_{hH^+H^-}$	$iv \left[ 2s_{12}c_{12}(-\lambda_1c_{12}c_\alpha + \lambda_2s_{12}s_\alpha) + (s_\alpha c_{12}^3 - c_\alpha s_{12}^3)\lambda_{12} - c_\delta \tilde{\lambda}_{12} \right]$
$-i\lambda_{hH^A H^{-A}}$	$ic_{13}^2 \left\{ v \left[ s_\alpha c_{12}(\lambda_{12} + t_{13}^2 \lambda_{23}) - c_\alpha s_{12}(2\lambda_1 + t_{13}^2(\lambda_{13} + \tilde{\lambda}_{13})) \right] + v_3 t_{13} \left( \frac{2fs_\alpha}{v_3} - c_\alpha \tilde{\lambda}_{13} \right) \right\}$
$-i\lambda_{hH^B H^{-B}}$	$ic_{23}^2 \left\{ v \left[ s_\alpha c_{12}(2\lambda_2 + t_{23}^2(\lambda_{23} + \tilde{\lambda}_{23})) - c_\alpha s_{12}(\lambda_{12} + t_{23}^2 \lambda_{13}) \right] + v_3 t_{23} \left( s_\alpha \tilde{\lambda}_{23} - \frac{2fc_\alpha}{v_3} \right) \right\}$

**Bảng 4.1:** Quy tắc Feynman cho đỉnh tự tương tác giữa các boson Higgs chứa SM-like boson Higgs với các boson Higgs mang điện.

Feynman:  $-i(Y_{h\bar{f}fL}P_L + Y_{h\bar{f}fR}P_R)$  cho mỗi đỉnh  $h\bar{f}f$ . Để cho đơn giản, hằng số tương tác Yukawa của các fermion trong SM được xác định giống như trong SM. Khi đó chúng tôi có  $Y_{\bar{f}fL} = Y_{\bar{f}fR}$ , cho trong bảng 4.2.

Cả  $CP$ -even boson Higgs  $h$  và  $h_2^0$  không tương tác với fermion ngoại lai

$-iY_{h\bar{e}_a e_a L,R}$	$-iY_{h\bar{u}_i u_i L,R}$	$-iY_{h\bar{u}_3 u_3 L,R}$	$-iY_{h\bar{d}_i d_i L,R}$	$-iY_{h\bar{d}_3 d_3 L,R}$
$-i\frac{m_{e_a}}{v} \left( c_\delta - \frac{s_\delta}{t_{12}} \right)$	$-i\frac{m_{u_i}}{v} \left( c_\delta - \frac{s_\delta}{t_{12}} \right)$	$-i\frac{m_{u_3}}{v} (c_\delta + t_{12}s_\delta)$	$-i\frac{m_{d_i}}{v} (c_\delta + t_{12}s_\delta)$	$-i\frac{m_{d_3}}{v} \left( c_\delta - \frac{s_\delta}{t_{12}} \right)$

**Bảng 4.2:** Đỉnh tương tác Yukawa của SM-like Higgs boson.

(1.71). Ngược lại,  $h_3^0$  chỉ tương tác với các fermion ngoại lai, trong khi nó không tương tác với các hạt trong SM.

Đỉnh tương tác của boson Higgs và boson chuẩn được suy ra từ Lagrangian sau:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{kin}}^H &= (D_\mu \chi)^\dagger (D^\mu \chi) + (D_\mu \rho)^\dagger (D^\mu \rho) + (D_\mu \eta)^\dagger (D^\mu \eta) \\
&= \sum_v g_{hvv} g_{\mu\nu} h v^{-Q_\mu} v^{Q_\nu} \\
&+ \sum_{s,v} \left[ -ig_{hsv}^* v^{-Q_\mu} (s^{+Q} \partial_\mu h - h \partial_\mu s^{+Q}) + ig_{hsv} v^{Q_\mu} (s^{-Q} \partial_\mu h - h \partial_\mu s^{-Q}) \right] \\
&+ \sum_s ig_{Zss} Z^\mu (s^{-Q} \partial_\mu s^Q - s^Q \partial_\mu s^{-Q})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{s,v} \left[ ig_{Zvs} Z^\mu v^{Q\nu} s^{-Q} g_{\mu\nu} + ig_{Zvs}^* Z^\mu v^{-Q\nu} s^Q g_{\mu\nu} \right] \\
& + \sum_s ieQA^\mu \left( s^{-Q} \partial_\mu s^Q - s^Q \partial_\mu s^{-Q} \right) + \dots, \tag{4.1}
\end{aligned}$$

ở đây  $s = H^\pm, H^{\pm A}, H^{\pm B}$  và  $v = W, Y, V$ . Thêm vào đó, chúng tôi chỉ liệt kê các phần có đóng góp vào sự phân rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  và bỏ qua các số hạng còn lại. Quy tắc Feynman được cho trong bảng 4.3 và  $\partial_\mu h \rightarrow -ip_{0\mu}h$  và  $\partial_\mu s^{\pm Q} \rightarrow -ip_{\pm\mu} s^{\pm Q}$  và mối quan hệ (1.74) đã được sử dụng. Các ký hiệu  $p_0, p_\pm$  tương ứng với xung lượng 4 chiều các boson Higgs  $h$  và  $s^\pm$  với chiều qui ước đi vào đỉnh tương tác.

Đỉnh	Hệ số đỉnh:	Đỉnh	Hệ số đỉnh
$g_{hW^+W^-}$	$g m_W c_\delta$	$g_{hY^+AY^-A}$	$g m_W c_\alpha s_{12}$
$g_{hV^+BV^-B}$	$-g m_W s_\alpha c_{12}$	$g_{hH^-W^+}$	$\frac{g s_\delta}{2}$
$g_{hH^-AY^A}$	$-\frac{g c_{13} c_\alpha}{2}$	$g_{hH^-BV^B}$	$\frac{g c_{23} s_\alpha}{2}$

**Bảng 4.3:** Quy tắc Feynman cho đỉnh tương tác giữa boson Higgs tựa SM với Higgs mang điện và boson chuẩn.

Tương tự như trường hợp boson Higgs tựa SM, quy tắc Feynman cho các đỉnh của  $Z$  với boson Higgs và boson chuẩn trong Lagrangian (4.1) được đưa ra trong bảng 4.4.

Đỉnh tương tác của  $Z$  boson và photon  $A_\mu$  với các fermion được suy ra từ Lagrangian:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{kin}}^f &= \sum_{a=1}^3 \left( \overline{L_{aL}} \gamma^\mu D_\mu L_{aL} + \overline{\nu_{aR}} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{aR} + \overline{e_{aR}} \gamma^\mu D_\mu e_{aR} + \overline{E_{aR}} \gamma^\mu D_\mu E_{aR} \right) \\
&+ \sum_{a=1}^3 \left( \overline{Q_{aL}} \gamma^\mu D_\mu Q_{aL} + \overline{u_{aR}} \gamma^\mu D_\mu u_{aR} + \overline{d_{aR}} \gamma^\mu D_\mu d_{aR} + \overline{J_{aR}} \gamma^\mu D_\mu J_{aR} \right)
\end{aligned}$$

Đỉnh	Hệ số đỉnh
$g_{ZH^+H^-}$	$\frac{g}{2c_W} \left( c_\theta c_{2W} + \frac{s_\theta [\sqrt{3}c_W^2(1-2s_{12}^2)+3\beta s_W^2]}{3c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$g_{ZH^A H-A}$	$\frac{g}{2c_W} \left( c_\theta [s_{13}^2 - (1 + \sqrt{3}\beta)s_W^2] + \frac{s_\theta [\sqrt{3}c_W^2(s_{13}^2-2)+3\beta(\sqrt{3}\beta+c_{13}^2)s_W^2]}{3c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$g_{ZH^B H-B}$	$\frac{ig}{2c_W} \left( -c_\theta [s_{23}^2 + (\sqrt{3}\beta - 1)s_W^2] + \frac{s_\theta [\sqrt{3}c_W^2(s_{23}^2-2)+3\beta(\sqrt{3}\beta-c_{23}^2)s_W^2]}{3c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$g_{ZW^+H^-}$	$-\frac{g m_W (2s_{12}c_{12}s_\theta)}{\sqrt{3}(1-\beta^2 t_W^2)}$
$g_{ZY^A H-A},$ $g_{ZY^{-A} H^A}$	$\frac{g^2 c_{13}}{4} \left\{ c_\theta c_W [s_{12} (1 + (2 + \sqrt{3}\beta)t_W^2) v + t_{13}(1 - \sqrt{3}\beta t_W^2) v_3] \right.$ $\left. + \frac{s_\theta}{3\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} [s_{12} (\sqrt{3} - 3\beta(2 + \sqrt{3}\beta)t_W^2) v + \sqrt{3}t_{13} (1 + 3\beta^2 t_W^2) v_3] \right\}$
$g_{ZV^B H-B},$ $g_{ZV^{-B} H^B}$	$\frac{g^2 c_{23}}{4} \left\{ c_\theta c_W [c_{12} (-1 + (-2 + \sqrt{3}\beta)t_W^2) v - t_{23}(1 + \sqrt{3}\beta t_W^2) v_3] \right.$ $\left. + \frac{s_\theta}{3\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} [c_{12} (\sqrt{3} - 3\beta(-2 + \sqrt{3}\beta)t_W^2) v + \sqrt{3}t_{23} (1 + 3\beta^2 t_W^2) v_3] \right\}$

**Bảng 4.4:** Quy tắc Feynman cho đỉnh tương tác giữa  $Z$  boson với Higgs boson và boson chuẩn.

$$\supset \sum_f \left[ \frac{g c_\theta}{c_W} \bar{f} \gamma^\mu \left( g_L^f P_L + g_R^f P_R \right) f Z_\mu + e Q_f \bar{f} \gamma^\mu f A_\mu \right], \quad (4.2)$$

với  $f$  là tất cả các fermion trong mô hình  $331\beta$ ,  $Q_f$  là điện tích của fermion  $f$ . Giá trị của  $g_{L,R}^f$  cho trong bảng 4.5. Đỉnh của ba boson chuẩn

$f$	$g_L^f$	$g_R^f$
$e_a$	$-\frac{1}{2} + s_W^2 + \frac{t_\theta c_W (1-\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}(1-\beta^2 t_W^2)}$	$s_W^2 \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$u_i$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}s_W^2 + \frac{t_\theta c_W (\beta t_W^2 - \sqrt{3})}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}}$	$-\frac{2}{3}s_W^2 \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$u_3$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}s_W^2 + \frac{t_\theta c_W (\beta t_W^2 + \sqrt{3})}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}}$	$-\frac{2}{3}s_W^2 \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$d_i$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s_W^2 + \frac{t_\theta c_W (\beta t_W^2 - \sqrt{3})}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}}$	$\frac{1}{3}s_W^2 \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$
$d_3$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s_W^2 + \frac{t_\theta c_W (\beta t_W^2 + \sqrt{3})}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}}$	$\frac{1}{3}s_W^2 \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \right)$

**Bảng 4.5:** Đỉnh của  $Z$  boson với các fermion

được suy ra từ:

$$\mathcal{L}_D^g = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad (4.3)$$

với

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \sum_{b,c=1}^8 f^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad (4.4)$$

$f^{abc}$  ( $a, b, c = 1, 2, \dots, 8$ ) là hằng số cấu trúc của nhóm  $SU(3)$ . Chúng được xác định:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D^g \rightarrow & -g_{Zvv} Z^\mu(p_0) v^{+Q\nu}(p_+) v^{-Q\lambda}(p_-) \times \Gamma_{\mu\nu\lambda}(p_0, p_+, p_-), \\ & -eQA^\mu(p_0) v^{+Q\nu}(p_+) v^{-Q\lambda}(p_-) \times \Gamma_{\mu\nu\lambda}(p_0, p_+, p_-), \end{aligned} \quad (4.5)$$

với  $\Gamma_{\mu\nu\lambda}(p_0, p_+, p_-) \equiv g_{\mu\nu}(p_0 - p_+)_\lambda + g_{\nu\lambda}(p_+ - p_-)_\mu + g_{\lambda\mu}(p_- - p_0)_\nu$  và  $v = W, V, Y$ . Các đỉnh tương tác liên quan của  $Z$  được đưa ra trong bảng 4.6.

Đỉnh	Hệ số đỉnh
$-ig_{ZW^+VW^-}$	$-ig_{c_W c_\theta}$
$-ig_{ZY^+AY^-}$	$\frac{ig}{2} [c_\theta (-c_W + \sqrt{3}\beta s_W t_W) + s_\theta \sqrt{3 - 3\beta^2 t_W^2}]$
$-ig_{ZV^+BY^-}$	$\frac{ig}{2} [c_\theta (c_W + \sqrt{3}\beta s_W t_W) + s_\theta \sqrt{3 - 3\beta^2 t_W^2}]$

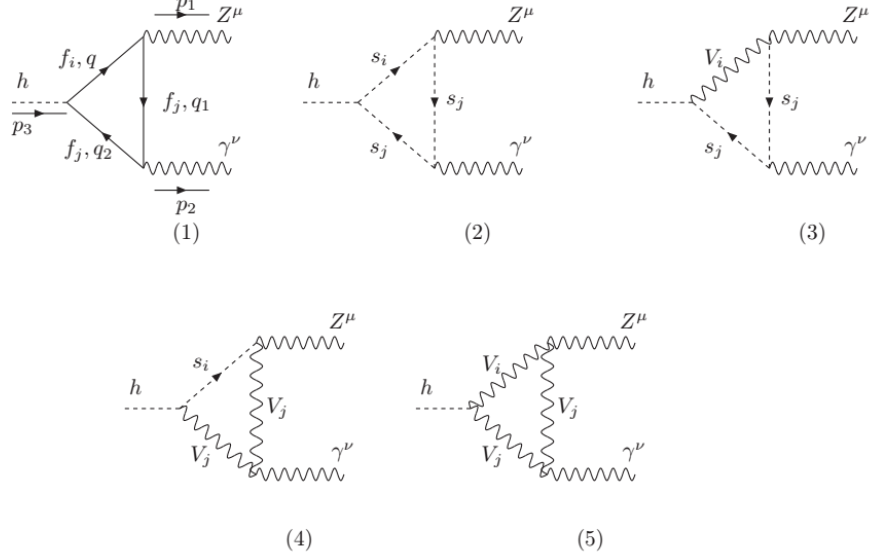
**Bảng 4.6:** Quy tắc Feynman cho đỉnh 3 boson liên quan đến sự phân rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ .

Các đỉnh tương tác giữa 3 boson cũng được đưa ra trong [110, 114] khi xét ở giới hạn  $\theta = 0$ .

## 4.2 Biểu thức giải tích của biên độ của quá trình rã $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$

Trong chuẩn unitary, các đỉnh ở trên tạo ra các giản đồ Feynman cho đóng góp bậc một vòng vào biên độ phân rã của SM-like Higgs boson  $h \rightarrow Z\gamma$

được vẽ trong hình 4.1.



**Hình 4.1:** Giản đồ Feynman ba điểm bậc một vòng cho đóng góp vào biên độ rã  $h \rightarrow Z\gamma$  trong chuẩn unitary, với  $f_{i,j}$  là các lepton trong SM,  $s_{i,j} = H^\pm, H^{\pm A}, H^{\pm B}$ ,  $v_{i,j} = W^\pm, Y^{\pm A}, V^{\pm B}$ .

Bề rộng phân rã riêng phần có biểu thức dạng [28, 67]

$$\Gamma(h \rightarrow Z\gamma) = \frac{m_h^3}{32\pi} \times \left(1 - \frac{m_Z^2}{m_h^2}\right)^3 |F_{21}|^2, \quad (4.6)$$

với  $F_{21}$  được xác định từ các đóng góp một vòng. Các công thức tổng quát hơn đã được đưa ra trong [91], dẫn đến biểu thức sau:

$$F_{21}^{331} = \sum_f F_{21,f}^{331} + \sum_s F_{21,s}^{331} + \sum_v F_{21,v}^{331} + \sum_{\{s,v\}} (F_{21,vss}^{331} + F_{21,svv}^{331}). \quad (4.7)$$

Chúng tôi lưu ý rằng  $F_{21,vss}^{331}$  và  $F_{21,svv}^{331}$  đã không được tính đến trong các nghiên cứu trước [29, 110].

Công thức giải tích chung của (4.7) được đưa ra trong phụ lục C. Bề rộng phân rã riêng phần  $h \rightarrow \gamma\gamma$  được tính như trong [28, 91]

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{m_h^3}{64\pi} \times |F_{\gamma\gamma}^{331}|^2, \quad (4.8)$$

với:

$$F_{\gamma\gamma}^{331} = \sum_f F_{\gamma\gamma,f}^{331} + \sum_s F_{\gamma\gamma,s}^{331} + \sum_v F_{\gamma\gamma,v}^{331}, \quad (4.9)$$

xem công thức giải tích chi tiết trong phụ lục C. Để xác định BR của boson Higgs tựa SM, chúng ta cần biết bề rộng phân rã toàn phần. Trong SM, bề rộng phân rã toàn phần của boson Higgs [37, 119]:

$$\begin{aligned} \Gamma_h^{\text{SM}} = & \sum_{q \neq t} \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow \bar{q}q) + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow \ell^+\ell^-) + \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow WW^*) + \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow ZZ^*) \\ & + \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow \gamma\gamma) + \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow Z\gamma) + \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow gg), \end{aligned} \quad (4.10)$$

ở đây bề rộng phân rã tương ứng với khối lượng của boson Higgs là 125.09 GeV đã được thực nghiệm tìm ra [94]. Cụ thể, BR của kênh rã  $h \rightarrow XX$ ,  $XX = gg, \gamma\gamma, Z\gamma$ :

$$\text{BR}^{\text{SM}}(h \rightarrow XX) \equiv \frac{\Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow XX)}{\Gamma_h^{\text{SM}}}. \quad (4.11)$$

Kết quả giải số cho trong bảng 4.7 [37, 119], trong đó phân rã ra 2 photon phù hợp với kết quả trong [93],  $\text{BR}(h \rightarrow \gamma\gamma) = (2.27 \pm 0.07) \times 10^{-3}$ .

Cường độ tín hiệu gần đây được thực nghiệm ATLAS xác định là:  $\mu_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  [93]

Bề rộng phân rã toàn phần của SM-like Higgs boson trong mô hình  $331\beta$  được tính toán dựa trên độ sai lệch của các đỉnh tương tác của



$b\bar{b}$	$\tau^+\tau^-$	$\mu^+\mu^-$	$c\bar{c}$	$gg$	$\gamma\gamma$	$Z\gamma$	$WW$	$ZZ$	$\Gamma_h^{\text{SM}}$ (GeV)
0.5809	0.06256	$2.171 \times 10^{-4}$	0.02884	0.0818	0.00227	0.001541	0.2152	0.02641	$4.10 \times 10^{-3}$

**Bảng 4.7:** Tỷ lệ rẽ nhánh của boson Higgs tựa SM ( $h \rightarrow XX$ ) tương ứng với khối lượng Higgs là 125.09 GeV.

Higgs boson với fermion và boson chuẩn của hai mô hình SM và  $331\beta$ , được liệt kê cụ thể trong bảng 4.1 và 4.3. Kết quả tính cụ thể cho bề rộng rẽ toàn phần này là:

$$\begin{aligned}
\Gamma_h^{331} &= 0.6725 \left( c_\delta - \frac{s_\delta}{t_{12}} \right)^2 \Gamma_h^{\text{SM}} \\
&+ c_\delta^2 \left[ 0.2152 + \left( 1 - \frac{2c_\theta s_\theta c_W}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \left( \beta t_W^2 + \frac{s_{12} c_\alpha + c_{12} s_\alpha}{\sqrt{3} c_\delta} \right) \right)^2 0.02641 \right] \Gamma_h^{\text{SM}} \\
&+ \Gamma^{331}(h \rightarrow \gamma\gamma) + \Gamma^{331}(h \rightarrow Z\gamma) + \Gamma^{331}(h \rightarrow gg). \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Có 3 kênh phân rẽ  $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma, gg$  cần xác định trong 4.12. Các boson Higgs tựa SM không tương tác với các quark ngoại lai trong mô hình  $331\beta$ , nên chúng tôi chỉ xét đóng góp lớn nhất của top quark vào quá trình phân rẽ  $h \rightarrow gg$ , kết quả thu được:

$$\Gamma^{331}(h \rightarrow gg) = (c_\delta + t_{12} s_\delta)^2 \Gamma^{\text{SM}}(h \rightarrow gg), \tag{4.13}$$

ở đây độ sai lệch do đóng góp của đỉnh tương tác  $ht\bar{t}$  được cho trong bảng 4.1. Điều này phù hợp với nghiên cứu gần đây cho  $h \rightarrow \gamma\gamma$  trong mô hình 3-3-1 [9].

Trong mô hình  $331\beta$ , tỷ lệ rẽ nhánh của  $h \rightarrow XX$  với  $XX = \gamma\gamma, Z\gamma$

được xác định:

$$\text{BR}^{331}(h \rightarrow XX) \equiv \frac{\Gamma^{331}(h \rightarrow XX)}{\Gamma_h^{331}}. \quad (4.14)$$

Một số kết quả thực nghiệm của boson Higgs tựa SM đã được công bố [53]. Chúng tôi xét quá trình sinh boson Higgs dựa trên quá trình tổng hợp của gluon  $ggF$  tại LHC. Cường độ tín hiệu tương ứng được dự đoán bởi  $331\beta$  được định nghĩa như sau:

$$\mu_{ggF}^{331} \equiv \frac{\sigma^{331}(gg \rightarrow h)}{\sigma^{\text{SM}}(gg \rightarrow h)} \simeq (c_\delta + t_{12}s_\delta)^2, \quad (4.15)$$

trong đó giá trị cuối cùng xuất phát từ giả định của chúng tôi rằng chỉ đóng góp chính từ top quark trong các giản đồ một vòng được tính đến.

Cường độ tín hiệu của kênh rã do đóng góp bậc một vòng sinh ra là:

$$\mu_X^{331} \equiv (c_\delta + t_{12}s_\delta)^2 \times \frac{\text{BR}^{331}(h \rightarrow XX)}{\text{BR}^{\text{SM}}(h \rightarrow XX)}. \quad (4.16)$$

Thực nghiệm cho giới hạn trên của cường độ tín hiệu của rã  $h \rightarrow Z\gamma$  là:  $\mu_{Z\gamma} < 6.6(5.2)$  [94, 96].

### **Quá trình phân rã của Higgs boson trung hòa $h_3^0$**

Trong các thảo luận ở trên, chúng tôi chỉ rút ra các đỉnh góp phần vào biên độ bậc một vòng của hai kênh phân rã của boson Higgs tựa SM  $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ . Các đỉnh khác được chúng tôi đưa ra ở phụ lục B. Ở đây chúng tôi nhấn mạnh một tính chất rất thú vị của Higgs boson trung hòa

nặng  $h_3^0$  rằng nó chỉ có duy nhất một đỉnh tương tác khác không với hai hạt SM, cụ thể là  $\lambda_{h^2 h_3^0} \neq 0$ . Chúng tôi có  $m_{h_3^0} > 2m_h$ , đồng thời nếu  $h_3^0$  nhẹ hơn tất cả các hạt ngoại lai khác được dự đoán bởi mô hình 331 $\beta$ , chỉ có phân rã ở bậc cây xuất hiện  $h_3^0 \rightarrow hh$ . Các phân rã bậc vòng như  $h_3^0 \rightarrow gg, \gamma\gamma, Z\gamma$  cũng xuất hiện, sẽ khảo sát ở phần sau. Do đó, bề rộng phân rã toàn phần  $h_3^0$  không thể thỏa mãn điều kiện ổn định của vật chất tối  $\Gamma_{h_3^0} < 1.3 \times 2\pi \times 10^{-42}$  GeV [18, 21, 122, 123]. Dù sao, các ứng cử viên DM như boson Higgs trong mô hình 3-3-1 đã được chỉ ra trước đó [30, 38, 126].

Đỉnh tương tác của boson Higgs trung hòa  $h_{2,3}^0$  với các fermion:

$$Y_{h_{2,3}^0 ffL,R} = \begin{cases} \frac{m_f}{v} \left( \frac{c_\delta}{t_{12}} + s_\delta \right), & f = e_a, u_i, d_3 \\ \frac{m_f}{v} (-c_\delta t_{12} + s_\delta), & f = u_3, d_i \\ 0, & f = E_a, J_a. \end{cases}, \quad Y_{h_3^0 ffL,R} = \begin{cases} 0 & f = e_a, u_a, d_a \\ \frac{m_f}{v_3} & f = E_a, J_a \end{cases}. \quad (4.17)$$

Một điểm thú vị là các tương tác Yukawa của  $h_3^0$  chỉ xảy ra với các fermion ngoại lai, tương tự như hạt Higgs boson trung hòa nặng xuất hiện trong mô hình  $SU(2)_1 \times SU(2)_2 \times U(1)_Y$  [124], bề rộng phân rã riêng phần của kênh  $h_3^0 \rightarrow gg$  là [67, 98]:

$$\Gamma(h_3^0 \rightarrow gg) \simeq \frac{\alpha_s^2 m_{h_3^0}^3}{32\pi^3 v_3^2} \left| \sum_{a=1}^3 t_a [1 + (1 - t_a)f(t_a)] \right|^2, \quad (4.18)$$

với  $t_a \equiv 4m_{J_a}^2/m_{h_3^0}^2$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt{x}}, & x \geq 1 \\ -\frac{1}{4} \left[ \ln \frac{1+\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}} - i\pi \right]^2, & x < 1. \end{cases} \quad (4.19)$$

Trong giới hạn  $t_a \gg 1 \forall a = 1, 2, 3$ , (4.18) có thể được ước tính [124]:

$$\Gamma(h_3^0 \rightarrow gg) \simeq \frac{\alpha_s^2 m_{h_3^0}^3}{8\pi^3 v_3^2}. \quad (4.20)$$

Bề rộng rẽ riêng phần của mức cây  $h_3^0 \rightarrow hh$  khi  $m_{h_3^0} > 2m_h$  là [64]:

$$\Gamma(h_3^0 \rightarrow hh) = \frac{|\lambda_{h_3^0 hh}|^2}{8\pi m_{h_3^0}} \sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{m_{h_3^0}^2}} = \frac{\lambda_{13}^2 s_\delta^4 v_3^2}{8\pi c_{12}^4 m_{h_3^0}} \sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{m_{h_3^0}^2}}, \quad (4.21)$$

với  $\lambda_{13}$  được cho trong (1.79).

Bề rộng rẽ toàn phần của  $h_3^0$ :

$$\Gamma_{h_3^0} = \Gamma(h_3^0 \rightarrow hh) + \Gamma(h_3^0 \rightarrow gg) + \Gamma(h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma) + \Gamma(h_3^0 \rightarrow Z\gamma). \quad (4.22)$$

Hai quá trình rẽ sau cùng được xác định bởi:

$$\Gamma(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) = \frac{m_{h_3^0}^3}{32\pi} \left( 1 - \frac{m_Z^2}{m_{h_3^0}^2} \right)^3 |F_{21}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma)|^2, \quad (4.23)$$

$$\Gamma(h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{m_{h_3^0}^3}{64\pi} \times |F_{\gamma\gamma}^{331}(h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma)|^2, \quad (4.24)$$

với:

$$\begin{aligned} F_{21}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) &= \sum_{F=E_a, J_a} F_{21,F}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) + \sum_s F_{21,s}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) + \sum_{v=Y,V} F_{21,v}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) \\ &+ \sum_{\{s,v\}} [F_{21,vss}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) + F_{21,svv}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma)], \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$F_{\gamma\gamma}^{331}(h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \sum_{F=E_a, J_a} F_{\gamma\gamma, F}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) + \sum_s F_{\gamma\gamma, s}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) + \sum_{v=Y, V} F_{\gamma\gamma, v}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma),$$

với  $s = H^\pm, H^{\pm, A}, H^{\pm, B}$ ,  $v = Y^{\pm, A}, V^{\pm, B}$  và  $\{s, v\} = \{H^{\pm, A}, Y^{\pm, A}\}, \{H^{\pm, B}, V^{\pm, B}\}$ .

### 4.3 Kết luận chương

Trong chương này, chúng tôi đã xây dựng được các đỉnh tương tác liên quan đến quá trình rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ . Biểu thức giải tích tính biên độ, tỷ lệ rã nhánh và cường độ tín hiệu cũng đã được chỉ ra. Trong chương tiếp theo chúng tôi sẽ giới hạn vùng không gian tham số và khảo sát số dựa vào kết quả tính được ở Chương 4.

## Chương 5

# KẾT QUẢ TÍNH SỐ VÀ BIÊN LUẬN QUÁ TRÌNH RÃ $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI $\beta$ BẤT KỲ

### 5.1 Vùng giới hạn của các tham số

Trong nghiên cứu này, để thể hiện độ lệch định lượng giữa các dự đoán của hai mô hình 331 $\beta$  và SM cho quá trình rã  $h \rightarrow XX$  ( $XX = \gamma\gamma, Z\gamma$ ), chúng tôi định nghĩa  $\delta\mu_X$  như sau:

$$\delta\mu_X \equiv (\mu_X^{331} - 1) \times 100\%. \quad (5.1)$$

Chúng tôi cũng giới thiệu một số đại lượng mới:  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma} \equiv |\delta\mu_{Z\gamma}/\delta\mu_{\gamma\gamma}|$  để nghiên cứu sự khác biệt tương đối giữa hai cường độ tín hiệu có nhiều tính chất tương tự nhau. Các giá trị được phép liên quan đến phân rã

SM-like Higgs ra hai photon là:  $-15\% \leq \delta\mu_{\gamma\gamma} \leq 13\%$ , tương ứng với các ràng buộc thực nghiệm gần đây:  $\mu_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  [93]. Trong tương lai, cường độ tín hiệu thu được từ thực nghiệm mà chúng tôi chấp nhận ở đây là:  $\mu_{\gamma\gamma} = 1 \pm 0.04$  và  $\mu_{Z\gamma} = 1 \pm 0.23$  [97], tương ứng với  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| \leq 4\%$  và  $|\delta\mu_{Z\gamma}| \leq 23\%$ .

Nhiều đại lượng đã biết được sử dụng trong phần này được cố định từ các thí nghiệm [94] là khối lượng SM-like Higgs boson  $m_h = 125.09$  GeV; khối lượng các boson chuẩn  $m_W, m_Z$ ; và khối lượng fermion mang điện; trung bình chân không (VEV)  $v \simeq 246$  GeV và hằng số tương tác nhóm  $SU(2)_L$  là  $g \simeq 0.651$ ,  $\alpha_{\text{em}} = 1/137$ ,  $e = \sqrt{4\pi\alpha_{\text{em}}}$ ,  $s_W^2 = 0.231$ .

Các tham số tự do chưa biết được sử dụng là  $\beta$ ,  $t_{12}$ , thang phá vỡ của nhóm  $SU(3)_L$  là  $v_3$ , góc trộn Higgs boson trung hòa  $s_\delta$ , khối lượng boson Higgs trung hòa  $m_{h_2^0}, m_{h_3^0}$ , hằng số tự tương tác của Higgs boson gồm  $\lambda_1, \tilde{\lambda}_{12}, \tilde{\lambda}_{13}, \tilde{\lambda}_{23}$  và khối lượng các fermion mới  $m_{E_a}, m_{J_a}$ .

Khối lượng fermion mới  $m_{E_a}, m_{J_a}$  chỉ ảnh hưởng đến các phân rã của  $h_3^0$  do đóng góp bậc 1 vòng gây ra. Chúng tôi chọn:  $m_{E_a} = m_{J_a} = m_F$  cho đơn giản. Một trường hợp tổng quát hơn có thể xảy ra là xuất hiện sự trộn giữa các lepton ngoại lai khác nhau, dẫn đến có đóng góp bậc 1 vòng gây ra với hai fermion khác nhau sẽ góp phần vào biên độ rã của phân rã  $h_3^0 \rightarrow Z\gamma$  nhưng không đóng góp vào biên độ rã  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma$ .

Thang phá vỡ của  $SU(3)_L$  phụ thuộc vào khối lượng boson chuẩn nặng  $m_{Z'}$ , mà giới hạn dưới bị giới hạn từ các kết quả tìm kiếm của thực nghiệm từ phân rã thành các cặp lepton của SM  $Z' \rightarrow \ell\bar{\ell}$  cho mô hình 3-3-1 [138], trong đó phân rã thành các cặp lepton ngoại lai đã được tính đến. Theo đó, tại LHC với năng lượng tìm kiếm cỡ 14TeV,  $m_{Z'} < 4$  TeV được loại trừ ở độ trung 23 fb<sup>-1</sup> cho  $\beta = -1/\sqrt{3}$ . Các công trình gần đây đã sử dụng  $m_{Z'} \geq 4$  TeV cho mô hình với  $\beta = -1/\sqrt{3}$  [62, 99], dựa trên kết quả mới nhất mà LHC tìm ra [8, 52, 100]. Bởi vì  $v_3 \sim \mathcal{O}(1)$  TeV, khối lượng  $m_{Z'}$  được tính xấp xỉ từ  $m_{Z'}^2 = \frac{g^2 v_3^2 c_W^2}{3[1-(1+\beta^2)s_W^2]}$ . Từ đây, giới hạn dưới của  $m_{Z'} > 4$  TeV tương ứng với giới hạn dưới của  $v_3 \geq 10.6, 10.1, 8.2, 3.3$  TeV với các giá trị tương ứng của  $\beta = 0, \pm 1/\sqrt{3}, \pm 2/\sqrt{3}, \pm\sqrt{3}$ . Nghiên cứu gần đây về các mô hình 3-3-1 với neutrino nặng phân cực phải  $\beta = -1/\sqrt{3}$  và  $m_{Z'} = 3$  TeV là được phép [47, 55] bởi vì rã của  $Z'$  thành 2 neutrino ngoại lai nhẹ đã được tính đến. Giới hạn dưới tương ứng của thang phá vỡ  $SU(3)_L$  là  $v_3 \geq 7.6$  TeV.

Mặt khác, mô hình với  $\beta = \sqrt{3}$  vẫn cho phép thang  $SU(3)_L$  khá thấp, ví dụ  $m_{Z'} \simeq 3.25$  TeV, tương ứng với  $v_3 \simeq 2.7$  TeV [56]. Bởi vì kết quả số không thay đổi đáng kể trong phạm vi  $7.6 \text{ TeV} < v_3 < 14 \text{ TeV}$ , chúng tôi sẽ chọn  $v = 14$  TeV cho  $|\beta| < \sqrt{3}$  và  $v = 3$  TeV cho  $|\beta| = \sqrt{3}$ .

Các giới hạn nhiễu loạn yêu cầu rằng các giá trị tuyệt đối của tất cả các



tương tác Yukawa và Higgs boson phải nhỏ hơn  $\sqrt{4\pi}$  và  $4\pi$ , tương ứng. Điều này dẫn đến giới hạn trên của  $t_{12}$  bắt nguồn từ tương tác Yukawa của quark top trong biểu thức (1.53), ví dụ như là  $t_{12} < \sqrt{2\pi}v/m_t \simeq 3.5$ . Các nghiên cứu khác về 2HDM cho thấy rằng  $t_{12} > 1/60$  [97]. Chúng tôi sẽ giới hạn  $0.1 \leq t_{12} \leq 3$ , phù hợp với [64] và cho phép  $|s_\theta| \geq 5 \times 10^{-3}$  lớn.

Xét  $m_{h_2^0}, m_A, m_{H^\pm}, t_{12}$  và  $s_\delta$  như là các tham số của mô hình 2HDM được đề cập trong [120], một giới hạn quan trọng có thể được tìm thấy như  $c_\delta > 0.99$  cho tất cả các mô hình 2HDM, dẫn đến khoảng được phép khá lớn  $|s_\delta| < 0.14$ . Nhưng  $s_\delta$  lớn tương ứng giá trị được phép của  $t_{12}$  phải tương đối gần 1 [58], tương tự với kết quả công bố gần đây [68]. Giá trị nhỏ của khối lượng boson Higgs nặng dao động quanh giá trị 1 TeV. Như chúng tôi sẽ chỉ ra, cường độ tín hiệu gần đây của phân rã boson Higgs tựa SM  $h \rightarrow \gamma\gamma$  ngày càng đưa ra các ràng buộc chặt chẽ hơn cho  $s_\theta$ , do đó chúng tôi tập trung vào vùng có giới hạn  $|s_\theta| \leq 0.05$ . Tham số  $\lambda_2$  và  $\lambda_{12}$  liên quan đến mô hình 2HDM có ảnh hưởng mạnh đến  $m_{h_2^0}$ . Giá trị lớn của  $|s_\theta|$  dẫn đến giá trị nhỏ cho phép của  $m_{h_2^0}$  để cho  $\lambda_{12}$  đáp ứng giới hạn nhiễu loạn. Ngược lại, tất cả đại lượng khác liên quan đến nhóm đối xứng  $SU(3)_L$  đều thỏa mãn. Các vùng không gian tham số được chọn ở đây phù hợp với các công trình gần đây khảo sát trong mô

hình 2HDM [81,82,108]. Các tìm kiếm thực nghiệm gần đây cho các Higgs boson được dự đoán bởi mô hình 2HDM đã được nghiên cứu nhiều [101]. Giá trị 300 GeV cho giới hạn dưới của khối lượng Higgs boson mang điện và Higgs boson trung hòa  $CP$ -chẵn được chấp nhận trong các nghiên cứu về mô hình 2HDM [82]. Suy ra, giá trị của  $m_{h_2^0}$  và  $m_{H^\pm}$  sẽ được chọn để đáp ứng  $m_{h_2^0}, m_{H^\pm} \geq 300$  GeV.

Chúng tôi cũng sẽ xem xét trường hợp khối lượng Higgs boson mang điện là nhẹ, đảm bảo cho đóng góp vào biên độ  $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$  có thể lớn. Do đó, hằng số tự tương tác của boson Higgs  $\tilde{\lambda}_{ij}$  liên hệ với khối lượng boson Higgs mang điện trong phương trình (1.67), (1.68) và (1.69), có thể âm. Khảo sát của chúng tôi cho thấy  $|\tilde{\lambda}_{13,23}| \leq \mathcal{O}(10^{-3})$  khi  $|\tilde{\lambda}_{12}|$  có thể đạt bậc 1. Chúng tôi sẽ xem xét chi tiết hơn trong khảo sát số ở phần sau.

Những ràng buộc về đỉnh tự tương tác của 3 Higgs boson cho trong mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải đã được thảo luận trong [20], trong đó thế Higgs thỏa mãn điều kiện về trung bình chân không. Do đó, các kết quả này có thể được áp dụng cho các mô hình 331 $\beta$ , cụ thể là:

$$\begin{aligned} \lambda_i &> 0, \quad f_{ij} \equiv \lambda_{ij} + 2\sqrt{\lambda_i\lambda_j} > 0, \\ \tilde{f}_{ij} &\equiv \lambda_{ij} + \tilde{\lambda}_{ij} + 2\sqrt{\lambda_i\lambda_j} > 0, \end{aligned} \quad (5.2)$$

với  $i, j = 1, 2, 3$  và  $i < j$ . Lưu ý rằng các ràng buộc cho các hệ số tự tương

tác của Higgs boson  $\lambda_{1,2,12}$  tương ứng với các trường hợp cụ thể của mô hình 2HDM [94, 120, 125]. Bởi vì  $(t_{12} + t_{12}^{-1} + c_{12}(v/v_3)^2) f v_3 \sim m_A^2$  là bình phương khối lượng của Higgs boson trung hòa  $CP$ -lẻ, điều kiện  $m_A^2 > 0$  dẫn đến  $f > 0$  [14, 64]. Các điều kiện khác đảm bảo rằng tất cả các bình phương khối lượng boson Higgs phải dương và khối lượng boson Higgs tựa SM phải phù hợp với giá trị thực nghiệm. Có thể thấy qua các công thức (1.67)-(1.69) rằng tất cả các bình phương khối lượng Higgs boson mang điện luôn dương nếu tất cả  $\tilde{\lambda}_{ij} > 0$ , nhưng giá trị của chúng có thể rất lớn. Các trường hợp thú vị hơn tương ứng với sự tồn tại của boson Higgs nhẹ mang điện, có thể đóng góp đáng kể biên độ rẽ bậc một vòng của boson Higgs tựa SM. Dựa vào phương trình (1.71), ước tính ban đầu cho thấy  $f$  có cùng bậc với thang phá vỡ của  $SU(3)_L$  là  $v_3$ , dẫn đến yêu cầu  $\tilde{\lambda}_{12,13,23} < 0$  cho sự tồn tại của boson Higgs mang điện nhẹ. Hơn thế nữa, mối quan hệ (1.79) dẫn đến hệ quả là  $\lambda_{13}$  sẽ nhỏ đối với trường hợp chúng ta quan tâm  $v_3 \geq 3$  TeV và  $m_{h_2}$  nhỏ gần 1 TeV. Trong trường hợp này  $f$  cũng nhỏ, như chúng tôi tìm thấy trong khảo sát số cũng như đã được công bố trong các nghiên cứu trước [15]. Xét cho các boson Higgs mang điện trong (1.68) và (1.69) chúng tôi đưa ra giá trị của  $\tilde{\lambda}_{13,23}$  âm và rất nhỏ. Ngược lại, sự xuất hiện của boson Higgs mang điện  $H^\pm$  cho phép  $\tilde{\lambda}_{12}$  âm và  $|\tilde{\lambda}_{12}|$  khá lớn để thỏa mãn điều kiện  $\tilde{f}_{12} > 0$  cho bởi phương trình (5.2). Chúng tôi sẽ giới hạn vùng không gian tham

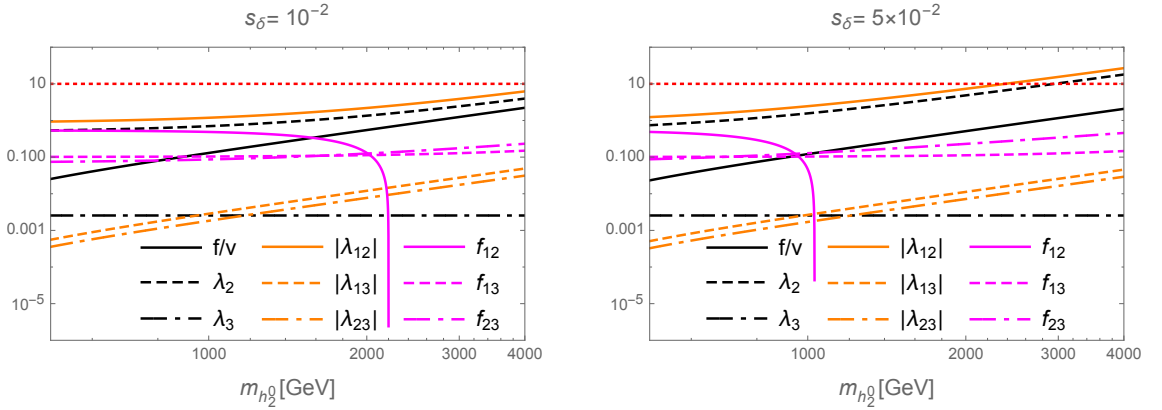
số:  $\tilde{\lambda}_{ij} \geq 0$  với tất cả  $i > j$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  và  $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ . Giá trị của  $\lambda_{13,23}$  luôn được chọn để có được giá trị tuyệt đối đủ lớn của các đóng góp  $F_{21,s}^{331}$  và/hoặc  $F_{21,sv}^{331} \equiv F_{21,svv}^{331} + F_{21,vss}^{331}$ .

Những thảo luận ở trên cho phép chúng tôi chọn các giá trị mặc định của các tham số độc lập chưa biết như sau:  $\beta = 1/\sqrt{3}$ ,  $s_\delta = 0.01$ ,  $\lambda_1 = 1$ ,  $t_{12} = 0.8$ ,  $\tilde{\lambda}_{12} = \tilde{\lambda}_{13} = \tilde{\lambda}_{23} = 0.1$ ,  $m_{h_2^0} = 1.2$  TeV,  $m_{h_3^0} = 1$  TeV,  $v_3 = 14$  TeV,  $m_{E_a} = m_{J_a} = 1.5$  TeV. Chúng tôi chọn giới hạn nhiễu loạn của hằng số tự tương tác của boson Higgs là 10, chặt chẽ hơn một chút so với cận trên được phép là  $4\pi$ . Ngoài ra, tùy thuộc vào các khảo sát số cụ thể, việc thay đổi bất kỳ giá trị số của các tham số độc lập cũng sẽ được chú thích cụ thể.

## 5.2 Kết quả khảo sát số và biện luận

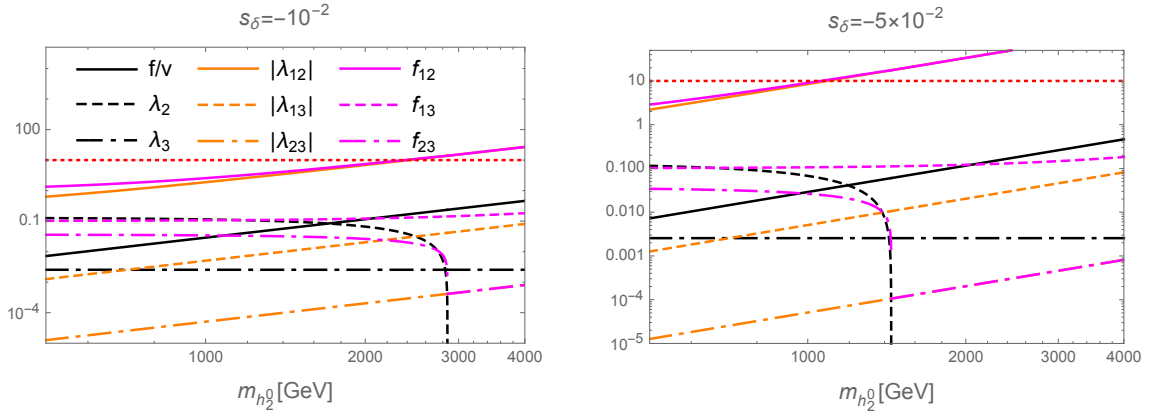
### 5.2.1 Trường hợp 1: $\tilde{\lambda}_{12} \geq 0$

Đầu tiên, chúng tôi tập trung vào các tham số có liên quan đến mô hình 2HDM. Các hình 5.1 và hình 5.2 minh họa khảo sát số các hằng số tự tương tác của boson Higgs và  $f_{ij}$  là hàm của  $m_{h_2^0}$ , các tham số độc lập khác được cố định là  $t_{12} = 0.8$  và cho  $s_\delta$  nhận một số giá trị đủ lớn:  $s_\delta = \pm 10^{-2}, \pm 5 \times 10^{-2}$ . Với  $s_\delta > 0$ , thì  $t_{12}$  được chọn đủ lớn để thỏa mãn  $f_{12} > 0$  và  $m_{h_2^0} > 1$  TeV. Tham số  $\tilde{\lambda}_{12} \geq 0$  và các giá trị âm  $\tilde{\lambda}_{13,23} \rightarrow 0$



**Hình 5.1:** Đồ thị  $f_{ij}$  và hằng số tự tương tác của boson Higgs phụ thuộc vào  $m_{h_2^0}$  với  $s_\delta > 0$  và  $t_{12} = 0.8$ . Các đường nằm ngang ở giá trị 10 tương ứng với giới hạn nhiễu loạn của hằng số tự tương tác của boson Higgs.

không ảnh hưởng đến kết quả khảo sát số trong trường hợp này. Chúng tôi có nhận xét rằng điều kiện về trung bình chân không yêu cầu  $f_{12} > 0$  cho ảnh hưởng rất mạnh đến giới hạn trên của  $m_{h_2^0}$ , cụ thể  $s_\delta$  lớn chỉ cho phép  $m_{h_2^0}$  nhận giá trị nhỏ. Hình 5.2 minh họa các vùng được phép khi  $s_\delta < 0$ , ở đây chúng tôi chọn  $t_{12} = 0.1$ , đủ nhỏ cho  $\lambda_2 > 0$  và  $m_{h_2^0} > 1$  TeV. Một lần nữa chúng tôi thấy rằng  $|s_\delta|$  càng lớn sẽ cho giới hạn trên của  $m_{h_2^0}$  càng nhỏ. Nói chung, qua khảo sát số của chúng tôi cho thấy  $t_{12}$  và  $s_\theta$  phụ thuộc mạnh nhất vào sự thay đổi khối lượng  $m_{h_2^0}$ . Như minh họa, hình 5.3 cho thấy vùng cho phép  $t_{12}$  và  $s_\theta$  với 2 điểm cố định  $m_{h_2^0} = 1$  TeV và 2.5 TeV. Có thể thấy rằng với  $m_{h_2^0}$  lớn hơn, kết quả sẽ cho  $|s_\theta|$  nhỏ hơn. Các đường cong màu đen nét đứt thể hiện các giá trị không đổi của  $f_{12}$  sẽ hữu ích cho các thảo luận cho trường hợp  $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ , do các ràng buộc từ  $\tilde{f}_{12} > 0$  sẽ nghiêm ngặt hơn từ  $f_{12} > 0$  khi xét  $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ , cho

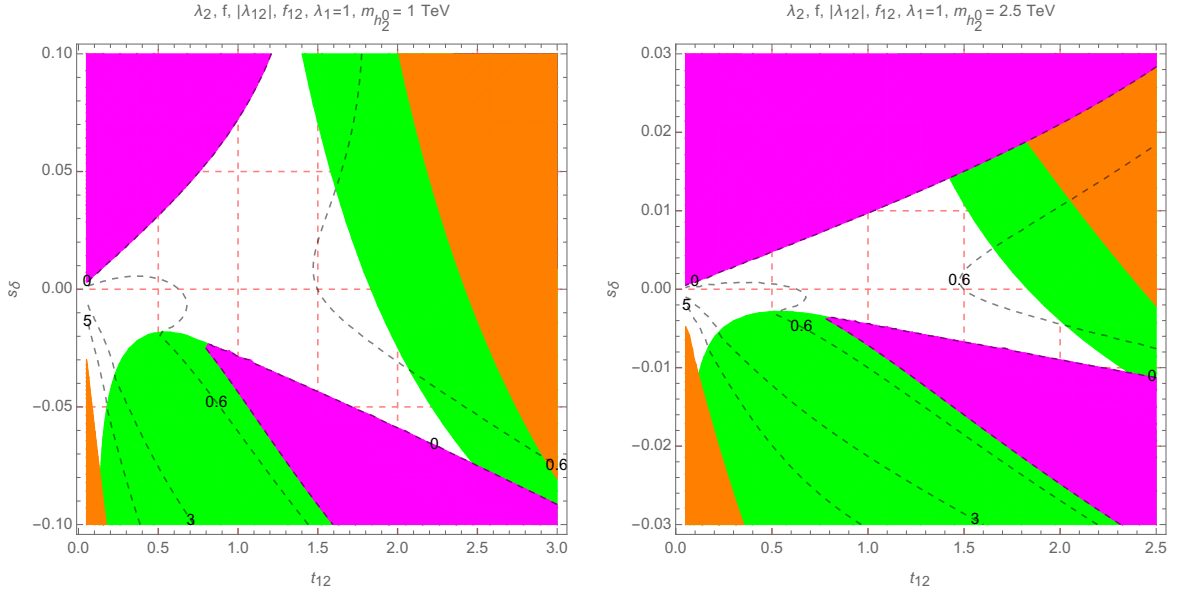


**Hình 5.2:** Đồ thị  $f_{ij}$  và hằng số tự tương tác của boson Higgs phụ thuộc vào  $m_{h_2^0}$  với  $s_\delta < 0$  và  $t_{12} = 0.1$ .

kết quả sẽ tương đương với  $f_{12} > |\tilde{\lambda}_{12}|$ . Vì vậy,  $f_{12}$  đóng vai trò là giới hạn trên của  $|\tilde{\lambda}_{12}|$ .

Các vùng tham số được phép cũng phụ thuộc vào  $\lambda_1$ , xem ví dụ minh họa bằng đồ thị biểu diễn các đường bao trong hình 5.4 tương ứng với  $\lambda_1 = 0.5, 5$ . Có thể thấy rằng  $\lambda_1$  phải đủ lớn mới cho phép  $|s_\theta|$  nhận giá trị lớn, xem thêm các đồ thị minh họa với  $\lambda_1 = 0.1, 10$  trong phụ lục D.

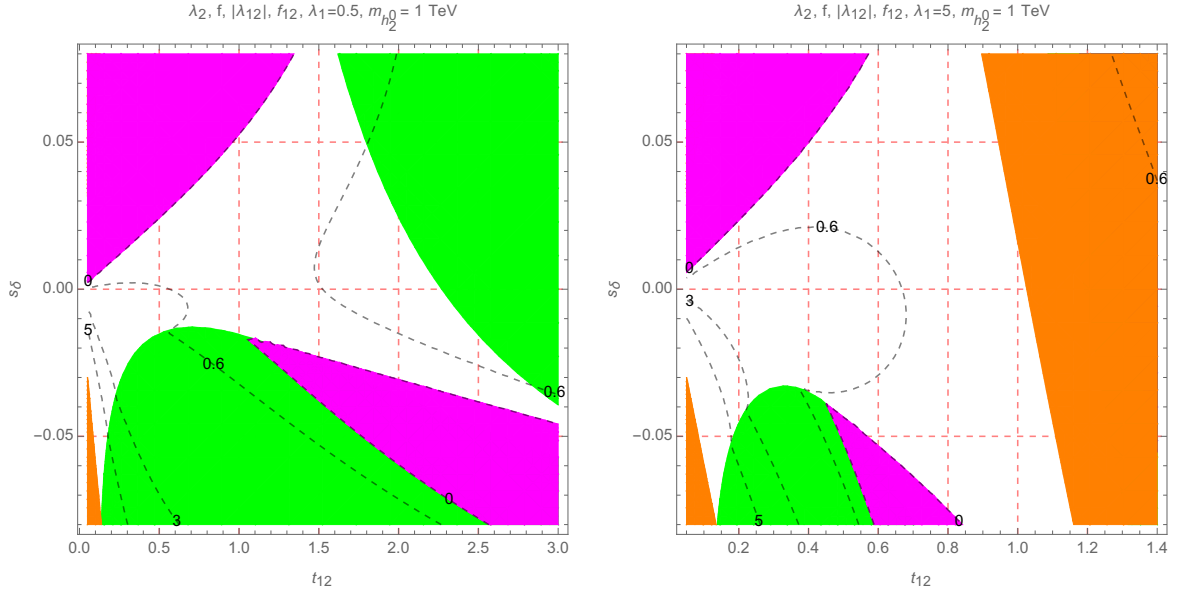
Trong trường hợp giá trị lớn  $|s_\theta| = 0.02$ , các giá trị được phép của  $\lambda_1$  và  $t_{12}$  cho trên hình 5.5. Có thể thấy rằng chỉ có giá trị  $s_\theta$  âm sẽ cho  $f_{12}$  lớn. Trường hợp  $|s_\theta| = 0.05$  nhận giá trị lớn hơn cho trong hình vẽ trong phụ lục D. Chúng tôi chọn  $m_{h_2^0} = 1.2$  TeV, đủ lớn để giá trị  $|s_\theta| = 0.05$  vẫn được thỏa mãn. Trong điều kiện cả  $|s_\delta|$  và  $m_{h_2^0}$  đều lớn, các vùng tham số được phép của  $t_{12}$  và  $\lambda_1$  và  $f_{12}$  khá hẹp. Với  $|s_\delta| < 10^{-2}$  nhỏ, các giá trị được phép của  $m_{h_2^0}$  và  $t_{12}$  được mở rộng hơn. Tuy nhiên, các vùng



**Hình 5.3:** Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $f$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  phụ thuộc vào  $s_\theta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $f > 0$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$  và  $f_{12} > 0$  tương ứng. Đường cong màu đen thể hiện giá trị không đổi của  $f_{12}$ .

được phép này sẽ không dẫn đến nhiều sai lệch so với dự đoán của SM.

Đồ thị trái trong hình 5.6 minh họa các đồ thị đường bao với giá trị cố định  $\beta = -1/\sqrt{3}$  mô tả các giá trị được phép của  $\delta\mu_{Z\gamma}$  tương ứng với các vùng không tô màu, là các vùng thỏa mãn đầy đủ các ràng buộc của tham số và giới hạn thực nghiệm gần đây cho  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$ . Đồ thị bên phải của hình 5.6 biểu diễn đường bao của  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma}$ , trong đó vùng không tô màu thỏa mãn điều kiện  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma} \geq 2$ . Trong vùng này, chúng ta có thể thấy  $|s_\delta| \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  và có giá trị âm. Thêm vào đó,  $\delta\mu_{\gamma\gamma} < 0.04$ . Do vậy, vùng  $\mu_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$  dẫn đến  $|\delta\mu_{Z\gamma}| < 0.15$  vẫn còn nhỏ hơn độ nhạy trong tương lai  $\delta\mu_{Z\gamma} = \pm 0.23$  cho trong tài liệu [97]. Ngoài ra, hầu hết các khu

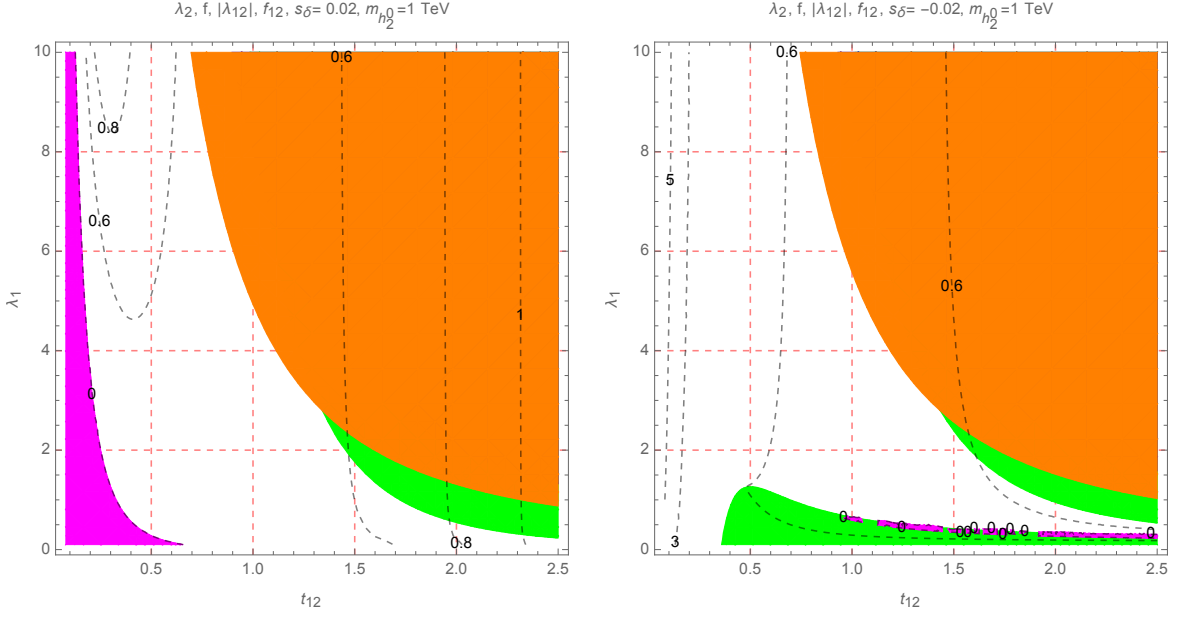


**Hình 5.4:** Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  như hàm của  $s_\delta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $f > 0$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$  và  $f_{12} > 0$  tương ứng. Đường cong màu đen nét đứt thể hiện giá trị không đổi của  $f_{12}$ .

vực được phép đều đáp ứng  $0.8 \leq R_{Z\gamma/\gamma\gamma} \leq 2$ , do đó giá trị gần đúng  $\text{BR}(h \rightarrow \gamma\gamma) \simeq \text{BR}(h \rightarrow Z\gamma)$  là giả thiết hợp lý để đơn giản hóa các tính toán đã được thừa nhận trong các nghiên cứu trước đây.

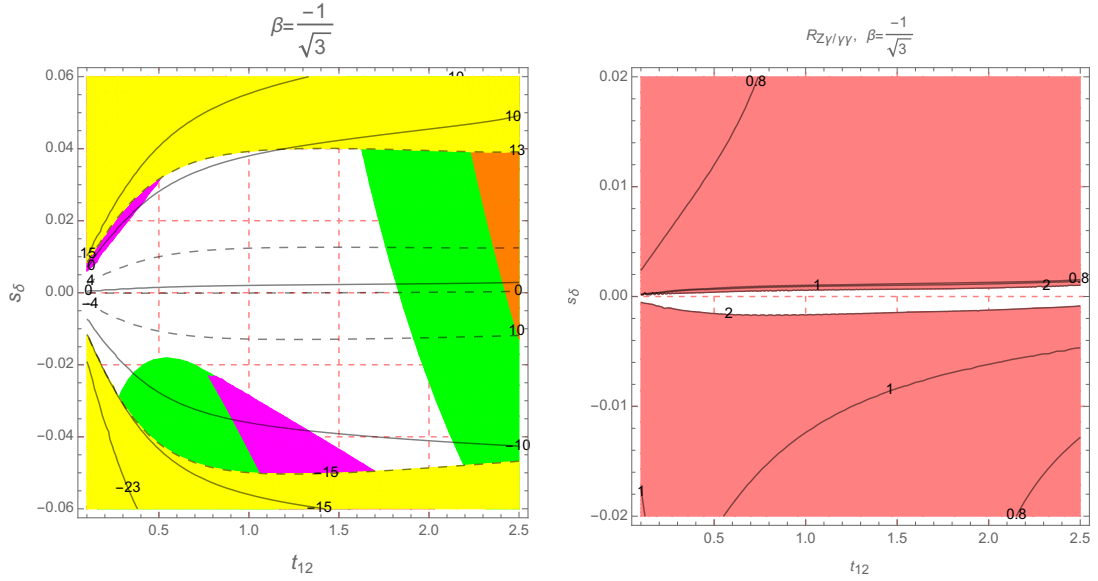
Nói chung, với giá trị lớn  $v_3 = 14$  TeV và giá trị gần đây của  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$ , nghiên cứu của chúng tôi cho thấy rằng các thảo luận ở trên về các vùng tham số được phép cũng như  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma}$  phụ thuộc yếu vào tham số  $\beta$ . Kết quả cũng không thay đổi đối với giới hạn dưới của  $v_3 = 8$  TeV tương ứng với  $\beta = \pm 2/\sqrt{3}$ . Đặc tính này có thể được giải thích bởi thực tế  $v_3 \simeq 10$  TeV là giá trị lớn dẫn đến các boson chuẩn mang điện nặng  $m_Y, m_V$  nhận khối lượng khoảng 4 TeV và khối lượng của boson Higgs





**Hình 5.5:** Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  như là hàm của  $\lambda_1$  và  $t_{12}$  với một số giá trị cố định  $m_{h_2^0}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi bị loại trừ bởi các yêu cầu tương ứng  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $f > 0$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$ , and  $f_{12} > 0$ . Đường cong màu đen thể hiện giá trị không đổi của  $f_{12}$ .

mang điện không nhỏ hơn 1 TeV. Đóng góp bậc một vòng từ các hạt mới đặc trưng cho nhóm  $SU(3)_L$  vào  $F_{21}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma}^{331}$  nhỏ hơn ít nhất 4 bậc so với đóng góp từ SM vào biên độ rã  $F_{21,\gamma\gamma}^{\text{SM}}$ , xem ví dụ minh họa trong bảng 5.1. Ở đây chúng tôi sử dụng biên độ được dự đoán bởi SM, cụ thể là  $\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}] = -5.6 \times 10^{-5} [\text{GeV}^{-1}]$  và  $\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}] = -3.09 \times 10^{-5} [\text{GeV}^{-1}]$  và bỏ qua những phần phần ảo có giá trị rất nhỏ, chúng ta có thể thấy cả hai đại lượng  $\delta\mu_{Z\gamma}$  và  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$  phụ thuộc mạnh vào  $s_\delta$  và  $t_{12}$ . Ngược lại, các đóng góp một vòng từ các hạt mới nhận giá trị cực nhỏ, như minh họa trong dòng cuối cùng trong bảng 5.1. Lưu ý rằng  $F_{21,sv}^{331}$  có thể lớn hơn đáng kể so với  $F_{21,v}^{331}$ , do đó cả hai đại lượng này nên được đồng thời đưa



**Hình 5.6:** Đồ thị đường bao hiển thị các vùng được phép  $s_\delta$  và  $t_{12}$  (trái) và  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma}$  như hàm của  $s_\delta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, lam, cam, đỏ tươi và vàng được loại trừ bởi các điều kiện cần của các tham số  $\lambda_2, f, \lambda_{12}, f_{12}$  và  $\delta\mu_{Z\gamma}$  tương ứng. Các đường cong màu đen và chấm đen hiển thị giá trị không đổi của  $\delta\mu_{Z\gamma}$  và  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$ , tương ứng. Vùng không có màu trong bảng bên phải tương ứng với  $R_{Z\gamma/\gamma\gamma} \geq 2$ .

vào biên độ phân rã  $h \rightarrow Z\gamma$ . Sự đóng góp không đáng kể của các hạt mới  $\delta\mu_{Z\gamma}$ , được hiển thị rõ ràng trong đồ thị trái của hình của 5.6, trong đó ba đường cong không đổi  $s_\delta = \delta\mu_{Z\gamma} = \delta\mu_{\gamma\gamma} = 0$  rất gần nhau.

Với giá trị dương đủ lớn của  $\tilde{\lambda}_{12}$  và  $m_{h_2^0}$  đủ nhỏ, đóng góp bậc một vòng từ  $H^\pm$  vào  $F_{21}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma}^{331}$  chiếm ưu thế nhưng vẫn không đủ lớn để tạo ra những sai lệch đáng kể cho  $\delta\mu_{Z\gamma}$ , xem ví dụ minh họa với giá trị nhỏ  $s_\delta = 10^{-3}$  trong dòng đầu của bảng 5.2.

Ở đây chúng tôi luôn áp đặt  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| \leq 4\%$  tương ứng độ nhạy thực nghiệm trong tương lai của  $\mu_{\gamma\gamma}$ . Mặt khác, độ sai lệch lớn có thể xuất

$\beta$	$s_\delta$	$t_{12}$	$\frac{F_{21,s}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{21,v}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{21,sv}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,s}^{331}}{\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,v}^{331}}{\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}]}$	$\delta\mu_{Z\gamma}$	$\delta\mu_{\gamma\gamma}$
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$2 \times 10^{-2}$	1.5	$-3.3 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-5}$	$-1.6 \times 10^{-4}$	$-6 \times 10^{-4}$	$5.5 \times 10^{-4}$	4.4	6.5
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-2 \times 10^{-2}$	1.5	$\sim 10^{-6}$	$3 \times 10^{-5}$	$-1.5 \times 10^{-4}$	$\sim 10^{-6}$	$5.3 \times 10^{-4}$	-5.4	-6
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$2 \times 10^{-2}$	0.5	$1.3 \times 10^{-4}$	$-9 \times 10^{-5}$	$-5 \times 10^{-5}$	$2.3 \times 10^{-4}$	$2.2 \times 10^{-4}$	6.8	8.1
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-2 \times 10^{-2}$	0.5	$-4.2 \times 10^{-4}$	$-9 \times 10^{-5}$	$-4 \times 10^{-5}$	$-7.5 \times 10^{-4}$	$2.1 \times 10^{-4}$	-7.5	-7.4
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-10^{-3}$	1.5	$-1.6 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-5}$	$-1.6 \times 10^{-4}$	$-2.9 \times 10^{-4}$	$5.4 \times 10^{-4}$	-0.8	-0.2

**Bảng 5.1:** Đóng góp của các hạt thuộc nhóm  $SU(3)_L$  tới  $F_{21}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma}^{331}$ , xem phương trình (4.7) và (4.9), với  $F_{21,sv}^{331} \equiv F_{21,svv}^{331} + F_{21,vss}^{331}$ .

$\beta$	$s_\delta$	$t_{12}$	$\frac{F_{21,s}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{21,v}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{21,sv}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,s}^{331}}{\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,v}^{331}}{\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}]}$	$\delta\mu_{Z\gamma}$	$\delta\mu_{\gamma\gamma}$
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$10^{-3}$	1.7	$-1.46 \times 10^{-2}$	$4 \times 10^{-5}$	$-1.7 \times 10^{-4}$	$-2.64 \times 10^{-2}$	$5.7 \times 10^{-4}$	-3.1	-4.7
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-10^{-3}$	1.7	$-1.44 \times 10^{-2}$	$4 \times 10^{-5}$	$-1.7 \times 10^{-4}$	$-2.61 \times 10^{-2}$	$5.7 \times 10^{-4}$	-3.6	-5.3
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$3 \times 10^{-2}$	1.5	$-1.24 \times 10^{-2}$	$3 \times 10^{-5}$	$-1.6 \times 10^{-4}$	$-2.23 \times 10^{-2}$	$5.5 \times 10^{-4}$	4.4	5.2
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-3 \times 10^{-2}$	1.5	$-9.6 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-5}$	$-1.5 \times 10^{-4}$	$-1.75 \times 10^{-3}$	$5.3 \times 10^{-4}$	-9.6	-12.3

**Bảng 5.2:** Đóng góp của các hạt trong nhóm  $SU(3)_L$  tới  $F_{21}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma}^{331}$  cho  $\tilde{\lambda}_{12} = 5$  lớn và  $m_{h_2^0} = 600$  GeV nhỏ.

hiện khi  $|s_\delta|$  đủ lớn. Trong trường hợp này, tất cả các đại lượng  $\delta\mu_{Z\gamma,\gamma\gamma}$  và  $s_\delta$  có cùng dấu.

Xét trường hợp  $\beta = \sqrt{3}$  tương ứng với mô hình được thảo luận trong [56], với giá trị nhỏ  $v_3 = 3$  TeV vẫn được chấp nhận, các vùng được phép thay đổi đáng kể, như được minh họa trong hình 5.7.

Đặc biệt, mô hình dự đoán giới hạn chặt chẽ hơn cho  $s_\delta < 0.03$ . Đóng góp bậc một vòng của các hạt đặc trưng nhóm  $SU(3)_L$  có thể dẫn tới cả hai độ sai lệch  $\delta\mu_{Z\gamma}$ ,  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$  đạt giá trị cỡ vài phần trăm, như mô tả trong hình 5.7 trong đó hai đường bao  $\delta_{Z\gamma} = \delta\mu_{\gamma\gamma} = 0$  tách biệt hẳn so với



và  $F_{21,sv}^{331}$  có thể cho cùng bậc độ lớn là  $10^{-3}$  so với SM, nhưng những đóng góp này không đủ lớn để làm cho độ sai lệch kênh rã  $h \rightarrow Z\gamma$  lớn tới độ nhạy thực nghiệm tương lai  $|\delta\mu_{Z\gamma}| > 23\%$ .

Để kết thúc trường hợp  $\lambda_{ij} > 0$  chúng tôi đã đề cập ở trên, chúng tôi thấy rằng trong trường hợp này, tất cả các khối lượng của boson Higgs mang điện có bậc  $\mathcal{O}(1)\text{TeV}$  và có hệ số đỉnh tương tác với  $h$  nhỏ. Với các giá trị lớn của  $\lambda_{1,12}$  và giá trị nhỏ  $m_{h_2^0} = 800 \text{ GeV}$ , có thể xuất hiện trường hợp  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$  nhỏ nhưng  $\delta\mu_{Z\gamma}$  lớn, như ví dụ trong bảng 5.4. Chúng tôi muốn

$\lambda_1$	$\tilde{\lambda}_{12}$	$s_\delta$	$t_{12}$	$\frac{F_{21,s}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{21,v}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{21,sv}^{331}}{\text{Re}[F_{21}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,s}^{331}}{\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}]}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,v}^{331}}{\text{Re}[F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}]}$	$\delta\mu_{Z\gamma}$	$\delta\mu_{\gamma\gamma}$
1.95	8	$10^{-3}$	1.5	$-1.22 \times 10^{-2}$	$-1.7 \times 10^{-3}$	$-4.4 \times 10^{-3}$	$-2.21 \times 10^{-2}$	$2.2 \times 10^{-2}$	-4.	0.4
1.95	8	$-10^{-3}$	1.5	$-1.21 \times 10^{-2}$	$-1.7 \times 10^{-3}$	$-4.4 \times 10^{-3}$	$-2.19 \times 10^{-2}$	$2.2 \times 10^{-2}$	-4.5	-0.17
1.	5	$-2 \times 10^{-2}$	1.95	$-1.6 \times 10^{-3}$	$-9.7 \times 10^{-4}$	$-5 \times 10^{-3}$	$-1.2 \times 10^{-2}$	$2.4 \times 10^{-2}$	-7.7	-4

**Bảng 5.4:** Ví dụ mô hình trong [56], đóng góp của các hạt trong nhóm  $SU(3)_L$  tới  $F_{21}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma}^{331}$  với  $m_{h_2^0} = 800 \text{ GeV}$ . Các ký hiệu được đưa ra từ chú thích của bảng 5.1.

nhấn mạnh ở đây một đặc điểm thú vị là do sự tồn tại của Higgs và boson chuẩn mới, các đóng góp của chúng  $F_{\gamma\gamma,s}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma,v}^{331}$  vào biên độ rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$  có thể có dấu ngược nhau và cùng bậc, do đó dẫn đến cường độ tín hiệu tương ứng có thể đủ nhỏ thỏa mãn các giới hạn trên thu được từ thực nghiệm. Đồng thời, tất cả các đóng góp cho biên độ phân rã  $h \rightarrow Z\gamma$  có thể có cùng dấu làm tăng biên độ rã, dẫn đến độ lệch tương ứng  $\mu_{Z\gamma}$  có thể lớn. Với mô hình  $\beta = \sqrt{3}$  và  $v_3 = 3 \text{ TeV}$ , chúng ta có thể tìm thấy độ lệch này có thể đạt được giá trị  $-10$ , nhưng vẫn còn xa so với độ nhạy của

thực nghiệm  $\delta\mu_{Z\gamma} = \pm 23\%$  trong các dự án thực nghiệm HL-LHC [97]. Với các mô hình có  $v_3 \geq 8$  TeV, đóng góp của các hạt boson chuẩn nặng không đáng kể, do đó đóng góp lớn chủ yếu đến từ các boson Higgs mang điện. Từ đó, các giới hạn từ  $\delta\mu_{\gamma\gamma}$  sẽ dẫn đến các giới hạn chặt chẽ hơn các giới hạn của  $\delta\mu_{Z\gamma}$  thu được từ thực nghiệm.

### 5.2.2 Trường hợp 2: $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ .

Như chúng ta có thể thấy trong phương trình (1.67),  $\tilde{\lambda}_{12}$  âm có thể dẫn đến khối lượng boson Higgs mang điện  $m_{H^\pm}$  nhận giá trị nhỏ. Thêm vào đó,  $|\tilde{\lambda}_{12}|$  lớn có thể cho phép xuất hiện các giá trị lớn của hệ số đỉnh tương tác của boson Higgs này với SM-like boson Higgs, làm cho xuất hiện khả năng  $|F_{21,s}^{331}|$  và  $|F_{\gamma\gamma,s}^{331}|$  có thể nhận các giá trị lớn. Chúng tôi sẽ tập trung vào trường hợp này.

Một trong những điều kiện trong (5.2), cụ thể  $\tilde{f}_{12} > 0$ , sẽ tự động thỏa mãn nếu  $f_{12} > 0$  và  $\tilde{\lambda}_{12} \geq 0$ . Trong trường hợp  $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ ,  $\tilde{f}_{12} > 0$  tương đương với điều kiện khắt khe hơn  $f_{12} > |\tilde{\lambda}_{12}| > 0$  hoặc  $-f_{12} < \tilde{\lambda}_{12} < 0$ . Điều này giúp chúng tôi xác định các khu vực được phép với  $|\tilde{\lambda}_{12}|$  lớn, dẫn đến đóng góp một vòng của boson Higgs mang điện  $H^\pm$  vào biên độ của 2 quá trình  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  nhận giá trị lớn. Dựa trên thực tế là các khu vực được phép có  $f_{12}$  dương và đủ lớn sẽ cho phép  $\tilde{\lambda}_{12}$  nhận giá trị

lớn, cụ thể là hai đồ thị 5.3 và 5.4 cho thấy giá trị lớn  $\tilde{\lambda}_{12}$  tương ứng với vùng có  $s_\delta$  âm và  $t_{12}$  nhỏ. Các giá trị  $s_\theta$  nhỏ cho phép  $|\tilde{\lambda}_{12}|$  nhỏ. Đồ thị 5.5 cho thấy giá trị  $\lambda_1$  dường như không ảnh hưởng đến giá trị được phép của  $\tilde{\lambda}_{12}$  trong vùng có  $s_\delta$  âm. Với  $v_3$  đủ lớn,  $|\tilde{\lambda}_{12}|$  lớn trong trường hợp này không có ảnh hưởng rõ rệt đến cả hai đại lượng  $\delta\mu_{Z\gamma, \gamma\gamma}$ , xem ví dụ minh họa trong bảng 5.5. Do đó, trường hợp  $\tilde{\lambda}_{12}$  âm có thể dẫn đến

$\beta$	$m_{h_2^0}$ [TeV]	$s_\delta$	$\frac{F_{21,s}^{331}}{F_{21}^{\text{SM}}}$	$\frac{F_{21,v}^{331}}{F_{21}^{\text{SM}}}$	$\frac{F_{21,sv}^{331}}{F_{21}^{\text{SM}}}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,s}^{331}}{F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}}$	$\frac{F_{\gamma\gamma,v}^{331}}{F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}}$	$\delta\mu_{Z\gamma}$	$\delta\mu_{\gamma\gamma}$
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	$-10^{-3}$	$3.4 \times 10^{-4}$	$-1.4 \times 10^{-4}$	$\simeq 0$	$6.1 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-5}$	-1.8	-1.2
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	0.6	$-10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-3}$	$-1.4 \times 10^{-4}$	$\simeq 0$	$-2.1 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-5}$	-1.7	-0.9
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	$-2 \times 10^{-2}$	$-1.4 \times 10^{-3}$	$-1.4 \times 10^{-4}$	$\simeq 0$	$-2.6 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-5}$	-23.9	-23.9
$\frac{2}{\sqrt{3}}$	0.6	$-2 \times 10^{-2}$	$6.6 \times 10^{-4}$	$-1.2 \times 10^{-3}$	$\simeq 0$	$-1.2 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-5}$	-23.7	-23.6

**Bảng 5.5:** Đóng góp của các hạt trong nhóm  $SU(3)_L$  tới  $F_{21}^{331}$  và  $F_{\gamma\gamma}^{331}$ . Giá trị cố định của các tham số chưa biết là:  $\beta = 2/\sqrt{3}$ ,  $t_{12} = 0.1$ ,  $\tilde{\lambda}_{12} = -1$ .

boson Higgs mang điện  $H^\pm$  nhận khối lượng nhẹ, nhưng nó không cho đóng góp đủ lớn ở bậc một vòng từ boson Higgs mang điện đến các biên độ rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ .

Với mô hình có  $\beta = \sqrt{3}$  được đề cập trong [56], sự khác biệt chính là giá trị nhỏ  $v_3 = 3$  TeV, dẫn đến khả năng có đóng góp lớn bậc một vòng từ các boson chuẩn nặng vào các biên độ rã, cụ thể là  $|F_{21,v}^{331}/F_{21}^{\text{SM}}|$ ,  $|F_{21,sv}^{331}/F_{21}^{\text{SM}}|$ ,  $|F_{21,s}^{331}/F_{21}^{\text{SM}}|$ ,  $|F_{\gamma\gamma,v}^{331}/F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}|$ ,  $|F_{\gamma\gamma,s}^{331}/F_{\gamma\gamma}^{\text{SM}}| \sim \mathcal{O}(10^{-2})$ . Nhưng với  $\tilde{\lambda}_{12} < 0$ , đóng góp cùng dấu lại xuất hiện trong biên độ rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$ , trong khi đó lại xuất hiện những đóng góp trái dấu ở biên độ của phân rã  $h \rightarrow Z\gamma$ . Do vậy, các giới hạn thu được từ dữ liệu thực nghiệm kênh rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$  dự

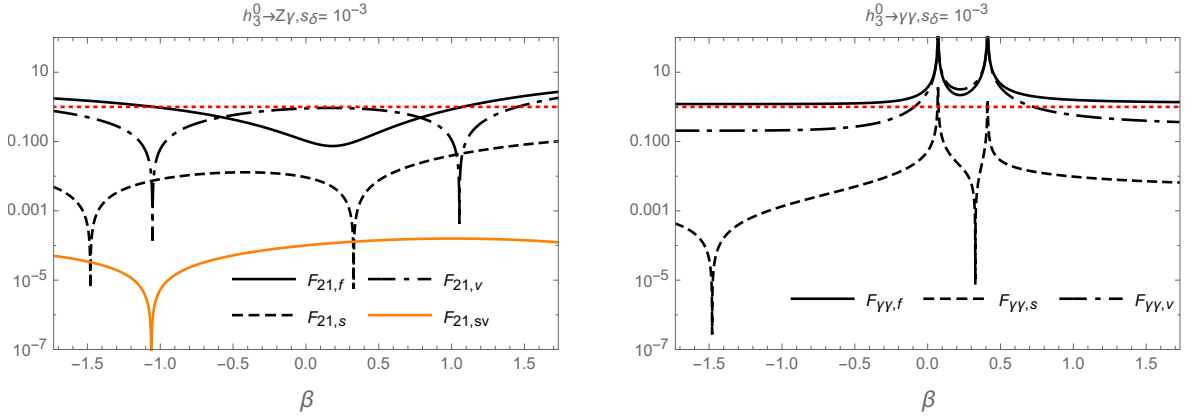
đoán độ sai lệch  $\mu_{Z\gamma}$  nhận giá trị nhỏ hơn so với các giá trị tương ứng với trường hợp  $\tilde{\lambda}_{12} > 0$ .

Cuối cùng, từ những thảo luận trên chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng trong các BSM có mở rộng phần boson chuẩn, ví dụ như mô hình  $SU(2)_1 \otimes SU(2)_2 \otimes U(1)_Y$  vẫn cho phép tồn tại các giá trị nhỏ của khối lượng boson mới và boson Higgs mang điện [31, 88, 102, 124, 137], những đóng góp như  $F_{12,sv}$  vẫn có thể lớn, do đó chúng cần được tính vào biên độ  $h \rightarrow Z\gamma$ . Thêm vào đó, những mô hình này có thể dự đoán  $\delta\mu_{Z\gamma}$  lớn, trong khi vẫn thỏa mãn  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| \leq 0.04$ . Chủ đề thú vị này đáng được nghiên cứu chi tiết hơn.

### 5.2.3 Quá trình $h_3^0$ như một tín hiệu mới của mô hình 331 $\beta$

Các đóng góp khác nhau cho phân rã bậc một vòng  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$  với  $s_\theta = 10^{-3}$ ,  $m_{h_3^0} = 700$  GeV,  $t_{12} = 0.8$  được minh họa trong hình 5.8, tương ứng với các đồ thị mô tả các tỷ số  $|F_{21,x}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma)|/|F_{21}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma)|$  và  $|F_{\gamma\gamma,x}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma)|/|F_{\gamma\gamma}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma)|$ ,  $x = f, s, v, sv$ . Ngoài ra, các khảo sát của chúng tôi cho thấy các đường đồ thị trong hình 5.8 không thay đổi nhiều khi thay đổi các giá trị của  $s_\delta$ . Chúng tôi có thể kết luận rằng đóng góp từ các fermion ngoại lai nặng luôn là đóng góp chính với  $\beta$  đủ lớn. Ngược lại,  $F_{21,sv}$  cho đóng góp không đáng kể. Xét quá trình rã  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ,

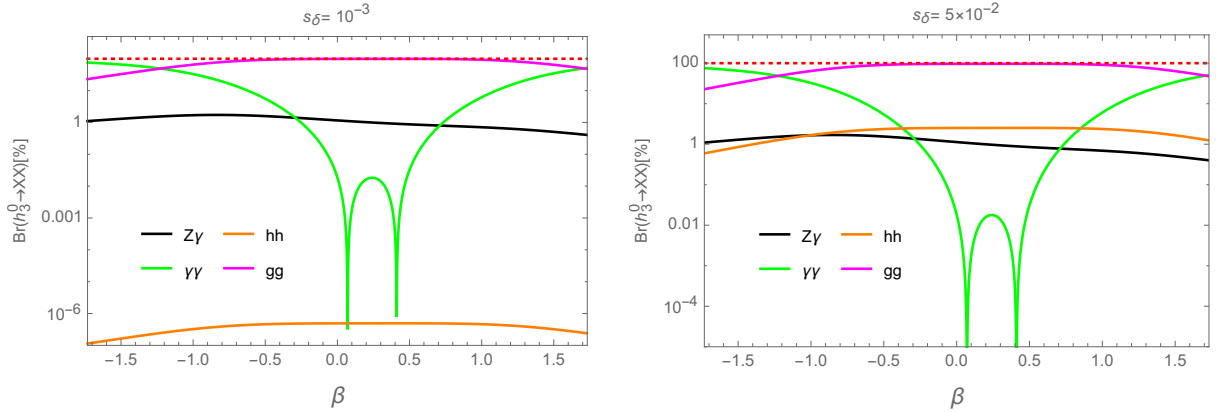




**Hình 5.8:** Các đóng góp khác nhau cho rã  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$  phụ thuộc vào  $\beta$ .

mối tương quan trái dấu của  $F_{\gamma\gamma,v}$  và  $F_{\gamma\gamma,f}$  xảy ra khi  $|\beta|$  nhỏ. Điều này dẫn đến sự xuất hiện hai đỉnh hướng xuống của đồ thị trong hình minh họa, tương ứng với  $|F_{\gamma\gamma}| \ll |F_{\gamma\gamma,f}|, |F_{\gamma\gamma,v}|$ .

Các tỉ số rã nhánh riêng phần của  $h_3^0$  được cho trên hình 5.9. Đặc điểm

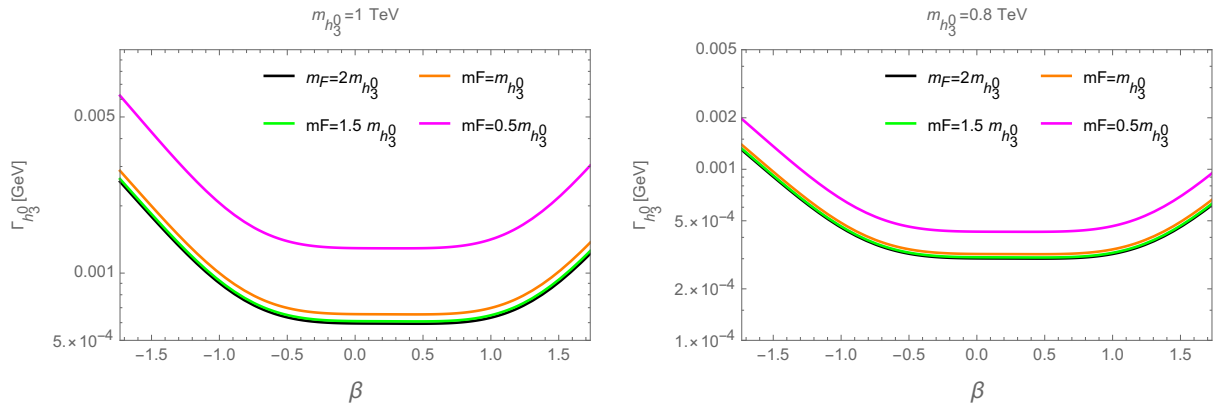


**Hình 5.9:** Các tỷ lệ rã nhánh của rã  $h_3^0 \rightarrow XX$  phụ thuộc vào  $\beta$ .

thú vị ở đây là  $\text{BR}(h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  có thể có giá trị lớn và biến đổi rất nhạy với sự thay đổi của  $\beta$ . Do đó, kênh rã này là một kênh đầy hứa hẹn để xác định  $\beta$ , một khi  $h_3^0$  thực sự tồn tại. Mặt khác,  $\text{BR}(h_3^0 \rightarrow hh)$  phụ thuộc

rất nhạy vào  $s_\delta$ : BR tăng đáng kể theo giá trị tăng của  $s_\delta$ , nhưng giá trị này luôn luôn nhỏ,  $\text{BR}(h_3^0 \rightarrow hh) < 1\%$ .

Với  $m_F > m_{h_3^0}$  bề rộng rã toàn phần của  $h_3^0$  nhận đóng góp chính từ kênh rã ra hai gluon, do vậy BR phụ thuộc mạnh vào  $m_{h_3^0}$  và  $v_3$  như biểu thức có trong phương trình (4.20). BR phụ thuộc yếu vào  $\beta$  xem minh họa trên hình 5.10.



**Hình 5.10:** Bề rộng rã toàn phần của  $h_3^0$  phụ thuộc vào  $\beta$ , ở đây chưa bao gồm rã của các hạt ngoại lai.

### 5.3 Kết luận chương

Chúng tôi đã thảo luận chi tiết các tín hiệu của vật lý mới được dự đoán bởi các mô hình 3-3-1 từ các kênh rã boson Higgs trung hòa chỉ nhận đóng góp bậc một vòng  $h, h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ . Đối với trường hợp tổng quát với  $\beta$  tùy ý, chúng tôi đã rút ra kết luận rằng kênh rã của SM-like boson Higgs ( $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ ) không phụ thuộc vào  $\beta$ , do đó chúng không thể được sử

dụng để phân biệt các mô hình khác nhau theo các giá trị  $\beta$  cụ thể. Đây là do giá trị được phép của thang phá vỡ đối xứng  $SU(3)_L$  là  $v_3$  hiện nay là rất lớn 10 TeV, làm cho các boson chuẩn nặng và boson Higgs mang điện đặc trưng nhóm  $SU(3)_L$  cho các đóng góp bậc một vòng không đáng kể. Đóng góp chủ yếu đến từ Higgs mang điện  $H^\pm$  tương tự Higgs được dự đoán trong các mô hình 2HDM và không có liên quan đến tham số  $\beta$ . Do đó, các độ sai lệch lớn  $\delta\mu_{Z\gamma,\gamma\gamma}$  bắt nguồn từ sự đóng góp bậc một vòng của  $H^\pm$  và giá trị  $|s_\delta|$  lớn. Trong các vùng không gian tham số cho giá trị  $\delta\mu_{Z\gamma}$  lớn, thì  $\mu_{Z\gamma}$  luôn bị chặn trên bởi  $\mu_{\gamma\gamma}$ . Cụ thể là, dự đoán từ khảo sát số của chúng tôi cho thấy  $|\delta\mu_{Z\gamma}| \leq |\delta\mu_{\gamma\gamma}| < 0.23$ , là độ nhạy dự kiến của  $\mu_{Z\gamma}$  trong các dự án thực nghiệm HL-LHC.

Mặt khác, trong mô hình với  $\beta = \sqrt{3}$  với giá trị được phép  $v_3 \simeq 3$  TeV [56],  $\delta\mu_{Z\gamma}$  có thể nhận các giá trị lớn trong vùng không gian tham số được phép thỏa mãn  $\mu_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$ . Trong tương lai gần, dự án thực nghiệm HL-LHC, độ nhạy của thực nghiệm cho kênh rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$  có thể đạt giá trị  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| = 0.04$ , mô hình này vẫn cho phép độ sai lệch  $|\delta\mu_{Z\gamma}|$  tiến gần tới giá trị 0.1. Nhưng nó không thể đạt đến độ nhạy được dự đoán trong tương lai gần là  $|\delta\mu_{Z\gamma}| = 0.23$ .

Về mặt lý thuyết, chúng tôi đã tìm thấy hai đặc điểm rất đáng quan tâm. Thứ nhất,  $F_{21,sv}^{331}$  có thể cùng bậc với  $F_{21,v}^{331}$  trong các vùng không

gian tham số được phép. Điều này cũng xảy ra trong mô hình 3-3-1 với  $\beta = \sqrt{3}$ , trong đó các đóng góp bậc một vòng từ boson chuẩn và boson Higgs có thể lớn và có cùng bậc. Do đó,  $F_{21,sv}^{331}$  không nên bỏ qua trong các nghiên cứu trước đây để cho đơn giản [29, 110]. Thứ hai, trong mô hình với  $\beta = \sqrt{3}$ , đóng góp bậc một vòng của boson chuẩn có thể cùng bậc với đóng góp của boson Higgs, dẫn đến khả năng xuất hiện vùng tham số được phép có sự đóng góp khác nhau vào biên độ  $h \rightarrow \gamma\gamma$  theo hướng khủ nhau, trong khi chúng lại cho đóng góp cộng hưởng vào biên độ  $h \rightarrow Z\gamma$ . Điều này gợi ý rằng có thể tồn tại các mô hình BSM mở rộng nhóm chuẩn cho phép  $|\delta\mu_{Z\gamma}|$  nhận giá trị lớn mà vẫn đáp ứng được dữ liệu thực nghiệm  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| \leq 0.04$ .

# KẾT LUẬN

Chúng tôi đã nghiên cứu chi tiết hai quá trình rare của SM-like Higgs bosson, cụ thể là rare  $h \rightarrow Z\gamma$  trong mô hình 331 $\beta$  và rare  $h \rightarrow \mu\tau$  trong mô hình 331 đảo. Chúng tôi đã thu được một số kết quả mới, được liệt kê cụ thể như sau:

- Trong mô hình 331 đảo:
  - + Xây dựng được biểu thức giải tích tính tỉ số rare nhánh của quá trình rare  $h \rightarrow \mu\tau, \mu \rightarrow e\gamma$ . Chỉ ra được sự khử phân kỳ trong biểu thức cuối cùng của biểu thức tính biên độ.
  - + Chúng tôi đã tìm được các vùng không gian tham số được phép thỏa mãn các kết quả thực nghiệm trong thời gian gần đây về rare cLFV, đồng thời cho tỉ số rare nhánh LFVHD đủ lớn để thực nghiệm có thể đo được. Chúng tôi đã khảo sát sự phụ thuộc của BR của  $h \rightarrow \mu\tau, \mu \rightarrow e\gamma$  vào các tham số: khối lượng lepton nặng ( $M_E$ ), tham số trộn ( $s_{ij}$ ), trung bình chân không ( $k_1$ ). Chúng tôi thu được

một số kết quả mới như sau:

- Các nguồn chính của LFV bắt nguồn từ các lepton mang điện nặng.

Vì lepton  $e$  được xếp trong lục tuyến khác với hai thế hệ  $\mu$  và  $\tau$ . Đóng góp bậc một vòng đến biên độ rẽ LFV  $h \rightarrow \mu\tau$  và  $\tau \rightarrow \mu\gamma$  lớn hơn so với rẽ  $h \rightarrow \tau e, \mu e$  và  $\tau, \mu \rightarrow e\gamma$  tương ứng.

- Khảo sát với khối lượng các hạt nặng mới đều ở thang TeV, tỷ lệ rẽ nhánh  $BR(h \rightarrow \tau\mu, \tau e)$  và  $h \rightarrow \mu e$  có thể được tìm ra ở bậc  $\mathcal{O}(10^{-3} - 10^{-4})$  và  $\mathcal{O}(10^{-6})$  tương ứng. Các giá trị này rất gần với giới hạn dưới gần đây được tìm ra bởi các máy gia tốc lớn và chúng cần được xem xét để hạn chế không gian tham số của mô hình nếu giới hạn dưới được cải thiện so với số liệu hiện nay về các quá trình rẽ LFV.

- Mặt khác,  $BR(e_b \rightarrow e_a\gamma)$  luôn thỏa mãn giới hạn của thực nghiệm.

Hơn thế nữa, kết quả khảo sát số của chúng tôi cho thấy  $BR(\tau \rightarrow \mu\gamma, e\gamma) \leq \mathcal{O}(10^{-14})$ , có thể còn nhỏ hơn so với độ nhạy hiện tại của các máy gia tốc. Tương tự như vậy,  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  có thể tìm ra có bậc cỡ  $\mathcal{O}(10^{-15})$  hứa hẹn sẽ được tìm ra bởi thực nghiệm.

• Trong mô hình  $331\beta$ :

+ Xây dựng được biểu thức giải tích tính tỉ lệ rẽ nhánh của các kênh rẽ boson Higgs tựa SM  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ . Chúng tôi đã chỉ ra được rằng

các kênh rã này không phụ thuộc vào tham số  $\beta$ .

+  $F_{21,sv}^{331}$  có thể cùng bậc với  $F_{21,v}^{331}$  trong các vùng được phép của không gian tham số. Điều này cũng xảy ra trong mô hình 3-3-1 với  $\beta = \sqrt{3}$ , trong đó các đóng góp ở bậc một vòng từ boson chuẩn và boson Higgs có thể lớn và có cùng bậc. Do đó,  $F_{21,sv}^{331}$  có đóng góp đáng kể không nên bỏ qua như các nghiên cứu trước đây.

+ Kết quả khảo sát cho thấy rằng có thể tồn tại các boson mới của BSM tạo ra đóng góp cho  $|\delta\mu_{Z\gamma}|$  lớn, trong khi vẫn thỏa mãn dữ liệu thực nghiệm được dự đoán trong tương lai gần  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| \leq 0.04$ .

+ Kết quả khảo sát số chúng tôi thu được cho thấy:

- Độ lệch lớn  $\delta\mu_{Z\gamma,\gamma\gamma}$  bắt nguồn từ sự đóng góp một vòng của  $H^\pm$  và giá trị  $|s_\delta|$  lớn. Trong các vùng không gian tham số cho giá trị  $\delta\mu_{Z\gamma}$  lớn, thì  $\mu_{Z\gamma}$  luôn bị chặn trên bởi  $\mu_{\gamma\gamma}$ . Đặc biệt, dự đoán từ khảo sát số của chúng tôi  $|\delta\mu_{Z\gamma}| \leq |\delta\mu_{\gamma\gamma}| < 0.23$ , đó là kỳ vọng của  $\mu_{Z\gamma}$  được dự đoán bởi dự án thực nghiệm nâng cấp độ trung lớn (high luminosity) tại trung tâm máy gia tốc hạt LHC (HL-LHC) [97].

- Mô hình 331 với  $\beta = \sqrt{3}$ , với  $v_3 \simeq 3$  TeV vẫn còn hợp lệ [56],  $\delta\mu_{Z\gamma}$  có thể lớn trong vùng không gian tham số được phép  $\mu_{\gamma\gamma} = 0.99 \pm 0.14$ . Trong tương lai với dự án thực nghiệm HL-LHC, độ nhạy của các máy gia tốc cho quá trình phân rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$  có thể đạt  $|\delta\mu_{\gamma\gamma}| = 0.04$ ,

mô hình này vẫn cho phép  $|\delta\mu_{Z\gamma}|$  tiến gần tới giá trị 0.1. Nhưng nó không thể đạt đến độ nhạy được dự đoán trong tương lai gần là  $|\delta\mu_{Z\gamma}| = 0.23$ .

- Bề rộng rẽ toàn phần của  $h_3^0$  và  $BR(h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma)$  là một tín hiệu quan trọng để nhận biết các mô hình 331.



# DANH SÁCH CÁC CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. H. T. Hung, T. T. Hong, **H. H. Phuong**, H. L. T. Mai and L. T. Hue, "*Neutral Higgs decays  $H \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  in 3-3-1 models*", Phys. Rev. D **100**, 075014 (2019).

2. T. T. Hong, H. T. Hung, **H. H. Phuong**, L. T. T. Phuong and L. T. Hue, "*Lepton-flavor-violating decays of the SM-like boson Higgs  $h \rightarrow e_i e_j$ , and  $e_i \rightarrow e_j \gamma$  in a flipped 3-3-1 model*", PTEP **2020**, 043B03 (2020).

## Tài liệu tham khảo

- [1] A. J. Buras, F. De Fazio and J. Girrbach-Noe, JHEP **1408**, (2014) 039 [arXiv:1405.3850 [hep-ph]].
- [2] A. J. Buras, F. De Fazio, J. Girrbach, and M. V. Carlucci, JHEP **02**, 023 (2013), arXiv:1211.1237.
- [3] ATLAS collaboration, G. Aad *et al.*, Phys. Lett. B **716** (2012) 1 [arXiv:1207.7214]. [arXiv:1709.07242 [hep-ex]].
- [4] A. BRignole, A. Rossi, "Anatomy and phenomenology of mu-tau lepton flavor violation in the MSSM", Nucl. Phys. **B 701**, 3 (2004).
- [5] A. J. Buras, F. De Fazio, J. Girrbach, and M. V. Carlucci, JHEP **02** (2013) 023.
- [6] A. Djouadi, V. Driesen, W. Hollik, A. Kraft, Eur.Phys.J. C **1** (1998) 163 [hep-ph/9701342 ].
- [7] ATLAS Collaboration, M. Aaboud *et al.*, JHEP **10** (2017) 112 [arXiv:1708.00212].

- [8] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], “Search for high-mass resonances in dilepton final states in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV,” JHEP **1806** (2018) 120 [arXiv:1803.06292 [hep-ex]].
- [9] A. E. Cárcamo Hernández, Y. Hidalgo Velásquez and N. A. Pérez-Julve, “A 3-3-1 model with low scale seesaw mechanisms,” Eur. Phys. J. C **79** (2019) no.10, 828 [arXiv:1905.02323 [hep-ph]].
- [10] A. M. Baldini *et al.* [MEG Collaboration], Eur. Phys. J. C **76** (2016) no.8, 434 [arXiv:1605.05081 [hep-ex]].
- [11] A. M. Baldini *et al.*, “MEG Upgrade Proposal,” arXiv:1301.7225 [physics.ins-det].
- [12] A. G. Dias, J. C. Montero and V. Pleitez, Phys. Rev. D **73** (2006) 113004 [hep-ph/0605051].
- [13] A. J. Buras, F. De Fazio, J. Girrbach and M. V. Carlucci, “The Anatomy of Quark Flavour Observables in 331 Models in the Flavour Precision Era,” JHEP **1302** (2013) 023 [arXiv:1211.1237 [hep-ph]].
- [14] A. G. Dias and V. Pleitez, “Stabilization of the Electroweak Scale in 3-3-1 Models,” Phys. Rev. D **80** (2009) 056007 [arXiv:0908.2472 [hep-ph]].

- [15] A. Palcu, “On trilinear terms in the scalar potential of 3-3-1 gauge models,” arXiv:1907.00572 [hep-ph].
- [16] A. J. Buras, F. De Fazio and J. Girrbach-Noe, “ $Z$ - $Z'$  mixing and  $Z$ -mediated FCNCs in  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  models,” JHEP **1408** (2014) 039 [arXiv:1405.3850 [hep-ph]].
- [17] A. Freitas, J. Lykken, S. Kell and S. Westhoff, “Testing the Muon  $g$ -2 Anomaly at the LHC,” JHEP **1405** (2014) 145 Erratum: [JHEP **1409** (2014) 155] [arXiv:1402.7065 [hep-ph]].
- [18] A. Belyaev, G. Cacciapaglia, I. P. Ivanov, F. Rojas-Abatte and M. Thomas, “Anatomy of the Inert Two Higgs Doublet Model in the light of the LHC and non-LHC Dark Matter Searches,” Phys. Rev. D **97** (2018) no.3, 035011 [arXiv:1612.00511 [hep-ph]].
- [19] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 021802 [arXiv:0908.2381 [hep-ex]].
- [20] B. L. Sánchez-Vega, G. Gambini and C. E. Alvarez-Salazar, “Vacuum stability conditions of the economical 3-3-1 model from copositivity,” Eur. Phys. J. C **79** (2019) no.4, 299 [arXiv:1811.00585 [hep-ph]].
- [21] B. Eiteneuer, A. Goudelis and J. Heisig, “The inert doublet model in the light of Fermi-LAT gamma-ray data: a global fit analysis,” Eur. Phys. J. C **77** (2017) no.9, 624 [arXiv:1705.01458 [hep-ph]].

- [22] B. Aubert, *et al.* (BABAR Collaboration), "Searches for Lepton Flavor Violation in the Decays  $\tau^\pm \rightarrow e^\pm\gamma$  and  $\tau^\pm \rightarrow \mu^\pm\gamma$ ", Phys. Rev. Lett. **104**, 021802 (2010).
- [23] CMS collaboration, S. Chatrchyan *et al.*, Phys. Lett. B **716** (2012) 30 [arXiv:1207.7235].
- [24] CMS Collaboration, V. Khachatryan *et al.*, Eur.Phys.J. C **75** (2015) 212 [arXiv:1412.8662].
- [25] CMS Collaboration, A. M Sirunyan *et al.*, Phys.Lett. B **772** (2017) 363 [arXiv:1612.09516].
- [26] CMS Collaboration V. Khachatryan *et al.*, JHEP **01** (2017) 076 [arXiv:1610.02960].
- [27] C. Degrande, K. Hartling, H. E. Logan, Phys.Rev. D **96** (2017) 075013 [arXiv:1708.08753].
- [28] C. Degrande, K. Hartling and H. E. Logan, "Scalar decays to  $\gamma\gamma$ ,  $Z\gamma$ , and  $W\gamma$  in the Georgi-Machacek model," Phys. Rev. D **96** (2017) no.7, 075013 Erratum: [Phys. Rev. D **98** (2018) no.1, 019901] [arXiv:1708.08753 [hep-ph]].
- [29] C. X. Yue, Q. Y. Shi and T. Hua, "Vector bileptons and the decays  $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ ," Nucl. Phys. B **876** (2013) 747 [arXiv:1307.5572 [hep-

ph]]];

- [30] C. A. de S.Pires and P. S. Rodrigues da Silva, "Scalar Bilepton Dark Matter," JCAP **0712** (2007) 012 [arXiv:0710.2104 [hep-ph]].
- [31] C. X. Yue and S. S. Jia, "Constraints on the charged boson Higgs from the 221 LFNU model", J. Phys. G **46** (2019) no.7, 075001. doi:10.1088/1361-6471/ab1cd1
- [32] D. T. Binh, L. T. Hue, D. T. Huong and H. N. Long, Eur. Phys. J. C **74** (2014) no.5, 2851 [arXiv:1308.3085 [hep-ph]].
- [33] D. Y. Bardin, P. K. Khristova and B. M. Vilensky, Sov. J. Nucl. Phys. **54** (1991) 833 [Yad. Fiz. **54** (1991) 1366].
- [34] D. Fontes, J.C. Romao, J. P. Silva, JHEP **12** (2014) 043, [arXiv:1408.2534].
- [35] D. Aristizabal Sierra and A. Vicente, "Explaining the CMS Higgs flavor violating decay excess", Phys. Rev. D **90**, 115004 (2014).
- [36] D. T. Binh, L. T. Hue, D. T. Huong, H. N. Long, "Higgs revised in supersymmetric economical 3-3-1model with  $B/\mu$ -type terms", Eur. Phys. J. C **74**, 2851 (2014).

- [37] D. de Florian *et al.* [LHC Higgs Cross Section Working Group], “Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 4. Deciphering the Nature of the Higgs Sector,” arXiv:1610.07922 [hep-ph].
- [38] D. Cogollo, A. X. Gonzalez-Morales, F. S. Queiroz and P. R. Teles, “Excluding the Light Dark Matter Window of a 331 Model Using LHC and Direct Dark Matter Detection Data,” JCAP **1411** (2014) no.11, 002 [arXiv:1402.3271 [hep-ph]].
- [39] E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marcano and C. Weiland, “Enhancement of the lepton flavor violating boson Higgs decay rates from SUSY loops in the inverse seesaw model,” Phys. Rev. D **93** (2016) no.5, 055010 [arXiv:1508.04623 [hep-ph]].
- [40] E. Arganda, M. J. Herrero, R. Morales and A. Szyrkman, “Analysis of the  $h, H, A \rightarrow \mu\tau$  decays induced from SUSY loops within the Mass Insertion Approximation,” JHEP **1603**, 055 (2016) [arXiv:1510.04685 [hep-ph]].
- [41] E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marcano, R. Morales, A. Szyrkman, Phys. Rev. D **95** (2017), 095029.
- [42] E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marcano and C. Weiland, "Imprints of massive inverse seesaw model neutrinos in lepton flavor violating boson Higgs decays", Phys. Rev. D **91**, 015001 (2015).

- [43] E. Arganda, M. J. Herrero, X. Marcano, C. Weiland, "Enhancement of the lepton flavor violating boson Higgs decay rates from SUSY loops in the inverse seesaw model", *Phys. Rev. D* **93**, 055010 (2016).
- [44] E. Arganda, M. J. Herrero, R. Morales and A. Szykman, "Analysis of the  $h, H, A \rightarrow \mu\tau$  decays induced from SUSY loops within the Mass Insertion Approximation", *JHEP* **1603**, 055 (2016).
- [45] F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **46** (1992) 410.
- [46] F. Pisano, V. Pleitez,
- [47] F. F. Freitas, C. A. de S. Pires and P. Vasconcelos, "Resonant production of  $Z'$  and signature of right-handed neutrinos within a 3-3-1 model," *Phys. Rev. D* **98** (2018) no.3, 035005 [arXiv:1805.09082 [hep-ph]].
- [48] G. Senjanovic, R. N. Mohapatra, *Phys.Rev. D* **12** (1975) 1502.
- [49] G. Aad *et al.* ( ATLAS Collaboration), "Search for the lepton flavor violating decay  $Z \rightarrow e\mu$  in pp collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector", *Phys. Rev. D* **90**, 072010 (2014).
- [50] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), "Search for lepton-flavour-violating  $H \rightarrow \mu\tau$  decays of the boson Higgs with the ATLAS detector", *JHEP* **1511**, 211 (2015).



- [51] G. Senjanovic, Nucl. Phys. B **153** (1979) 334. Phys.Rev. D **51** (1995) 3865 [hep-ph/9401272].
- [52] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for high-mass dilepton resonances using  $139 \text{ fb}^{-1}$  of  $pp$  collision data collected at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector,” arXiv:1903.06248 [hep-ex].
- [53] G. Aad *et al.* [ATLAS and CMS Collaborations], “Measurements of the boson Higgs production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC  $pp$  collision data at  $\sqrt{s} = 7$  and 8 TeV,” JHEP **1608** (2016) 045 [arXiv:1606.02266 [hep-ex]].
- [54] G. De Conto, A. C. B. Machado and V. Pleitez, Phys. Rev. D **92** (2015) no.7, 075031 [arXiv:1505.01343 [hep-ph]].
- [55] G. Arcadi, M. Lindner, J. Martins and F. S. Queiroz, “New Physics Probes: Atomic Parity Violation, Polarized Electron Scattering and Neutrino-Nucleus Coherent Scattering,” arXiv:1906.04755 [hep-ph].
- [56] G. Corcella, C. Corianò, A. Costantini and P. H. Frampton, “Exploring Scalar and Vector Bileptons at the LHC in a 331 Model,” Phys. Lett. B **785** (2018) 73 [arXiv:1806.04536 [hep-ph]].

- [57] G. Passarino and M. J. G. Veltman, “One Loop Corrections for  $e^+ e^-$  Annihilation Into  $\mu^+ \mu^-$  in the Weinberg Model,” Nucl. Phys. B **160** (1979) 151. doi:10.1016/0550-3213(79)90234-7
- [58] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Constraints on new phenomena via boson Higgs couplings and invisible decays with the ATLAS detector,” JHEP **1511** (2015) 206 [arXiv:1509.00672 [hep-ex]].
- [59] H. K. Dreiner, H. E. Haber, S. P. Martin, Phys. Rept. **494**, (2010), 1-196.
- [60] H. Okada, N. Okada, Y. Orikasa and K. Yagyu, Phys. Rev. D **94**, (2016), 015002 [arXiv:1604.01948 [hep-ph]]. **40**
- [61] H. K. Dreiner, H. E. Haber, S. P. Martin, "Two-component spinor techniques and Feynman rules for quantum field theory and supersymmetry", Phys. Rept. **494**, 1 (2010).
- [62] H. N. Long, N. V. Hop, L. T. Hue, N. H. Thao and A. E. Cárcamo Hernández, Phys. Rev. D **100** (2019) no.1, 015004 [arXiv:1810.00605 [hep-ph]].
- [63] H. K. Dreiner, H. E. Haber and S. P. Martin, Phys. Rept. **494** (2010) 1 [arXiv:0812.1594 [hep-ph]].

- [64] H. Okada, N. Okada, Y. Orikasa and K. Yagyu, “Higgs phenomenology in the minimal  $SU(3)_L \times U(1)_X$  model,” Phys. Rev. D **94** (2016), 015002 [arXiv:1604.01948 [hep-ph]].
- [65] I. Dorner, S. Fajfer, A. Greljo, J. F. Kamenik, N. Konik and I. Niandic, "New Physics Models Facing Lepton Flavor Violating Higgs Decays at the Percent Level", JHEP **1506**, 108 (2015).
- [66] J. K. Mizukoshi, C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz, P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Rev. D **83** (2011) 065024.
- [67] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane and S. Dawson, “The Higgs Hunter’s Guide,” Front. Phys. **80** (2000) 1.
- [68] J. Haller, A. Hoecker, R. Kogler, K. Mönig, T. Peiffer and J. Stelzer, “Update of the global electroweak fit and constraints on two-Higgs-doublet models,” Eur. Phys. J. C **78** (2018) no.8, 675 [arXiv:1803.01853 [hep-ph]].
- [69] J. M. No, M. Spannowsky, Phys.Rev. D **95** (2017) 075027 [arXiv:1612.06626].
- [70] J.F. Gunion, G. L. Kane, J. Wudka, Nucl.Phys. B **299** (1988) 231.
- [71] J. T. Liu and D. Ng, “Lepton flavor changing processes and CP violation in the 331 model,” Phys. Rev. D **50** (1994) 548 [hep-ph/9401228].

- [72] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane, and S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Westview Press (2000).
- [73] J.C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D **10** (1974) 275 [Erratum: Phys.Rev. D **11** (1975) 703].
- [74] J. W. F. Valle and M. Singer, Phys. Rev. D **28** (1983) 540.
- [75] J. Heeck, M. Holthausen, W. Rodejohann and Y. Shimizu, "Higgs  $\rightarrow \mu\tau$  in Abelian and Non-Abelian Flavor Symmetry Models", Nucl. Phys. **B 896**, 281 (2015).
- [76] J. L. Diaz-Cruz, "A More flavored boson Higgs in supersymmetric models", JHEP **0305**, 036 (2003).
- [77] J. Adam et al. [MEG Collaboration], "New limit on the lepton-flavour violating decay  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ ", Phys. Rev. Lett. **107**, 171801 (2011).
- [78] K. Hayasake *et al.* (Belle Collaboration), "Search for Lepton Flavor Violating  $\tau$  Decays into Three Leptons with 719 Million Produced  $\tau^+\tau^-$  Pairs", Phys. Lett. B **687**, 139 (2010).
- [79] K. Cheung, W. Y. Keung, P. Y. Tseng, "Leptoquark induced rare decay amplitudes  $h \rightarrow \tau^\mp \mu^\pm$  and  $\tau \rightarrow \mu\gamma$ ", Phys. Rev. D **93**, 015010 (2016).

- [80] K. Huitu and N. Koivunen, “Suppression of scalar mediated FCNCs in a  $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_X$ -model,” arXiv:1905.05278 [hep-ph].
- [81] K. Kainulainen, V. Keus, L. Niemi, K. Rummukainen, T. V. I. Tenkanen and V. Vaskonen, “On the validity of perturbative studies of the electroweak phase transition in the Two Higgs Doublet model,” JHEP **1906** (2019) 075 [arXiv:1904.01329 [hep-ph]].
- [82] K. S. Babu and S. Jana, “Enhanced Di-Higgs Production in the Two Higgs Doublet Model,” JHEP **1902** (2019) 193 [arXiv:1812.11943 [hep-ph]].
- [83] L. T. Hue, H. N. Long, T. T. Thuc and T. Phong Nguyen, “Lepton flavor violating decays of Standard-Model-like Higgs in 3-3-1 model with neutral lepton,” Nucl. Phys. B **907** (2016) 37 [arXiv:1512.03266 [hep-ph]].
- [84] L. Lavoura, Eur. Phys. J. C **29** (2003) 191 [hep-ph/0302221].
- [85] L. T. Hue, L. D. Ninh, T. T. Thuc and N. T. T. Dat, “Exact one-loop results for  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  in 3-3-1 models,” Eur. Phys. J. C **78** (2018) no.2, 128 [arXiv:1708.09723 [hep-ph]].
- [86] L. T. Hue and L. D. Ninh, “On the triplet anti-triplet symmetry in 3-3-1 models,” Eur. Phys. J. C **79** (2019) no.3, 221 [arXiv:1812.07225 [hep-ph]].

- [87] L. T. Hue, H. N. Long, T. T. Thuc, T. Phong Nguyen, Nucl. Phys. B **907** (2016) 37 -76.
- [88] L. T. Hue, A. B. Arbuzov, N. T. K. Ngan and H. N. Long, “Probing neutrino and Higgs sectors in  $SU(2)_1 \times SU(2)_2 \times U(1)_Y$  model with lepton-flavor non-universality,” Eur. Phys. J. C **77** (2017) no.5, 346 [arXiv:1611.06801 [hep-ph]].
- [89] L. T. Hue, L. D. Ninh, T. T. Thuc and N. T. T. Dat, Eur. Phys. J. C **78** (2018) no.2, 128 [arXiv:1708.09723 [hep-ph]].
- [90] L. Bergstrom and G. Hulth, Nucl. Phys. B **259** (1985) 137 [err. **B276** (1986) 744].
- [91] L. T. Hue, A. B. Arbuzov, T. T. Hong, T. P. Nguyen, D. T. Si and H. N. Long, “General one-loop formulas for decay  $h \rightarrow Z\gamma$ ,” Eur. Phys. J. C **78** (2018) no.11, 885 doi:10.1140/epjc/s10052-018-6349-0 [arXiv:1712.05234 [hep-ph]].
- [92] L. T. Hue, L. D. Ninh, Mod.Phys.Lett. A **31** (2016) 1650062 [arXiv:1510.00302].
- [93] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], “Measurements of boson Higgs properties in the diphoton decay channel with  $36 \text{ fb}^{-1}$  of  $pp$  collision data at  $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$  with the ATLAS detector,” Phys. Rev. D **98** (2018) 052005 [arXiv:1802.04146 [hep-ex]].

- [94] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], Phys. Rev. D **98** (2018) no.3, 030001.
- [95] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], JHEP **1801** (2018) 055
- [96] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], “Searches for the  $Z\gamma$  decay mode of the boson Higgs and for new high-mass resonances in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector,” JHEP **1710** (2017) 112 [arXiv:1708.00212 [hep-ex]].
- [97] M. Cepeda *et al.* [Physics of the HL-LHC Working Group], “Higgs Physics at the HL-LHC and HE-LHC,” arXiv:1902.00134 [hep-ph].
- [98] M. Spira, “QCD effects in Higgs physics,” Fortsch. Phys. **46** (1998) 203 [hep-ph/9705337].
- [99] M. M. Ferreira, T. B. de Melo, S. Kovalenko, P. R. D. Pinheiro and F. S. Queiroz, “Lepton Flavor Violation and Collider Searches in a Type I + II Seesaw Model,” arXiv:1903.07634 [hep-ph].
- [100] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], "Search for additional heavy neutral Higgs and gauge bosons in the ditau final state...at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector" JHEP **1801** (2018) 055 [arXiv:1709.07242 [hep-ex]].

- [101] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for heavy resonances decaying into  $WW$  in the  $e\nu\mu\nu$  final state in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector,” *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) no.1, 24 [arXiv:1710.01123 [hep-ex]].
- [102] M. Abdullah, J. Calle, B. Dutta, A. Flórez and D. Restrepo, “Probing a simplified,  $W'$  model of  $R(D^{(*)})$  anomalies using  $b$ -tags,  $\tau$  leptons and missing energy,” *Phys. Rev. D* **98** (2018) no.5, 055016 [arXiv:1805.01869 [hep-ph]].
- [103] M. Singer, J. W. F. Valle, and J. Schechter, *Phys. Rev. D* **22** (1980) 738.
- [104] M. Arana-Catania, E. Arganda, M. J. Herrero, "Non-decoupling SUSY in LFV Higgs decays: a window to new physics at the LHC", *JHEP* **1510**, 192 (2015).
- [105] N. Bizot and M. Frigerio, *JHEP* **01** (2016) 036 [arXiv:1508.01645].
- [106] N. Craig and S. Thomas, “Exclusive Signals of an Extended Higgs Sector,” *JHEP* **1211** (2012) 083 [arXiv:1207.4835 [hep-ph]].
- [107] N. H. Thao, L. T. Hue, H. T. Hung, N. T. Xuan, *Nucl. Phys. B* **921** (2017) 159-180.



- [108] P. M. Ferreira, M. Mühlleitner, R. Santos, G. Weiglein and J. Witbrodt, “Vacuum Instabilities in the N2HDM,” *JHEP* **1909** (2019) 006 [arXiv:1905.10234 [hep-ph]].
- [109] Q. H. Cao and D. M. Zhang, “Collider Phenomenology of the 3-3-1 Model,” arXiv:1611.09337 [hep-ph].
- [110] Q. H. Cao and D. M. Zhang, “Collider Phenomenology of the 3-3-1 Model,” arXiv:1611.09337 [hep-ph].
- [111] R. A. Diaz, R. Martinez, and F. Ochoa, *Phys.Rev. D* **72** (2005) 035018 [hep-ph/0411263].
- [112] R. M. Fonseca and M. Hirsch, *JHEP* **1608**, 003 (2016) [arXiv:1606.01109 [hep-ph]].
- [113] R. M. Fonseca and M. Hirsch, *Phys. Rev. D* **94** (2016) no.11, 115003 [arXiv:1607.06328 [hep-ph]].
- [114] R. A. Diaz, R. Martinez and F. Ochoa, *Phys. Rev. D* **72**, 035018 (2005) [ arXiv:hep-ph/0411263, hep-ph/0411263].
- [115] R. A. Diaz, R. Martinez and F. Ochoa, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 095009 [hep-ph/0309280].
- [116] R. Bonciani, V. D. Duca, H. Frellesvig, J.M. Henn, F. Moriello, V. A. Smirnov, *JHEP* **08** (2015) 108 [arXiv:1505.00567].

- [117] R. N. Mohapatra, P. B. Pal, Phys. Rev. D **38** (1988) 2226.
- [118] R. Foot, H. N. Long, and T. A. Tran, Phys. Rev. D **50** (1994) 34 [hep-ph/9402243].
- [119] S. Heinemeyer *et al.* [LHC Higgs Cross Section Working Group], “Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 3. Higgs Properties,” doi:10.5170/CERN-2013-004 arXiv:1307.1347 [hep-ph].
- [120] S. Kanemura, M. Kikuchi, K. Mawatari, K. Sakurai and K. Yagyu, “Loop effects on the Higgs decay widths in extended Higgs models,” Phys. Lett. B **783** (2018) 140 [arXiv:1803.01456 [hep-ph]].
- [121] S. Descotes-Genon, M. Moscati and G. Ricciardi, “Nonminimal 331 model for lepton flavor universality violation in  $b \rightarrow s \ell \ell$  decays,” Phys. Rev. D **98** (2018) no.11, 115030 [arXiv:1711.03101 [hep-ph]].
- [122] S. Banerjee and N. Chakrabarty, “A revisit to scalar dark matter with radiative corrections,” JHEP **1905** (2019) 150 [arXiv:1612.01973 [hep-ph]].
- [123] S. De Lope Amigo, W. M. Y. Cheung, Z. Huang and S. P. Ng, “Cosmological Constraints on Decaying Dark Matter,” JCAP **0906** (2009) 005 [arXiv:0812.4016 [hep-ph]].

- [124] S. M. Boucenna, A. Celis, J. Fuentes-Martin, A. Vicente and J. Virto, “Phenomenology of an  $SU(2) \times SU(2) \times U(1)$  model with lepton-flavour non-universality,” JHEP **1612** (2016) 059 [arXiv:1608.01349 [hep-ph]].
- [125] S. Kanemura, T. Kasai and Y. Okada, “Mass bounds of the lightest CP even boson Higgs in the two Higgs doublet model,” Phys. Lett. B **471** (1999) 182 [hep-ph/9903289].
- [126] S. Filippi, W. A. Ponce and L. A. Sanchez, “Dark matter from the scalar sector of 3-3-1 models without exotic electric charges,” Europhys. Lett. **73** (2006) 142 [hep-ph/0509173].
- [127] S. Baek, Z.-F. Kang, "Naturally Large Radiative Lepton Flavor Violating Higgs Decay Mediated by Lepton-flavored Dark Matter", JHEP **1603**, 106 (2016).
- [128] S. T. Monfared, Sh. Fayazbakhsh , M. M. Najafabadi, Phys.Lett. B **762** (2016) 301.
- [129] P. V. Dong, H. T. Hung, H. N. Long, Phys. Rev. D **86** (2012) 033002.
- [130] P. S. Bhupal Dev, D. K. Ghosh, N. Okada and I. Saha, JHEP **1303** (2013) 150, Erratum: [JHEP **1305** (2013) 049], [arXiv:1301.3453 [hep-ph]].

- [131] P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 2889.
- [132] T. Aushev *et al.*, "Physics at Super B Factory," arXiv:1002.5012 [hep-ex].
- [133] T. Hahn and M. Perez-Victoria, "Automatized one loop calculations in four-dimensions and D-dimensions," Comput. Phys. Commun. **118** (1999) 153 [hep-ph/9807565].
- [134] V. Khachatryan *et al.* (CMS Collaboration), "Search for lepton-flavour-violating decays of the boson Higgs", Phys. Lett. B **749**, 337 (2015).
- [135] V. Pleitez and M. D. Tonasse, Phys. Lett. B **430** (1998) 174 [hep-ph/9707298].
- [136] W. Altmannshofer, S. Gori, A. L. Kagan, L. Silvestrini, J. Zupan, "Uncovering Mass Generation Through Higgs Flavor Violation", Phys. Rev. D **93**, 031301 (2016).
- [137] X. G. He and G. Valencia, "Lepton universality violation and right-handed currents in  $b \rightarrow c\tau\nu$ ," Phys. Lett. B **779** (2018) 52 [arXiv:1711.09525 [hep-ph]].
- [138] Y. A. Coutinho, V. Salustino Guimarães and A. A. Nepomuceno, "Bounds on  $Z'$  from 3-3-1 model at the LHC energies" Phys.

Rev. D **87** (2013) no.11, 115014 [arXiv:1304.7907 [hep-ph]].

## Phụ lục A

# Biên độ của quá trình rã bậc một vòng $e_b \rightarrow e_a \gamma$ và phương trình cực tiểu thể Higgs trong mô hình 331 đảo.

### A.1 Biên độ của quá trình rã bậc một vòng $e_b \rightarrow e_a \gamma$

Đóng góp bậc một vòng của quá trình rã  $e_b \rightarrow e_a \gamma$  được tính toán dựa trên các ký hiệu của các hàm PV được định nghĩa trong [85].

$$C_{(32)L}^{\sigma_1^0} = \sum_{i=1}^3 \frac{-m_\tau Q_E Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{\sigma_1^0}}{16\pi^2} \left[ C_1([p_i^2]; m_{\sigma_1^0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots) \right],$$
$$C_{(32)R}^{\sigma_1^0} = \sum_{i=1}^3 \frac{-m_\mu Q_E Y_{1i}^{\sigma_1^0*} Y_{2i}^{\sigma_1^0}}{16\pi^2} \left[ C_2([p_i^2]; m_{\sigma_1^0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots) \right],$$
$$C_{(32)L}^{h_6} = \sum_{i=1}^3 \frac{-m_\mu Q_E Y_{1i}^{h_6*} Y_{2i}^{h_6}}{16\pi^2} \left[ C_2([p_i^2]; m_{\sigma_1^0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots) \right],$$

$$\begin{aligned}
C_{(32)R}^{h_6} &= \sum_{i=1}^3 \frac{-m_\tau Q_E Y_{1i}^{h_6} Y_{2i}^{h_6}}{16\pi^2} \left[ C_1([p_i^2]; m_{\sigma_1^0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots) \right], \\
C_{(b1)L}^{h_6} &= \sum_{i=1}^3 \frac{-m_e Q_E Y_{3i}^{h_6} Y_{(b-1)i}^{h_6}}{16\pi^2} \left[ C_2([p_i^2]; m_{\sigma_1^0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots) \right], \\
C_{(b1)R}^{h_6} &= \sum_{i=1}^3 \frac{-m_b Q_E Y_{3i}^{h_6} Y_{(b-1)i}^{h_6}}{16\pi^2} \left[ C_1([p_i^2]; m_{\sigma_1^0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots) \right], \\
C_{(32)L}^V &= -\frac{eg^2 m_\mu Q_E}{16\pi^2 m_{V_0}^2} \sum_{i=1}^3 V_{1i}^{\prime E} V_{2i}^{\prime E*} \\
&\quad \times \left[ 2m_{V_0}^2 (C_0([p_i^2]; m_{V_0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_1(\dots) + 2C_2(\dots) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots)) \right. \\
&\quad \left. + m_E^2 (-C_1(\dots) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots)) + m_b^2 (C_1(\dots) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots)) \right], \tag{A.1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{(32)R}^V &= -\frac{eg^2 m_\tau Q_E}{16\pi^2 m_{V_0}^2} \sum_{i=1}^3 V_{1i}^{\prime E} V_{2i}^{\prime E*} \\
&\quad \times \left[ 2m_{V_0}^2 (C_0([p_i^2]; m_{V_0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + 2C_1(\dots) + C_2(\dots) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots)) \right. \\
&\quad \left. + m_{E_i}^2 (-C_2(\dots) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots)) + m_a^2 (C_2(\dots) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots)) \right], \\
C_{(b1)L}^V &= -\frac{eg^2 m_e Q_E}{16\pi^2 m_{V_0}^2} \sum_{i=1}^3 V_{3i}^{\prime E} V_{(b-1)i}^{\prime E*} \\
&\quad \times \left[ 2m_{V_0}^2 (C_0([p_i^2]; m_{V_0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + C_1(\dots) + 2C_2(\dots) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots)) \right. \\
&\quad \left. + m_E^2 (-C_1(\dots) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots)) + m_b^2 (C_1(\dots) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots)) \right], \\
C_{(b1)R}^V &= -\frac{eg^2 m_b Q_E}{16\pi^2 m_{V_0}^2} \sum_{i=1}^3 V_{3i}^{\prime E} V_{(b-1)i}^{\prime E*} \\
&\quad \times \left[ 2m_{V_0}^2 (C_0([p_i^2]; m_{V_0}^2, m_{E_i}^2, m_{E_i}^2) + 2C_1(\dots) + C_2(\dots) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots)) \right. \\
&\quad \left. + m_{E_i}^2 (-C_2(\dots) + C_{11}(\dots) + C_{12}(\dots)) + m_a^2 (C_2(\dots) + C_{12}(\dots) + C_{22}(\dots)) \right], \tag{A.2}
\end{aligned}$$

với  $[p_i^2] = m_b^2, 0, m_a^2$  là xung lượng ngoài, ký hiệu (...) thay thế cho các ký hiệu được liệt kê trong hàm trước đó. Trong giới hạn  $m_a^2, m_b^2 \simeq 0$ , hàm

PV  $C_{0,i,ij}(0, 0, 0; m_B^2, m_F^2, m_F^2)$  được viết như trong [84]

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1-t+\ln(t)}{m_B^2(t-1)^2}, & C_1 = C_2 &= \frac{3-4t+t^2+2\ln(t)}{4m_B^2(t-1)^3}, \\ C_{11} = C_{22} = 2C_{12} &= \frac{11-18t+9t^2-2t^3+6\ln(t)}{18m_B^2(t-1)^4}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

với  $t = m_F^2/m_B^2$ . Sử dụng công thức gần đúng

$$\begin{aligned} g_s(t) &\equiv [C_1 + C_{11} + C_{12}] m_B^2 = \frac{t^3 - 6t^2 + 3t + 6t \ln(t) + 2}{12(t-1)^4}, \\ g_v(t) &= 2m_{V_0}^2 (C_0 + 2C_1 + C_2 + C_{11} + C_{12}) + m_{E_i}^2 (-C_2 + C_{11} + C_{12}) \\ &= \frac{-5t^4 + 14t^3 - 39t^2 + 18t^2 \ln(t) + 38t - 8}{12(t-1)^4}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Những kết quả này phù hợp với các công thức được giới thiệu trong [17], được sử dụng để tính dị thường của muon.

## A.2 Phương trình cực tiểu của thế Higgs trong mô hình 331 đảo

Chúng ta có 8 phương trình độc lập tương ứng với 7 boson Higgs trung hòa  $\{H_1^0, H_2^0, H_3^0, H_S^0, \sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_S^0, \Delta_0\}$ . Trong giới hạn  $\epsilon, k_2, k_S, n_1 = 0$ , và điều kiện (1.34) được áp dụng, có 7 phương trình dẫn đến các hàm sau của các tham số phụ thuộc:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= -2k_1^2 \lambda_1^\phi + \frac{\sqrt{2}k_3 n_2 f^\phi}{k_1} - k_3^2 \lambda_{13}^\phi - n_2^2 \lambda_{12}^\phi - n_S^2 \lambda_2^{\phi S}, \\ \mu_{12}^2 &= 0, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\mu_3^2 &= k_1^2(-\lambda_{13}^\phi) + \frac{\sqrt{2}k_1n_2f^\phi}{k_3} - 2k_3^2\lambda_3^\phi, \\
f_{12}^{\phi S} &= 0, \\
\mu_{22}^2 &= k_1^2(-\lambda_{12}^\phi) + \frac{\sqrt{2}k_1k_3f^\phi}{n_2} - 2n_2^2\lambda_2^\phi - n_S f_{22}^{\phi S}, \\
\mu_S^2 &= k_1^2(-\lambda_2^{\phi S}) - 2n_S^2\lambda_1^S - 2n_S^2\lambda_2^S, \\
f_{11}^{\phi S} &= 0.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Thế vào vào phương trình thế Higgs để loại bỏ các tham số phụ thuộc, chúng ta có thể tìm được các trạng thái vật lý và khối lượng của các Higgs boson như chúng ta đã thảo luận ở trên.

## Phụ lục B

# Một số đỉnh tương tác của Higgs trung hòa trong mô hình 331 với $\beta$ bất kỳ

Từ thế Higgs và giới hạn trong (1.71), đỉnh tương tác giữa 3 Higgs trong đó có 1 boson Higgs trung hòa nặng  $h_3^0$  được liệt kê như trong bảng B.1. Chúng tôi chỉ đề cập đến các đỉnh liên quan đến thảo luận về sự phân rã  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$ .

Đỉnh	Hệ số đỉnh: $-i\lambda_{S_i S_j S_k}$
$h_3^0 H^+ H^-$	$-i [(1 + s_{12}^2) \lambda_{13} + s_{12}^2 \lambda_{23}] v_3$
$h_3^0 H^A H^{-A}$	$-i [2s_{13}^2 \lambda_3 + c_{13}^2 \lambda_{13} + \tilde{\lambda}_{13}] v_3$
$h_3^0 H^B H^{-B}$	$-i [2s_{23}^2 \lambda_3 + c_{23}^2 \lambda_{23} + \tilde{\lambda}_{23}] v_3$

**Bảng B.1:** Đỉnh tương tác giữa Higgs  $h_3^0$  với 2 Higgs mang điện đóng góp đến phân rã  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$

Các đỉnh khác không của các boson Higgs trung hòa nặng với các boson

chuẩn được liệt kê trong bảng B.2. Chúng được suy ra từ Lagrangian cho trong (4.1), sử dụng cách tính giống như đối với các đỉnh của boson Higgs tựa SM. Do đó, các ký hiệu được thay thế cho đỉnh của các Higgs nặng  $h \rightarrow h_2^0, h_3^0$  được đưa ra trong phương trình (4.1).

Đỉnh	Hệ số đỉnh	Đỉnh	Hệ số đỉnh
$g_{h_2^0 W^+ W^-}$	$g m_W s_\delta$		
$g_{h_2^0 Y^+ A Y^- A}$	$g m_W s_{12} s_\alpha$	$g_{h_3^0 Y^+ A Y^- A}$	$\frac{g^2 v_3}{2}$
$g_{h_2^0 V^+ B V^- B}$	$g m_W c_{12} c_\alpha$	$g_{h_3^0 V^+ B V^- B}$	$\frac{g^2 v_3}{2}$
$g_{h_2^0 H W}$	$\frac{g c_\delta}{2}$	$g_{h_3^0 H W}$	0
$g_{h_2^0 H^- A Y^+ A}$	$-\frac{g c_{13} s_\alpha}{2}$	$g_{h_3^0 H^- A Y^+ A}$	$\frac{g s_{13}}{2}$
$g_{h_2^0 H^- B Y^+ B}$	$-\frac{g c_{23} c_\alpha}{2}$	$g_{h_3^0 H^- B Y^+ B}$	$\frac{g s_{23}}{2}$

**Bảng B.2:** Đỉnh tương tác giữa boson Higgs nặng với Higgs mang điện và boson chuẩn.

Đỉnh	Hệ số đỉnh $g_{h_i^0 Z Z}$	
$h Z Z$	$\frac{g m_W}{c_W^2}$	$c_\delta \left( 1 + \frac{2\sqrt{3} s_\theta c_\theta c_W (1 - 2s_{12}^2 - \sqrt{3} t_W^2 \beta)}{3\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \right) - \frac{4s_\delta c_W s_\theta c_\theta s_{12} c_{12}}{\sqrt{3(1 - \beta^2 t_W^2)}}$
$h_2^0 Z Z$	$\frac{g m_W}{c_W^2}$	$s_\delta \left( 1 + \frac{2\sqrt{3} s_\theta c_\theta c_W (1 - 2s_{12}^2 - \sqrt{3} t_W^2 \beta)}{3\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \right) + \frac{4c_\delta c_W s_\theta c_\theta s_{12} c_{12}}{\sqrt{3(1 - \beta^2 t_W^2)}}$

**Bảng B.3:** Đỉnh  $h_i^0 Z Z$  trong giới hạn  $s_\theta^2 = 0$ ,  $c_\theta^2 = 1$ .

Đỉnh của  $Z$  với 2 fermion mới được cho trong bảng B.4.

$F$	$g_L^F$	$g_R^F$
$E_a$	$g_R^{E_a} - \frac{t_\theta c_W}{\sqrt{3(1 - \beta^2 t_W^2)}}$	$-\frac{(-1 + \sqrt{3}\beta) s_W^2}{2} \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \right)$
$J_i$	$g_R^{J_i} + \frac{t_\theta c_W}{\sqrt{3(1 - \beta^2 t_W^2)}}$	$\frac{(-1 + 3\sqrt{3}\beta) s_W^2}{6} \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \right)$
$J_3$	$g_R^{J_3} - \frac{t_\theta c_W}{\sqrt{3(1 - \beta^2 t_W^2)}}$	$-\frac{(1 + 3\sqrt{3}\beta) s_W^2}{6} \left( 1 - \frac{t_\theta \beta}{c_W \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \right)$

**Bảng B.4:** Đỉnh của  $Z$  với các fermion ngoại lai

## Phụ lục C

# Các đóng góp vào biên độ của kênh rã Higgs trung hòa $h, h_3^0 \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$ trong mô hình 331 với $\beta$ bất kỳ

Trong mô hình 331 $\beta$ , các công thức giải tích cho đóng góp bậc một vòng tới phân rã  $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$  sẽ được đưa về dạng các hàm Passarino-Veltmann (PV) [57], cụ thể là các hàm PV một vòng ba điểm được ký hiệu là  $C_i$  và  $C_{ij}$  với  $i, j = 0, 1, 2$ . Các dạng tổng quát đóng góp bậc một vòng tới biên độ của quá trình phân rã  $h \rightarrow Z\gamma, \gamma\gamma$  cho trong [91], phù hợp với các công thức trước đó [28]. Chúng tôi đã sử dụng chuẩn của LoopTools [133] để thực hiện khảo sát số.

Đối với các phân rã bậc một vòng của các Higgs boson trung hòa nặng  $h_3^0$ , các tính toán được thực hiện như trong tính toán của quá trình rã boson Higgs tựa SM  $h$ . Tương ứng, khối lượng và đỉnh của  $h$  được thay

bằng  $h_3^0$ . Các tính toán cho  $h_2^0$  đã được đề cập trong [64], chúng tôi không tính lại nữa.

Đóng góp của các fermion trong SM tương ứng với giản đồ 4.1 là

$$F_{21,f}^{331} = -\frac{e Q_f N_c}{4\pi^2} \left[ m_f Y_{h\bar{f}fL} \frac{g_{c\theta}}{c_W} \left( g_L^f + g_R^f \right) \right] [4(C_{12} + C_{22} + C_2) + C_0], \quad (\text{C.1})$$

với  $C_{0,i,ij} \equiv C_{0,i,ij}(m_Z^2, 0, m_h^2; m_f^2, m_f^2, m_f^2)$ ;  $Q_f N_c$  và  $m_f$  tương ứng là điện tích, số màu và khối lượng của các fermion trong SM. Hằng số  $Y_{h\bar{f}fL}$  và  $g_{L,R}^f$  được liệt kê trong bảng 4.1 và bảng 4.5 tương ứng.

Đóng góp từ các boson Higgs mang điện  $s = H^\pm, H^{\pm A}, H^{\pm B}$  tương ứng với giản đồ 2 trong 4.1 là

$$F_{21,s}^{331} = \frac{e Q_s \lambda_{hss} g_{Zss}}{2\pi^2} [C_{12} + C_{22} + C_2], \quad (\text{C.2})$$

với  $s = H^\pm, H^{\pm A}, H^{\pm B}$ ,  $C_{0,i,ij} \equiv C_{0,i,ij}(m_Z^2, 0, m_h^2; m_s^2, m_s^2, m_s^2)$  và định  $\lambda_{hss}, g_{Zss}$  được liệt kê trong bảng 4.1 và 4.4.

Đóng góp từ các giản đồ của cả boson Higgs mang điện và boson chuẩn  $\{v, s\} = \{W^\pm, H^\pm\}, \{Y^{\pm A}, H^{\pm A}\}, \{V^{\pm B}, H^{\pm B}\}$  tương ứng hình 3 và 4 trong giản đồ 4.1:

$$F_{21,vss}^{331} = \frac{e Q_s g_{hvs} g_{Zvs}}{4\pi^2} \left[ \left( 1 + \frac{-m_s^2 + m_h^2}{m_v^2} \right) (C_{12} + C_{22} + C_2) + 2(C_1 + C_2 + C_0) \right], \quad (\text{C.3})$$

$$F_{21,svv}^{331} = \frac{e Q_v g_{hvs} g_{Zvs}}{4\pi^2} \left[ \left( 1 + \frac{-m_s^2 + m_h^2}{m_v^2} \right) (C_{12} + C_{22} + C_2) - 2(C_1 + C_2) \right], \quad (\text{C.4})$$

với  $C_{0,i,ij} \equiv C_{0,i,ij}(m_Z^2, 0, m_h^2; m_V^2, m_s^2, m_s^2)$

hoặc  $C_{0,i,ij}(m_Z^2, 0, m_h^2; m_s^2, m_V^2, m_V^2)$  tương ứng với các phương trình (C.3)

hoặc (C.4). Các đỉnh được liệt kê trong bảng 4.3 và 4.4.

Đóng góp từ các boson chuẩn mang điện  $v = W^\pm, Y^{\pm A}, V^{\pm B}$  tương ứng trong giản đồ 4.1:

$$F_{21,v}^{331} = \frac{e Q_v g_{hvv} g_{Zvv}}{8\pi^2} \times \left\{ \left[ 8 + \left( 2 + \frac{m_h^2}{m_v^2} \right) \left( 2 - \frac{m_Z^2}{m_v^2} \right) \right] (C_{12} + C_{22} + C_2) + 2 \left( 4 - \frac{m_Z^2}{m_v^2} \right) C_0 \right\}, \quad (\text{C.5})$$

với  $v = W^\pm, Y^{\pm A}, V^{\pm B}$ ,  $C_{0,i,ij} \equiv C_{0,i,ij}(m_Z^2, 0, m_h^2; m_v^2, m_v^2, m_v^2)$ . Các đỉnh được liệt kê trong bảng 4.3 và 4.6.

Đối với quá trình phân rã  $h \rightarrow \gamma\gamma$ , dạng của  $F_\gamma^{331}$  có thể được suy ra từ  $F_{21}^{331}$  bởi sự thay thế  $g_{Zvv}, g_{Zss}, \frac{gc_\theta}{c_W} g_{L,R}^f \rightarrow eQ_v, eQ_s, eQ_f$  và các hàm PV tương ứng:

$$\begin{aligned} F_{\gamma\gamma,f}^{331} &= -\frac{e^2 Q_f^2 N_c}{2\pi^2} (m_f Y_{h\bar{f}fL}) [4(C_{12} + C_{22} + C_2) + C_0], \\ F_{\gamma\gamma,s}^{331} &= \frac{e^2 Q_s^2 \lambda_{hss}}{2\pi^2} [C_{12} + C_{22} + C_2], \\ F_{\gamma\gamma,v}^{331} &= \frac{e^2 Q_V^2 g_{hvv}}{4\pi^2} \times \left\{ \left( 6 + \frac{m_h^2}{m_V^2} \right) (C_{12} + C_{22} + C_2) + 4C_0 \right\}, \quad (\text{C.6}) \end{aligned}$$

với  $C_{0,i,ij} \equiv C_{0,i,ij}(0, 0, m_h^2; m_x^2, m_x^2, m_x^2)$  với  $x = f, s, v$  tương ứng với sự đóng góp từ các fermion, Higgs mang điện và boson chuẩn.

Liên quan đến  $h_3^0$ , chúng tôi nhấn mạnh rằng chỉ có đỉnh giữa các hạt trong SM là đỉnh 3 với 2 boson Higgs tựa SMs. Do đó, fermion đóng góp

đến phân rã  $h_3^0 \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma, gg$  chỉ gồm các fermion mới  $F = E_a, J_a$ . Những đóng góp này được ký hiệu là  $F_{\gamma\gamma,F}^{331,h_3^0}, F_{21,F}^{331,h_3^0}, F_{gg,F}^{331,h_3^0}$ . Chúng được suy ra từ phương trình (4.7) với sự thay thế như sau,

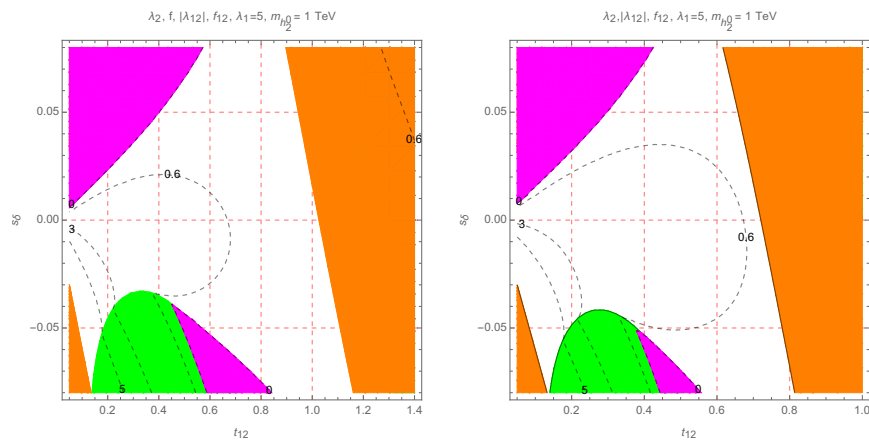
$$\begin{aligned} F_{21,F}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) &= F_{21,f}^{331}(f \rightarrow F, h \rightarrow h_3^0), \\ F_{\gamma\gamma,F}^{331}(h_3^0 \rightarrow Z\gamma) &= F_{\gamma\gamma,f}^{331}(f \rightarrow F, h \rightarrow h_3^0). \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Đóng góp khác liên quan đến quá trình phân rã  $h_3^0$  được tính toán đơn giản bởi sự thay thế khối lượng và đỉnh boson Higgs tựa SMs với  $h_3^0$ . Chúng tôi lưu ý rằng đóng góp của  $W$  bosons không bao gồm trong biên độ.

## Phụ lục D

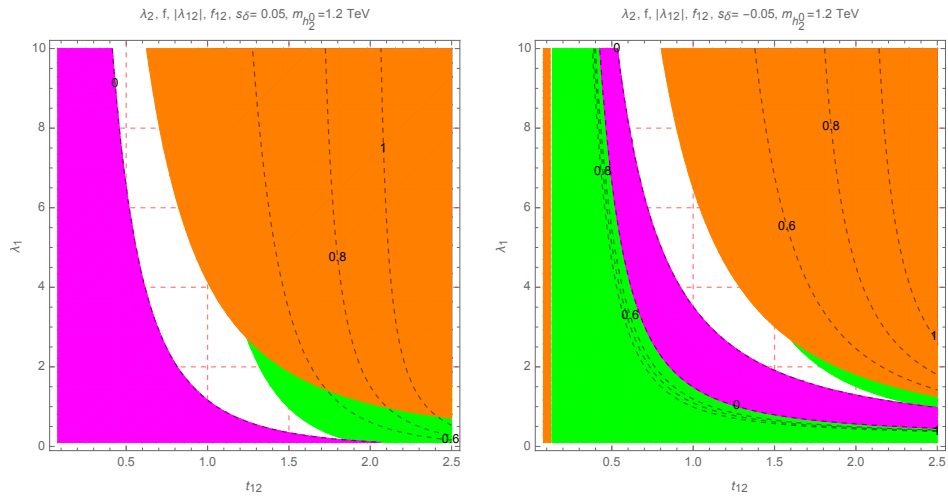
# Một số minh họa giải số của vùng không gian tham số trong mô hình 331 với $\beta$ bất kỳ

Đồ thị đường bao với các giá trị khác nhau của  $\lambda_1$  (Hình D.1) and  $|s_\theta| = 0.05$  (Hình D.2).



**Hình D.1:** Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  như hàm của  $s_\delta$  và  $t_{12}$ . Các vùng màu lục, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$  và  $f_{12} > 0$ , tương ứng





**Hình D.2:** Đồ thị đường bao của  $\lambda_2$ ,  $|\lambda_{12}|$  và  $f_{12}$  như hàm của  $\lambda_1$  và  $t_{12}$  với một số điểm cố định  $m_{h_2^0}$ . Các vùng màu lục, cam, đỏ tươi được loại trừ bởi các yêu cầu  $0 < \lambda_2 < 10$ ,  $|\lambda_{12}| < 10$  và  $f_{12} > 0$  tương ứng